2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΘΕΩΡΙΑ

Α) ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ

- Εξίσωση πρώτου βαθμού με έναν άγνωστο λέμε κάθε ισότητα της μορφής: $\alpha x+\beta=0 \quad \mu\varepsilon \quad \alpha\neq 0$
  Ο x είναι ο άγνωστος της εξίσωσης, ενώ οι α και β είναι σταθερές παραστάσεις που δεν εξαρτώνται από τον x. Ο α λέγεται συντελεστής του αγνώστου και ο β σταθερός ή γνωστός όρος.
- Ρίζα ή λύση της εξίσωσης αυτής, λέμε τον αριθμό που επαληθεύει την εξίσωση (δηλαδή τον αριθμό που αν αντικαταστήσει τον x στην εξίσωση, προκύπτει ισότητα που αληθεύει).
- Επίλυση μιας εξίσωσης λέμε τη διαδικασία με την οποία βρίσκουμε τη λύση της.
- Για να επιλύσουμε μια εξίσωση πρώτου βαθμού, εργαζόμαστε ως εξής:
  - Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών, αν υπάρχουν.
  - Εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς και απαλείφουμε τις παρενθέσεις.
  - Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους, ώστε οι άγνωστοι να είναι στο ένα μέλος και οι γνωστοί στο άλλο.
  - Διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου και τα δυο μέλη της εξίσωσης.
- Για τη λύση της εξίσωσης $\alpha x+\beta=0$ διακρίνουμε τις περιπτώσεις:
  - Αν $\alpha\neq 0$, η εξίσωση έχει μοναδική λύση την $x=-\dfrac{\beta}{\alpha}$.
  - Αν $\alpha=0$ και $\beta\neq 0$, η εξίσωση είναι αδύνατη.
  - Αν $\alpha=0$ και $\beta=0$, η εξίσωση είναι ταυτότητα ή αόριστη.

Β) ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

- Εξίσωση δευτέρου βαθμού με έναν άγνωστο λέμε κάθε παράσταση της μορφής: $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0 \quad \mu\varepsilon \quad \alpha\neq 0$.
- Για να λύσουμε την εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$, εργαζόμαστε ως εξής:
  - Υπολογίζουμε την τιμή της διακρίνουσας από τον τύπο: $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$
  - Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:
    - Αν $\Delta>0$, έχουμε δύο πραγματικές ρίζες, οι οποίες προκύπτουν από τον τύπο: $x=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
    - Αν $\Delta=0$, έχουμε μία διπλή πραγματική ρίζα, η οποία δίνεται από τη σχέση: $x_0=-\dfrac{\beta}{2\alpha}$
    - Αν $\Delta<0$, τότε η εξίσωση δεν έχει λύση στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

- Αν γνωρίζουμε τις ρίζες (λύσεις) x_1, x_2 της $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0 \quad \mu\varepsilon \quad \alpha\neq 0$, τότε θα μπορούμε να γράψουμε το αντίστοιχο τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ υπό τη μορφή γινομένου ως εξής: $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$

- Όταν θα θέλουμε να παραγοντοποιήσουμε ένα τριώνυμο:
  - θα βρίσκουμε τις ρίζες της αντίστοιχης εξίσωσης και θα χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$
  - Στην περίπτωση που οι ρίζες είναι ίσες, $x_1 = x_2 = x_0$ τότε θα χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_0)^2$
  - Αν το τριώνυμο δεν έχει ρίζες, τότε δεν παραγοντοποιείται.

Γ) ***ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ***

- Για να επιλύσουμε μια ανίσωση πρώτου βαθμού, εργαζόμαστε ως εξής:
  - Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών, αν υπάρχουν.
  - Εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς και απαλείφουμε τις παρενθέσεις.
  - Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους, ώστε οι άγνωστοι να είναι στο ένα μέλος και οι γνωστοί στο άλλο.
  - Διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου και τα δυο μέλη της ανίσωσης (προσοχή: αν ο συντελεστής του αγνώστου είναι αρνητικός αλλάζουμε τη φορά της ανίσωσης).
  - Αν προκύψει ανίσωση της μορφής $0\,x < b$ ή $0\,x > b$ ελέγχουμε αν ισχύει η ανισότητα που έχει προκύψει:
    - Αν ισχύει η ανισότητα (πχ $0 < 5$ ή $0 > -7$) λέμε ότι «**η ανίσωση αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x**».
    - Αν δεν ισχύει η ανισότητα (πχ $0 < -5$ ή $0 > 7$) λέμε ότι «**η ανίσωση είναι αδύνατη**».

<u>ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ</u>

1. Να σημειώσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί και ποιοι λάθος.
   a. Η εξίσωση $\alpha x = 0$ είναι αδύνατη.
   b. Η εξίσωση $2x = 2$ είναι ταυτότητα.
   c. Η εξίσωση $3x + 1 = 0$ έχει λύση την $x = \frac{1}{3}$.
   d. Οι εξισώσεις $-2x + 4 = 6$ και $3x + 3 = 0$ έχουν κοινή λύση.
   e. Η εξίσωση $x = x$ είναι ταυτότητα.
2. Να βρείτε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις:
   a. Αν $4x^2 = 2x - 5$, τότε είναι $\alpha = 4, \quad \beta = 2 \quad \kappa\alpha\iota \quad \gamma = -5$.
   b. Αν $-3x^2 = -x + 6$, τότε είναι $\alpha = 3, \quad \beta = -1 \quad \kappa\alpha\iota \quad \gamma = 6$.
   c. Αν $x^2 = -5x + 7$, τότε είναι $\alpha = -1, \quad \beta = -5 \quad \kappa\alpha\iota \quad \gamma = -7$.
   d. Αν $-x = 2x^2 - 7$, τότε είναι $\alpha = 2, \quad \beta = 1 \quad \kappa\alpha\iota \quad \gamma = -7$.
3. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις.
   Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \quad \alpha \neq 0$:
   a. Έχει λύση στο σύνολο $\Re$, όταν $\Delta\ldots$
   b. Έχει δύο ρίζες στο σύνολο $\Re$, όταν $\Delta\ldots$
   c. Έχει δύο ίσες ρίζες στο σύνολο $\Re$, όταν $\Delta\ldots$
   d. Δεν έχει λύση στο σύνολο $\Re$ (είναι αδύνατη), όταν $\Delta\ldots$