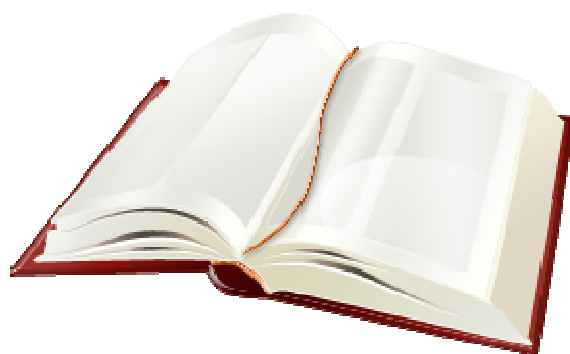
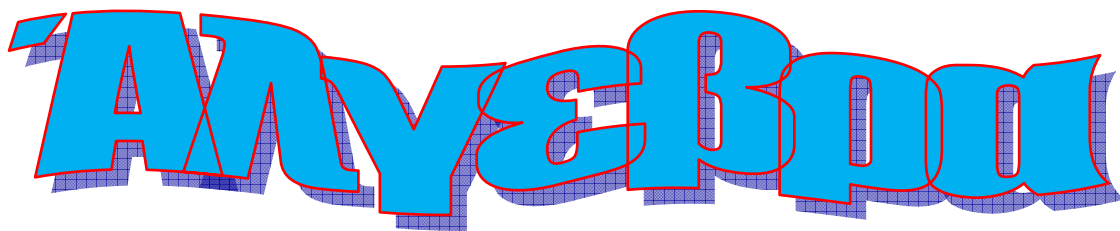


# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α Γυμνασίου

Ερωτήσεις Θεωρίας





## 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Φυσικοί Αριθμοί

### 1.1 Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη φυσικών – Στρογγυλοποίηση

1. Ποιοι φυσικοί αριθμοί ονομάζονται άρτιοι και ποιοι περιττοί;  
 Άρτιοι ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2 (π.χ. 2, 4, 6, 8,...)  
 Περιττοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν διαιρούνται με το 2 (π.χ. 3, 5,...)

### 1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

2. Να αναφέρετε τις ιδιότητες της πρόσθεσης;
  - $\alpha + \beta = \beta + \alpha$  (αντιμεταθετική)
  - $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$  (προσεταιριστική)
  - $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$  (το 0 είναι το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης)
3. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;
  - $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$  (αντιμεταθετική)
  - $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$  (προσεταιριστική)
  - $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$  (το 1 είναι το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού)
  - $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$  (επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση)
  - $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$  (επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση)

### 1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών

4. Τι ονομάζουμε δύναμη ενός φυσικού αριθμού;  
 Το γινόμενο  $\alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha$  που έχει  $n$  παράγοντες ίσους με το  $\alpha$ , λέγεται δύναμη του  $\alpha$  στην  $n$  ή νιοστή δύναμη του  $\alpha$  και συμβολίζεται με  $\alpha^n$ . Το  $\alpha$  λέγεται βάση της δύναμης και το  $n$  εκθέτης.
5. Να αναφέρεται τις ιδιότητες των δυνάμεων;
  - $\alpha^1 = \alpha$
  - $1^n = 1$

### 1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών

6. Τι ονομάζουμε Ευκλείδεια Διαίρεση;  
 Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί  $\Delta$  και  $\delta$ , τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί  $\pi$  και  $\nu$  τέτοιοι ώστε να ισχύει η σχέση  $\Delta = \delta \cdot \pi + \nu$ . Αυτή η σχέση ονομάζεται Ευκλείδεια Διαίρεση. Ο  $\Delta$  ονομάζεται διαιρετέος, ο  $\delta$  διαιρέτης, ο  $\pi$  πηλίκο και ο  $\nu$  υπόλοιπο. Αν ισχύει  $\Delta = \delta \cdot \pi$ , δηλαδή  $\nu = 0$ , η διαίρεση ονομάζεται τέλεια.

