

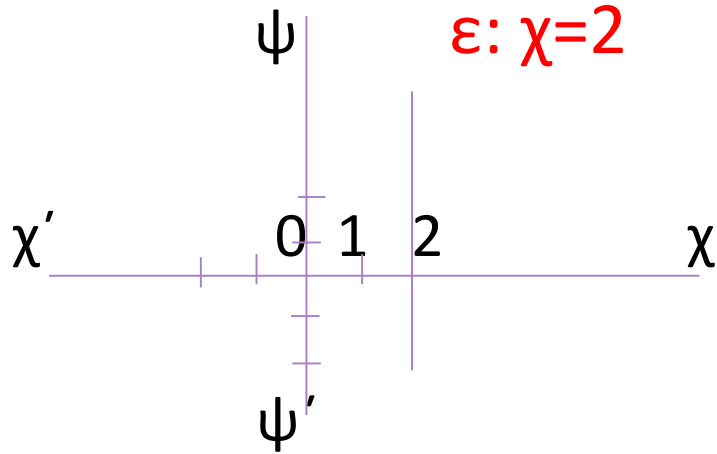
2^ο ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΡΤΕΜΙΔΑΣ

ΕΥΘΕΙΕΣ

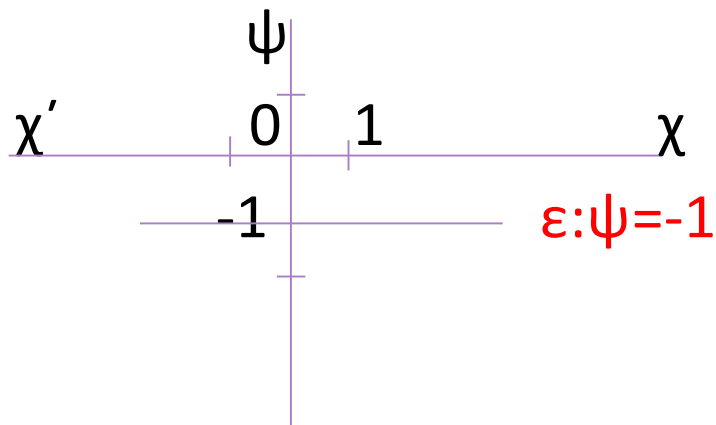
ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΤΖΩΡΤΖΗΣ

- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha x$, είναι ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων
(χρειάζεται δύο σημεία για να γίνει η γραφική της παράσταση).
- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha x + \beta$, είναι και αυτή ευθεία που δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων αν $\beta \neq 0$
(χρειάζεται δύο σημεία για να γίνει η γραφική της παράσταση).

- Οι ευθείες της μορφής $\chi = c$
(π.χ η ευθεία $\chi=2$) είναι ευθείες κάθετες στον $\chi'\chi$.



- Οι ευθείες της μορφής $\psi = c$ (π.χ η ευθεία $\psi=-1$)
είναι ευθείες κάθετες στον $\psi\psi'$



ΜΟΡΦΕΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

- $\psi = \alpha\chi$
- $\psi = \alpha\chi + \beta$
- $\chi = c$
- $\psi = c$

ΜΕΘΟΔΟΙ

ΜΕΘΟΔΟΣ 1:

- Για να είναι παράλληλες δύο ευθείες πρέπει να έχουν **ίδιο** συντελεστή διεύθυνσεως.

ΔΗΛΑΔΗ: Έστω οι ευθείες

$$\varepsilon_1: \psi = \alpha_1 \chi + \beta_1 \text{ και } \varepsilon_2: \psi = \alpha_2 \chi + \beta_2$$

$$\text{Ισχύει ότι: } \varepsilon_1 // \varepsilon_2 \leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2.$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Οι ευθείες

$$\varepsilon_1: \psi = 3\chi, \quad \varepsilon_2: \psi = 3\chi + 2 \text{ και } \varepsilon_3: \psi = 3\chi - 4$$

είναι παράλληλες γιατί έχουν συντελεστή διεύθυνσεως 3.

ΜΕΘΟΔΟΣ 2:

Για να δω αν ένα σημείο ανήκει σε μία δεδομένη ευθεία αρκεί να αντικαταστήσω το x του σημείου στην εξίσωση της ευθείας και να διαπιστώσω αν το y που θα βρω είναι το ίδιο με του σημείου.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Έστω η ευθεία $y = 3x - 2$

Το σημείο $A(-1, -5)$ **ανήκει** στην ευθεία γιατί αν θέσουμε όπου $x = -1$ ισχύει ότι: $y = 3 \cdot (-1) - 2 = -5$.

