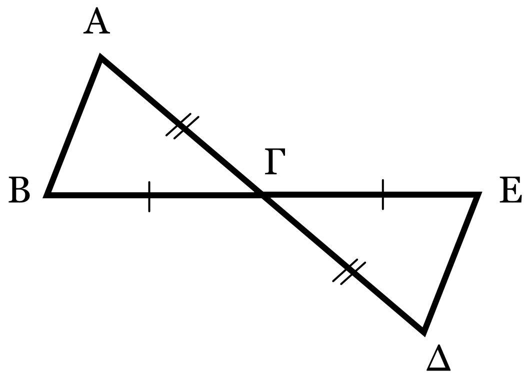
1 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ A

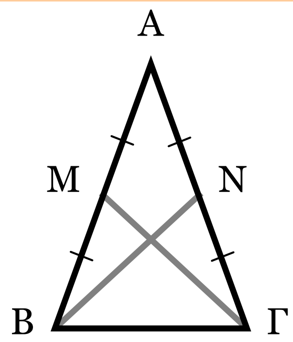
Ισότητα Τριγώνων

Με σχήμα

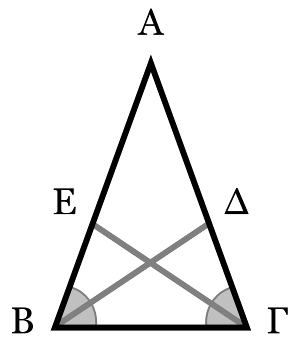
1. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΓΔΕ είναι ίσα:



2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Φέρνουμε τις διαμέσους ΒΝ και ΓΜ. Να αποδείξετε ότι ΒΝ = ΓΜ .



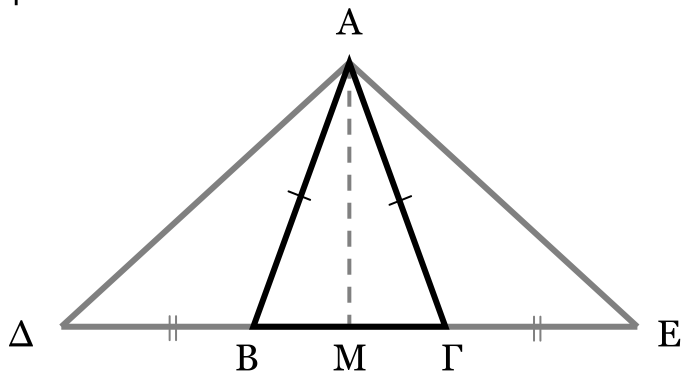
3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Φέρνουμε τις διχοτόμους ΒΔ και ΓΕ. Να αποδείξετε ότι ΒΔ = ΓΕ .



4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Προεκτείνουμε τη βάση ΒΓ και προς τις δύο κατευθύνσεις, κατά ίσα τμήματα ΒΔ και ΓΕ .

α. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

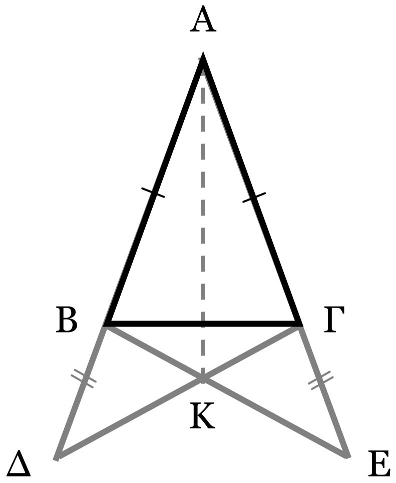
β. Να δείξετε ότι η διάμεσος ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ είναι διάμεσος και του τριγώνου ΑΔΕ.



5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Προεκτείνουμε τις ίσες πλευρές προς το μέρος του Β και του Γ, κατά ίσα τμήματα ΒΔ και ΓΕ, αντίστοιχα.