#### 1.4 Χαρακτήρες διαιρετότητας – ΜΚΔ – ΕΚΠ – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

7. Τι είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;  
Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών είναι το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών.
8. Τι είναι ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών;  
Ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης δύο αριθμών ονομάζεται Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) των αριθμών αυτών.
9. Ποιος αριθμός ονομάζεται πρώτος αριθμός;  
Κάθε αριθμός που έχει διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1 λέγεται πρώτος.
10. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους;  
Δύο αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους όταν  $\text{ΜΚΔ}(\alpha, \beta) = 1$ .
11. Τι είναι τα κριτήρια διαιρετότητας; Να αναφέρετε τα κριτήρια διαιρετότητας;  
Κριτήρια διαιρετότητας με 2, 3, 4, 5, 9, 10 ή 25 λέγονται οι κανόνες με τους οποίους μπορούμε να συμπεραίνουμε, χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση, αν ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με τους αριθμούς αυτούς.
  - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10 αν λήγει σε μηδενικό.
  - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 αν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0, 2, 4, 6, 8.
  - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν λήγει σε 0 ή 5.
  - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3 ή το 9 αντίστοιχα.
  - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 4 ή το 25, αν τα δύο τελευταία ψηφία του σχηματίζουν αριθμό που διαιρείται με το 4 ή το 25 αντίστοιχα.
12. Τι είναι το Κόσκινο του Ερατοσθένη;  
Το Κόσκινο του Ερατοσθένη είναι μία απλή διαδικασία που επινόησε ο Ερατοσθένης για να βρίσκει όλους τους πρώτους αριθμούς που είναι μικρότεροι από δοσμένο αριθμό.

## 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Κλάσματα

### 2.2 Ισοδύναμα κλάσματα

13. Ποια κλάσματα ονομάζονται ισοδύναμα;

Δύο κλάσματα  $\frac{\alpha}{\beta}$  και  $\frac{\gamma}{\delta}$  λέγονται ισοδύναμα όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών. Επειδή ακριβώς εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους είναι και ίσα και γράφουμε  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ . Επίσης ισχύει  $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$ .

*14. Πως πολλαπλασιάζουμε και πως διαιρούμε δύο κλάσματα;*

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα δημιουργούμε ένα καινούριο κλάσμα που έχει ως αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών των δύο κλασμάτων και ως παρανομαστή το γινόμενων των δύο παρανομαστών.

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δευτέρου κλάσματος και αντί για διαίρεση κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

*15. Τι ονομάζεται απλοποίηση κλάσματος;*

Η διαδικασία κατά την οποία διαιρούμε και τον αριθμητή και τον παρανομαστή του κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, για να προκύψει ένα ισοδύναμο κλάσμα με μικρότερους αριθμούς ονομάζεται απλοποίηση κλάσματος.

*16. Ποιο κλάσμα ονομάζεται ανάγωγο;*

Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί, δηλαδή δεν υπάρχει κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρανομαστή, λέγεται ανάγωγο.

*17. Ποια κλάσματα λέγονται ετερόνυμα και ποια ομώνυμα;*

Ομώνυμα ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρανομαστή. Ετερόνυμα ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρανομαστές.

**2.3 Σύγκριση κλασμάτων***18. Πως συγκρίνουμε δύο κλάσματα;*

- Από δύο ομώνυμα κλάσματα εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι και το μεγαλύτερο.
- Για να συγκρίνουμε ετερόνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και συγκρίνουμε τους αριθμητές τους, όπως παραπάνω.
- Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρανομαστή.

**2.4 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων***19. Πως προσθέτουμε και πως διαιρούμε κλάσματα;*

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε ή αφαιρούμε τους αριθμητές των κλασμάτων και ως παρανομαστή του νέου κλάσματος μπαίνει ο κοινός παρανομαστής. Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερόνυμα κλάσματα, πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

*20. Ποιος αριθμός ονομάζεται μεικτός;*

Μεικτός αριθμός ονομάζεται ο αριθμός που παριστάνει το άθροισμα ενός ακεραίου με ένα κλάσμα μικρότερο της μονάδας.

**2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων***21. Ποια κλάσματα λέγονται αντίστροφα;*

Τα κλάσματα που έχουν γινόμενο ίσο με τη μονάδα ονομάζονται αντίστροφα.

22. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού στα κλάσματα.

- $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta}$  αντιμεταθετική
- $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left( \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta} \right) = \left( \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} \right) \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta}$  προσεταιριστική
- $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left( \frac{\gamma}{\delta} \pm \frac{\varepsilon}{\zeta} \right) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} \pm \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\varepsilon}{\zeta}$  επιμεριστική
- $1 \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot 1 = \frac{\alpha}{\beta}$  ουδέτερο στοιχείο

## 2.6 Διαίρεση κλασμάτων

23. Τι ονομάζουμε σύνθετο κλάσμα;

Ένα κλάσμα του οποίου ένας τουλάχιστον όρος του (αριθμητής ή παρανομαστής) είναι κλάσμα, ονομάζεται σύνθετο κλάσμα.