Ενώ το σημείο $B(2, 7)$ **δεν ανήκει** στην ευθεία γιατί αν θέσουμε όπου $x = 2$ ισχύει ότι: $y = 3 \cdot 2 - 2 = 4$.

ΜΕΘΟΔΟΣ 3:

- Για να βρούμε που η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης τέμνει τον άξονα $x'x$ θέτω όπου $\psi=0$ και βρίσκω το x . Το σημείο θα είναι το $(x,0)$,
- Αντίστοιχα : για να βρούμε που η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης τέμνει τον άξονα $\psi'\psi$ θέτω όπου $x=0$ και βρίσκω το ψ . Το σημείο θα είναι το $(0,\psi)$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας $\psi = 2x - 4$ με τους άξονες $x'x$ και $\psi'\psi$.

ΛΥΣΗ: Για να βρω που η ευθεία τέμνει τον $x'x$

θέτω $\psi=0$ και έχω : $0 = 2x - 4 \Leftrightarrow -2x = -4 \Leftrightarrow x = 2$

άρα τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $(2,0)$.

Για να βρω που η ευθεία τέμνει τον $\psi'\psi$ θέτω $x=0$

και έχω : $\psi = 2 \cdot 0 - 4 \Leftrightarrow \psi = -4$

άρα τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $(0,-4)$.

ΜΕΘΟΔΟΣ 4:

Για να βρω την εξίσωση ευθείας που διέρχεται από δεδομένα σημεία ξεκινώ με την φράση είναι της μορφής : $\psi = \alpha\chi + \beta$ και αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες των σημείων βρίσκω τα α και β .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A (0,-3) και B(2, 1).

ΛΥΣΗ: Είναι της μορφής : $\psi = \alpha \cdot \chi + \beta$

Διέρχεται από το A (0,-3) άρα: $-3 = \alpha \cdot 0 + \beta \leftrightarrow \beta = -3$

Διέρχεται από το B (2,1) άρα:

$$1 = \alpha \cdot 2 - 3 \leftrightarrow -2 \cdot \alpha = -1 - 3 \leftrightarrow -2 \cdot \alpha = -4 \leftrightarrow \alpha = 2.$$

Άρα η εξίσωση της ευθείας είναι η : $\psi = 2\chi - 3$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1: Ποιές από τις παρακάτω ευθείες είναι παράλληλες μεταξύ τους;

$$\varepsilon_1: \psi = -2\chi + 5$$

$$\varepsilon_2: \psi = \chi - 5$$

$$\varepsilon_3: \psi = 7 - 2\chi$$

$$\varepsilon_4: \psi = \chi + 5$$

$$\varepsilon_5: \psi = \chi$$

$$\varepsilon_6: \psi = -2\chi$$

ΑΣΚΗΣΗ 2: Ποιά από τα σημεία A(1,1) , B(0,3) , Γ(-1,5), Δ(0,0) και E(2,3) είναι σημεία της ευθείας $\psi = 2\chi - 1$.

ΑΣΚΗΣΗ 3: Ποιά από τα σημεία A(2,1) , B(1,6) , Γ(-1,4), Δ(0,0) και E(3,-1) είναι σημεία της ευθείας $\psi = 4\chi + 2$.

ΑΣΚΗΣΗ 4: Να βρεθούν τα σημεία τομής της $\psi = 2\chi - 4$ με τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$.
Να επαληθεύσετε το αποτέλεσμα γραφικά.

ΑΣΚΗΣΗ 5: Να βρεθούν τα σημεία τομής της $\psi = 3\chi - 6$ με τους άξονες $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$.
Να επαληθεύσετε το αποτέλεσμα γραφικά.

ΑΣΚΗΣΗ 6: Να βρεθεί το α ώστε οι ευθείες

$\varepsilon_1: \psi = (2\alpha + 1)\chi + 2$ και $\varepsilon_2: \psi = (\alpha + 2)\chi - 1$ να είναι παράλληλες.

Για την τιμή του α που βρήκατε να γράψετε τις εξισώσεις των ευθειών και κάνετε τις γραφικές τους παραστάσεις.

ΑΣΚΗΣΗ 7: Να βρεθεί το α ώστε οι ευθείες

$\varepsilon_1: \psi = (3\alpha - 2)\chi + 1$ και $\varepsilon_2: \psi = (\alpha + 2)\chi - 2$ να είναι παράλληλες.

Για την τιμή του α που βρήκατε να γράψετε τις εξισώσεις των ευθειών και κάνετε τις γραφικές τους παραστάσεις.

ΑΣΚΗΣΗ 8: Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A (0,3) και από το B(1,5).

ΑΣΚΗΣΗ 9: Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A (0,1) και από το B(2,-1).