α. Να δείξετε ότι ΒΕ = ΓΔ .

β. Αν Κ είναι το σημειο τομής των ΒΕ και ΓΔ τότε να δείξετε ότι η ΑΚ είναι μεσοκάθετος της ΒΓ.

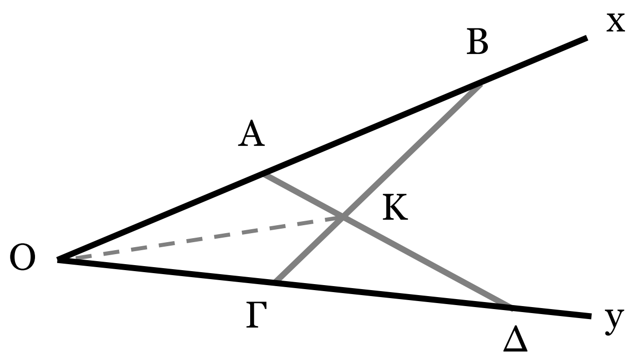


6. Στις πλευρές Οx και Οy μιας γωνίας $x\hat{O}y$ παίρνουμε, αντίστοιχα ίσα τμήματα ΟΑ = ΟΓ και ΟΒ = ΟΔ . Έστω Κ το σημείο τομής των ΑΔ και ΓΒ.

α. Να δείξετε ότι ΑΔ = ΓΒ .

β. Να δείξετε ότι η ΟΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $x\hat{O}y$.

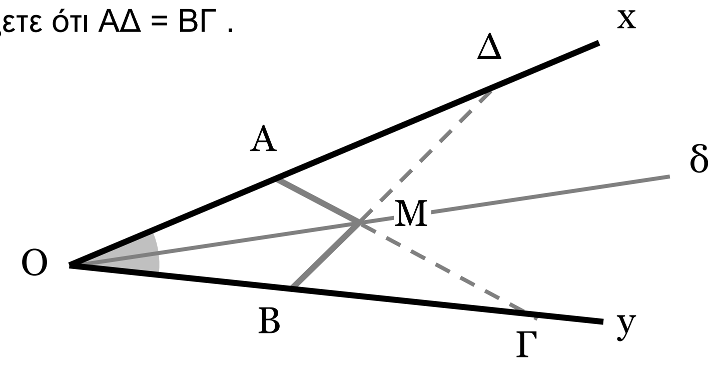
γ. Να δείξετε ότι ΑΚ = ΚΓ .



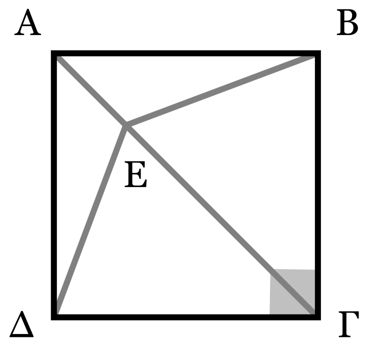
7. Στις πλευρές Οx και Οy μιας γωνίας $x\hat{O}y$ παίρνουμε, αντίστοιχα ίσα τμήματα ΟΑ = ΟΒ. Φέρνουμε τη διχοτόμο Οδ της $x\hat{O}y$ κι έστω Μ τυχαίο σημείο της. Έστω επίσης οι προεκτάσεις των ΑΜ και ΒΜ και Γ, Δ τα σημεία τομής του με τις πλευρές Οy και Οx , αντίστοιχα.

α. Να δείξετε ότι ΑΓ = ΒΔ .

β. Να δείξετε ότι ΑΔ = ΒΓ .



8. Δίνεται ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ και η διαγώνιός του ΑΓ. Αν Ε τυχαίο σημείο της ΑΓ τότε να δείξετε ότι ΒΕ = ΔΕ .