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

Η παράγραφος 2.1 δεν περιέχει θεωρία.

## 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Δεκαδικοί αριθμοί

### 3.1 Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί – Διάταξη δεκαδικών αριθμών

24. Ποιο κλάσμα ονομάζεται δεκαδικό;

Δεκαδικό κλάσμα λέγεται το κλάσμα που έχει παρανομαστή μία δύναμη του 10.

25. Ποια είναι η μορφή ενός δεκαδικού αριθμού;

Σε κάθε δεκαδικό αριθμό διακρίνουμε το ακέραιο μέρος και το δεκαδικό μέρος, τα οποία χωρίζονται με την υποδιαστολή.

### 3.4 Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών

26. Τι ονομάζουμε τυποποιημένη μορφή δεκαδικού αριθμού;

Ένας μεγάλος αριθμός μπορεί να γραφεί στη μορφή  $\alpha \cdot 10^n$ , δηλαδή ως γινόμενο ενός αριθμού  $\alpha$  επί μία δύναμη του 10. Τη μορφή αυτή την ονομάζουμε τυποποιημένη. Ο αριθμός  $\alpha$  είναι ένας δεκαδικός αριθμός με ακέραιο ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο ή ίσο του 10.

### 3.5 Μονάδες μέτρησης

27. Να αναφέρετε τις μονάδες μέτρησης του μήκους.

Η βασική μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το μέτρο (συμβολίζεται με  $m$ )

Υποδιαιρέσεις του μέτρου

- 1 δεκατόμετρο ή παλάμη ( $dm$ )
- 1 εκατοστόμετρο ή πόντος ( $cm$ )

- 1 χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό ( $mm$ )

Πολλαπλάσια του μέτρου

- 1 χιλιόμετρο ( $km$ )
- 1 ναυτικό μίλι

$$1m = 10dm = 100cm = 1000mm$$

$$1km = 1000m$$

$$1dm = 10cm = 100mm$$

$$1\text{ ναυτικό μίλι} = 1852m$$

$$1cm = 10mm$$

28. Να αναφέρετε τις μονάδες μέτρησης του εμβαδού.

Η βασική μονάδα μέτρησης του εμβαδού είναι το τετραγωνικό μέτρο (συμβολίζεται με  $m^2$ )

Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου

- 1 τετραγωνικό δεκατόμετρο ή τετραγωνική παλάμη ( $dm^2$ )
- 1 τετραγωνικό εκατοστόμετρο ή τετραγωνικός πόντος ( $cm^2$ )
- 1 τετραγωνικό χιλιοστόμετρο ( $mm^2$ )

Πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου

- 1 τετραγωνικό χιλιόμετρο ( $km^2$ )
- 1 στρέμμα

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

$$1km^2 = 1000000m^2$$

$$1dm^2 = 100cm^2 = 10000mm^2$$

$$1\text{ στρέμμα} = 1000m^2$$

$$1cm^2 = 100mm^2$$

29. Να αναφέρετε τις μονάδες μέτρησης του όγκου.

Η βασική μονάδα μέτρησης του όγκου είναι το κυβικό μέτρο (συμβολίζεται με  $m^3$ ), που είναι ο όγκος ενός κύβου πλευράς ενός μέτρου.

Υποδιαιρέσεις του κυβικού μέτρου

- 1 κυβικό δεκατόμετρο ( $dm^3$ ) ή λίτρο (lt)
- 1 κυβικό εκατοστόμετρο ( $cm^3$ ) ή χιλιοστόλιτρο (ml)
- 1 κυβικό χιλιοστόμετρο ( $mm^3$ )

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000000000mm^3$$

$$1lt = 1dm^3 = 0,001m^3$$

$$1dm^3 = 1000cm^3 = 1000000mm^3$$

$$1ml = 1cm^3 = 0,000001m^3$$

$$1cm^3 = 1000mm^3$$

30. Να αναφέρετε τις μονάδες μέτρησης του χρόνου.

Η βασική μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι το δευτερόλεπτο (συμβολίζεται με  $s$ )

Πολλαπλάσια του δευτερολέπτου

- 1 λεπτό (min)
- 1 ώρα (h)

- 1 ημέρα ( $d$ )  
 $1 \text{ min} = 60 s$   
 $1 h = 60 \text{ min} = 3600 s$   
 $1 d = 24 h = 1440 \text{ min} = 86400 s$

31. Να αναφέρετε τις μονάδες μέτρησης της μάζας.

