

Διαγώνισμα Τριώνυμα / Α' ομάδα

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-5}{9} = \frac{3x+4}{6} - \frac{7-2x}{3} \quad (2,5 \text{ μονάδες})$$

2. Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων:

$$\begin{cases} x + 11 \leq 3(5x - 1) \\ \text{και} \\ 2x - 5 < 7 - x \end{cases} \quad (2,5 \text{ μονάδες})$$

3. Να λυθεί η εξίσωση: $x^2 + x - 2 = 0$ (2,5 μονάδες)

4. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x^2-1}{3} - \frac{x+3}{5} = x - 2$ (2,5 μονάδες)

5. Να λύσετε την εξίσωση: $2x(2x-3) = 4 - 5(x^2 + 1)$ (2,5 μονάδες)

6. Αν το x είναι η μεταβλητή και το λ η παράμετρος, ν.β. τις συνθήκες για το λ ε.ω.

$$x^2 + 2x + 1 - \lambda = 0 \quad \text{να έχει μία τουλάχιστον λύση.} \quad (2,5 \text{ μονάδες})$$

7. Να παραγοντοποιήσετε και να απλοποιήσετε την αλγεβρική παράσταση:

$$\frac{x^2 - x - 2}{6 - 3x} \quad (2,5 \text{ μονάδες})$$

8. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^3 + 8x^2 - 24x = 0$ (3 μονάδες)

9. Να λύσετε την εξίσωση: $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$ (3,5 μονάδες)

10. Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 - \alpha x - 2\alpha^2 = 0$ (3,5 μονάδες)

Λύνετε ή τα 7 πρώτα θέματα ή τα 7 τελευταία, καλή επιτυχία.

A' ορίζεται

$$\textcircled{1} \quad \frac{\overset{2}{X-5}}{9} = \frac{\overset{3}{3X+4}}{6} - \frac{\overset{6}{7-2X}}{3}$$

$$2(X-5) = 3(3X+4) - 6(7-2X)$$

$$2X - 10 = 9X + 12 - 42 + 12X$$

$$2X - 10 = 21X - 30$$

$$2X - 21X = 10 - 30$$

$$-19X = -20 \Rightarrow X = \frac{20}{19}$$

$$\textcircled{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x+11 \leq 3(5x-1) \\ 2x-5 < 7-x \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+11 \leq 15x-3 \\ 2x+x < 7+5 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 11+3 \leq 15x-x \\ 3x < 12 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 14 \leq 14x \\ x < 4 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq 1 \\ x < 4 \end{array} \right.$$

$$x = 1, 2, 3$$

A₂

3

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{array}{l} \frac{2}{2} = 1 \\ -\frac{4}{2} = -2 \end{array}$$

4

$$\frac{\overset{5}{x^2-1}}{3} - \frac{\overset{3}{x+3}}{5} = \frac{\overset{15}{x-2}}{1}$$

$$5(x^2-1) - 3(x+3) = 15(x-2)$$

$$5x^2 - 5 - 3x - 9 = 15x - 30$$

$$5x^2 - 3x - 14 - 15x + 30 = 0$$

$$5x^2 - 18x + 16 = 0$$

$$\Delta = 324 - 20 \cdot 16 = 324 - 320 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{18 \pm 2}{10} \rightarrow \begin{array}{l} \frac{20}{10} = 2 \\ \frac{16}{10} = \frac{8}{5} \end{array}$$

5

$$2x(2x-3) = 4 - 5(x^2+1)$$

$$4x^2 - 6x = 4 - 5x^2 - 5$$

$$5x^2 + 4x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(3x-1)^2 = 0 \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

6

A3

$$x^2 + 2x + 1 - \lambda = 0$$

$$a=1, \quad b=2, \quad \gamma=1-\lambda$$

$$\Delta = 4 - 4(1-\lambda) = 4 - 4 + 4\lambda = 4\lambda$$

Έχει για τουλάχισ. λύση $\Rightarrow \Delta \geq 0 \Rightarrow 4\lambda \geq 0$
 $\Rightarrow \lambda \geq 0$.

7

$$\frac{x^2 - x - 2}{6 - 3x} = A$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9 \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

$$A = \frac{(x-2)(x+1)}{3(2-x)} = \frac{(x-2)(x+1)}{-3(x-2)} = -\frac{x+1}{3}$$

8

$$2x^3 + 8x^2 - 24x = 0$$

$$2x(x^2 + 4x - 12) = 0$$

$$\begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow X = 0 \\ \vee \\ x^2 + 4x - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 16 + 48 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 8}{2} \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-12}{2} = -6 \end{cases}$$

$$-6$$

$$X^4 - 7X^2 - 18 = 0$$

$$W^2 - 7W - 18 = 0$$

$$\Delta = 49 + 72 = 121$$

$$W_{1,2} = \frac{7 \pm 11}{2} \rightarrow \begin{cases} \frac{18}{2} = 9 \\ -\frac{4}{2} = -2 \end{cases}$$

$\Xi \in \mathcal{D} \hat{\Xi} T W$

$$\rightarrow W = 9 \Rightarrow X^2 = 9 \Rightarrow X = \pm 3$$

$$\rightarrow W = -2 \Rightarrow X^2 = -2, \text{ adic.}$$

$$X^2 - aX - 2a^2 = 0$$

$$\Delta = a^2 + 8a^2 = 9a^2$$

$$X_{1,2} = \frac{a \pm 3a}{2} \rightarrow \begin{cases} \frac{4a}{2} = 2a \\ -\frac{2a}{2} = -a \end{cases}$$