Χωρίς σχήμα

9. Έστω δύο τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄ τα οποία έχουν α = α΄, β = β΄ κι επιπλέον $μ_β = μ_β΄$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

10. Έστω ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Κ, Λ, Μ πάνω στις πλευρές του ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, αντίστοιχα, έτσι ώστε ΑΚ = ΒΛ = ΓΜ . Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ισόπλευρο, επίσης.

11. Σε έναν κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ, παίρνουμε τρία διαδοχικά σημεία Α, Β, Γ. Φέρνουμε τη μεσοκάθετο της χορδής ΒΓ, η οποία τέμνει την ΑΓ στο σημείο Δ. Να δείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα ΟΔΒ και ΟΔΓ είναι ίσα.

β. Οι γωνίες $O\hat{A}Δ$ και $O\hat{B}Δ$ είναι ίσες.

Υπόδειξη: Θυμίζουμε ότι η μεσοκάθετος μιας οποιασδήποτε χορδής ενός κύκλου διέρχεται υποχρεωτικά από το κέντρο του.

12. Αν δύο τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄ είναι ίσα, τότε να αποδείξετε ότι $\mu_\alpha = \mu_\alpha'$ και $\delta_\alpha = \delta_\alpha'$.

13. Έστω δύο ομόκεντροι κύκλοι, με κέντρο Ο και ακτίνες $\rho_1 > \rho_2$. Αν ΑΒ είναι μια διάμετρος του ενός κύκλου και ΓΔ μια διάμετρος του άλλου, τότε να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΒΟΔ είναι ίσα. Στη συνέχεια, να συγκρίνετε τις απέναντι πλευρές του τετραπλεύρου ΑΓΒΔ.

14. Να αποδείξετε ότι αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ:

α. το ύψος του ΑΔ είναι και διάμεσος, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές, με βάση ΒΓ.

β. το ύψος του ΑΔ είναι και διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές, με βάση ΒΓ.

15. Να δείξετε ότι αν ένα τρίγωνο έχει δυο ύψη ίσα, τότε είναι ισοσκελές.

16. Στις ίσες πλευρές ΑΒ, ΑΓ ενός ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ, παίρνουμε αντίστοιχα σημεία Ε, Δ τέτοια, ώστε ΑΕ = ΑΔ. Αν Ζ είναι το σημείο τομής των ΒΔ και ΕΓ, τότε να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΖΓ είναι ισοσκελές.

17. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και τυχαίο σημείο Κ, της πλευράς ΑΒ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΓ (προς το μέρος του Γ) κατά τμήμα ΓΔ = ΚΒ. Ονομάζουμε Μ το σημείο, στο οποίο η ΚΔ τέμνει τη βάση ΒΓ. Τέλος, προεκτείνουμε τη βάση ΒΓ (προς το μέρος του Β) κατά τμήμα ΒΕ = ΜΓ.

α. Να δείξετε ότι ΚΕ = ΜΔ και $K\hat{E}B = \Gamma\hat{M}\Delta$.

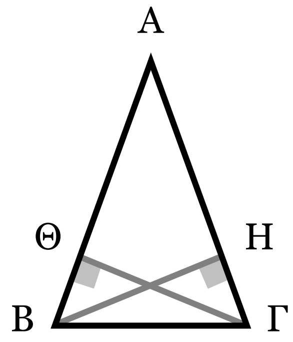
β. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΚΕΜ είναι ισοσκελές.

γ. Να δείξετε ότι ΚΜ = ΜΔ .