Η βασική μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το χιλιόγραμμα ή κιλό (συμβολίζεται με  $kg$ )

Υποδιαιρέσεις του κιλού

- 1 γραμμάριο ( $g$ )
- 1 χιλιοστόγραμμα ( $mg$ )

Πολλαπλάσια του κιλού

- 1 τόνος ( $t$ )  
 $1 kg = 1000 g = 1000000 mg$   
 $1 g = 1000 mg$   
 $1 t = 1000 kg$

Οι παράγραφοι 3.2 και 3.3 δεν περιέχουν θεωρία.

## 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Εξισώσεις και προβλήματα

### 4.1 Η έννοια της εξίσωσης

32. Τι ονομάζουμε εξίσωση με έναν άγνωστο;

Εξίσωση με έναν άγνωστο ονομάζουμε μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (άγνωστος).

33. Τι ονομάζουμε λύση ή ρίζα της εξίσωσης και τι επίλυση αυτής;

Λύση ή ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός που όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την εξίσωση. Η διαδικασία μέσω της οποίας βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης ονομάζεται επίλυση.

34. Πότε μια εξίσωση λέγεται ταυτότητα ή αόριστη και πότε αδύνατη;

Μια εξίσωση λέγεται ταυτότητα ή αόριστη όταν όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις της και αδύνατη όταν κανένας αριθμός δεν την επαληθεύει.

Οι παράγραφοι 4.2 και 4.3 δεν περιέχουν θεωρία.

## 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Ποσοστά

### 5.1 Ποσοστά

35. Τι είναι το ποσοστό;

Το ποσοστό συμβολίζεται με  $\alpha\%$  και ισούται με το πηλίκο  $\frac{\alpha}{100}$ . Το σύμβολο  $\%$

διαβάζεται ποσοστό επί τις εκατό. Το ποσοστό  $\alpha\%$  του  $\beta$  ισούται με  $\frac{\alpha}{100} \cdot \beta$ .

### 5.2 Προβλήματα με ποσοστά

36. Με τι ισούται η τιμή ενός προϊόντος μετά την έκπτωση; Τι είναι ο τόκος;

τιμή προϊόντος μετά την έκπτωση = τιμή πριν την έκπτωση – ποσό της έκπτωσης

τόκος = κεφάλαιο · επιτόκιο

## 6<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Ανάλογα & αντιστρόφως ανάλογα ποσά

### 6.1 Παράσταση σημείων στο επίπεδο

37. Τι ονομάζουμε διατεταγμένο ζεύγος ενός σημείου  $A$ ;

Το ζεύγος  $(\alpha, \beta)$  του οποίου ο πρώτος αριθμός  $\alpha$  ονομάζεται τετμημένη του σημείου  $A$  και ο δεύτερος αριθμός  $\beta$  ονομάζεται τεταγμένη του σημείου  $A$ , ονομάζεται διατεταγμένο ζεύγος, επειδή έχει σημασία η διάταξη, δηλαδή η σειρά, με την οποία γράφονται οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  που το αποτελούν.

### 6.2 Λόγος δύο αριθμών - Αναλογία

38. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ομοειδών μεγεθών;

Λόγος δύο ομοειδών μεγεθών, που εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέτρησης είναι το πηλίκο των μέτρων τους.

39. Τι ονομάζουμε αναλογία;

Αναλογία ονομάζεται η ισότητα λόγων.

40. Τι ονομάζουμε κλίμακα;

Ο λόγος της απόστασης δύο σημείων μιας εικόνας ενός αντικειμένου προς τη πραγματική απόσταση των δύο αντιστοιχών σημείων του αντικειμένου ονομάζεται κλίμακα.

$$\text{κλίμακα} = \frac{\text{φανταστική απόσταση}}{\text{πραγματική απόσταση}}$$

41. Αν οι λόγοι των αντίστοιχων πλευρών δύο παραλληλογράμμων είναι ίσοι, τι ισχύει για το λόγο των περιμέτρων τους;

Αν οι λόγοι των αντίστοιχων πλευρών δύο παραλληλογράμμων είναι ίσοι, τότε αυτοί θα είναι ίσοι και με το λόγο των περιμέτρων τους.

**6.3 Ανάλογα ποσά –Ιδιότητες αναλόγων ποσών**

42. Ποια ποσά ονομάζονται ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ανάλογα εάν μεταβάλλονται με τον ίδιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

43. Τι ονομάζουμε συντελεστή αναλογίας και ποια σχέση συνδέει τα ανάλογα ποσά;

Δύο ποσά  $x$  και  $y$  είναι ανάλογα, όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο πηλίκο  $\frac{y}{x} = \alpha$ . Το πηλίκο  $\alpha$  λέγεται συντελεστής αναλογίας. Τα ανάλογα ποσά συνδέονται με τη σχέση  $y = \alpha \cdot x$ .

**6.6 Αντιστρόφως ανάλογα ποσά**

44. Τι γνωρίζεται για τα ανάλογα ποσά;

Τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη  $(x, y)$  των αναλόγων ποσών, βρίσκονται όλα σε μία ευθεία γραμμή, η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων  $O(0, 0)$ .

**6.6 Αντιστρόφως ανάλογα ποσά**

45. Ποια ποσά ονομάζονται αντιστρόφως ανάλογα;

Δύο μεγέθη είναι αντιστρόφως ανάλογα στην περίπτωση, που η μεταβολή τους είναι τέτοια ώστε όταν το ένα μέγεθος πολλαπλασιάζεται επί έναν αριθμό, το άλλο διαιρείται με τον ίδιο αριθμό.

46. Τι γνωρίζεται για τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά;

Όταν δύο ποσά  $x$  και  $y$  είναι αντιστρόφως ανάλογα, το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους παραμένει σταθερό, δηλαδή  $y \cdot x = \alpha$ . Τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη  $(x, y)$  βρίσκονται σε μία καμπύλη γραμμή, η οποία ονομάζεται υπερβολή.

Η παράγραφος 6.5 δεν περιέχει θεωρία.

**7<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί****7.1 Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου**

47. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;

Ομόσημοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο. Ετερόσημοι είναι οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

48. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί;

Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί, φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

**7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών**

49. Τι είναι η απόλυτη τιμή ενός αριθμού;

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού  $\alpha$  εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη  $\alpha$  από την αρχή των αξόνων και συμβολίζεται με  $|\alpha|$ .

50. Τι γνωρίζετε για την απόλυτη τιμή;

Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός. Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του. Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν. Οι αντίθετοι αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές, μιας και είναι ίση η απόσταση τους από το μηδέν.

51. Πως συγκρίνουμε τους ρητούς αριθμούς;

- Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό και μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.
- Ο μεγαλύτερος από δύο θετικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλον πάνω στον άξονα.
- Ο μεγαλύτερος από δύο αρνητικούς ρητούς είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλον πάνω στον άξονα.

**7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών**

52. Να αναφέρετε τους κανόνες προσήμων για την πρόσθεση ρητών;

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το κοινό τους πρόσημο.
- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

53. Να γράψετε τις ιδιότητες της πρόσθεσης;

- $\alpha + \beta = \beta + \alpha$  αντιμεταθετική
- $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$  προσεταιριστική
- $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$  ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης
- $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$  το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι πάντα μηδέν.

**7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών**

54. Πως γίνεται η αφαίρεση δύο ρητών;

Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό  $\alpha$  τον αριθμό  $\beta$ , προσθέτουμε στον  $\alpha$  τον αντίθετο του  $\beta$ , δηλαδή  $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$ .

**7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών**

55. Να αναφέρετε τους κανόνες προσήμων για τον πολλαπλασιασμό ρητών;

- Το γινόμενο δύο θετικών ρητών είναι θετικός ρητός.
- Το γινόμενο δύο αρνητικών ρητών είναι θετικός ρητός.
- Το γινόμενο ενός θετικού και ενός αρνητικού ρητού είναι αρνητικός ρητός.

Γενικά αν πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς θα πάρουμε ως αποτέλεσμα έναν θετικό ρητό αριθμό, ενώ αν πολλαπλασιάσουμε δύο

ετερόσημους ρητούς αριθμούς θα πάρουμε ως αποτέλεσμα έναν αρνητικό ρητό αριθμό.

$$\begin{array}{ll} + \cdot + = + & + \cdot - = - \\ - \cdot - = + & - \cdot + = - \end{array}$$

56. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

- $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$  αντιμεταθετική
- $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$  προσεταιριστική
- $1 \cdot \alpha = \alpha \cdot 1 = \alpha$  ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού
- $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$  επιμεριστική
- $\alpha (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$
- $\alpha \cdot \beta = 1$  το  $\alpha$  και το  $\beta$  ονομάζονται αντίστροφη
- $0 \cdot \alpha = \alpha \cdot 0 = 0$  οτιδήποτε πολλαπλασιάζεται με 0, μηδενίζεται

57. Πως εργαζόμαστε όταν έχουμε να υπολογίσουμε ένα γινόμενο με περισσότερους από δύο παράγοντες;

Γνωρίζουμε ότι το γινόμενο θετικών ρητών είναι πάντα θετικό. Αν υπάρχει ένας παράγοντας που είναι αρνητικός, μετατρέπεται το γινόμενο σε αρνητικό. Γενικά αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό), τότε το γινόμενο έχει θετικό πρόσημο, ενώ αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό), τότε το γινόμενο έχει αρνητικό πρόσημο.