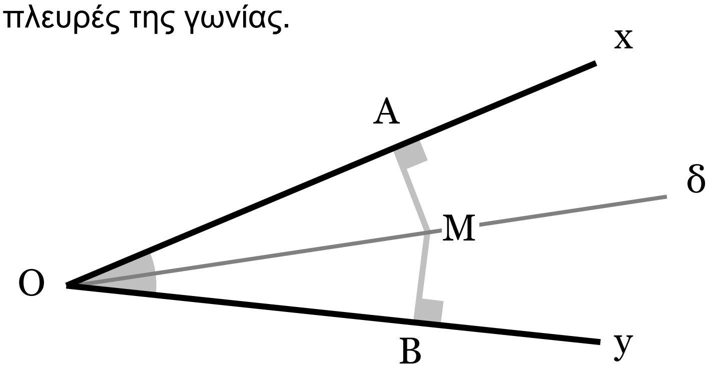
Ισότητα Ορθογωνίων Τριγώνων

Με σχήμα

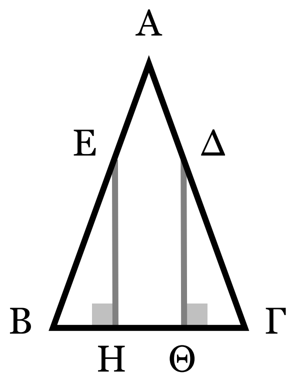
18. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Φέρνουμε τα ύψη ΒΗ και ΓΘ. Να αποδείξετε ότι ΒΗ = ΓΘ .



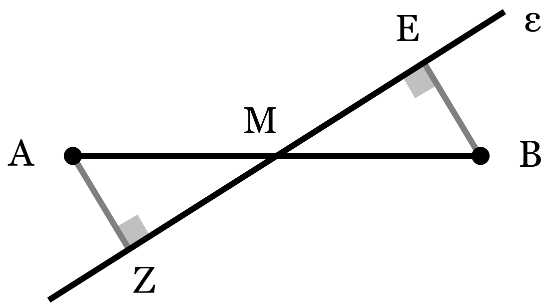
19. Να δείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου Οδ μιας γωνίας $x\hat{O}y$ ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.



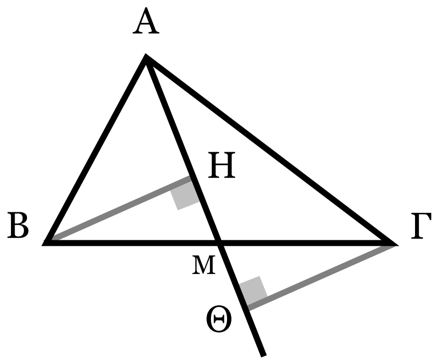
20. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και Ε, Δ σημεία στις πλευρές του, έτσι ώστε ΒΕ = ΔΘ. Να δείξετε ότι τα σημεία Ε και Δ ισαπέχουν από τη βάση ΒΓ.



21. Έστω ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, το μέσον του Μ και (ε) μια τυχαία ευθεία η οποία διέρχεται από το Μ . Να αποδείξετε ότι τα άκρα Α και Β ισαπέχουν από την ευθεία (ε).



22. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ, την οποία και προεκτείνουμε πέραν του σημείου Μ. Να δείξετε ότι οι κορυφές Β και Γ του τριγώνου ισαπέχουν από τη διάμεσο ΑΜ.



Χωρίς σχήμα

23. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και το μέσο Μ της βάσης ΒΓ.

α. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις ΜΚ και ΜΛ , του σημείου Μ από τις ίσες πλευρές ΑΒ και ΑΓ, είναι ίσες.

β. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΚΛ είναι ισοσκελές.

24. Έστω δυο τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄, για τα οποία ισχύει $α = α'$, $β = β'$ και $υ_α = υ_α'$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

25. Έστω δυο τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄, για τα οποία ισχύει $α = α'$, $μ_α = μ_α'$ και $υ_α = υ_α'$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

26. Σε κύκλο με κέντρο Ο, φέρνουμε τη διάμετρο ΑΒ και τις ίσες χορδές ΑΓ, ΒΔ. Να δείξετε ότι ΑΔ = ΒΓ.

27. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^o$) και Μ το μέσο της υποτείνουσας ΒΓ. Από το Μ φέρνουμε τις κάθετες ΜΕ και ΜΔ, προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ, αντίστοιχα. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΔΜ και ΜΕΒ είναι ίσα.