## 7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών

58. Να αναφέρετε τους κανόνες προσήμων για τη διαίρεση;

Αν διαιρέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς θα πάρουμε ως αποτέλεσμα έναν θετικό ρητό αριθμό, ενώ αν διαιρέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς θα πάρουμε ως αποτέλεσμα έναν αρνητικό ρητό αριθμό.

$$\begin{array}{ll} + : + = + & + : - = - \\ - : - = + & - : + = - \end{array}$$

## 7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών

59. Ποιοι δεκαδικοί αριθμοί ονομάζονται περιοδικοί;

Περιοδικούς δεκαδικούς αριθμούς, καλούμε τους δεκαδικούς αριθμούς, στους οποίους το δεκαδικό μέρος (ή ένα μέρος αυτού) επαναλαμβάνεται συνέχεια. Το κομμάτι του δεκαδικού μέρους που επαναλαμβάνεται ονομάζεται περίοδος. Για να συμβολίζουμε ένα περιοδικό αριθμό χρησιμοποιούμε μία γραμμή πάνω από την περίοδο του δεκαδικού αριθμού, π.χ.  $1,333333333\ldots = 1,\overline{3}$ .

## 7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό

60. Τι ονομάζεται δύναμη ρητού αριθμού;

Το γινόμενο  $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdots \alpha$  ( $n$  παράγοντες) είτε το  $\alpha$  είναι θετικός, είτε αρνητικός συμβολίζεται με  $\alpha^n$  και λέγεται δύναμη με βάση το  $\alpha$  και εκθέτη το φυσικό  $n > 1$ .

61. Τι ισχύει για τα πρόσημα των δυνάμεων;

- Δύναμη με βάση θετικό αριθμό είναι θετικός αριθμός.  
αν  $\alpha > 0$  τότε  $\alpha^n > 0$

- Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός αν  $a < 0$  και  $n$  άρτιος τότε  $a^n > 0$
- Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός αν  $a < 0$  και  $n$  περιττός τότε  $a^n < 0$

62. Να αναφέρετε τις ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό;

- $a^0 = 1$
- $1^n = 1$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

### 7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

63. Να αναφέρετε τις ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο;

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Η παράγραφος 7.10 δεν περιέχει θεωρία.

# Γεωμετρία

## 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Βασικές γεωμετρικές έννοιες

### 1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο

1. Τι ονομάζουμε σημείο;

Η άκρη του μολυβιού μας, οι κορυφές ενός σχήματος ή η μύτη μιας βελόνας, μας δίνουν την έννοια του σημείου. Πρακτικά το σημείο είναι μια κουκίδα στο χαρτί μας. Τα σημεία τα συμβολίζουμε με κεφαλαία γράμματα, π.χ. Α.

2. Τι ονομάζουμε ευθύγραμμο τμήμα;

Αν ενώσουμε δύο σημεία με μία ευθεία γραμμή, τότε το σχήμα που προκύπτει είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα. Το ευθύγραμμο τμήμα το συμβολίζουμε με δύο κεφαλαία γράμματα, για να δηλώσουμε τα δύο άκρα του, π.χ. ΑΒ.

3. Τι ονομάζουμε ευθεία;

Εάν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, τότε το νέο σχήμα που προκύπτει και δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος, λέγεται ευθεία. Η ευθεία συμβολίζεται με ένα μικρό γράμμα.

4. Ποια σχέση έχουν ένα σημείο και μία ευθεία;

Από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες. Από δύο σημεία διέρχεται μόνο μία ευθεία.

5. Τι ονομάζουμε ημιευθεία και τι αντικείμενες ημιευθείες;

Ημιευθεία είναι μια ευθεία που έχει αρχή αλλά δεν έχει τέλος. Συμβολίζεται με Αχ, όπου Α το σημείο όπου ξεκινά η ημιευθεία. Αντικείμενες ημιευθείες λέγονται δύο ημιευθείες που έχουν κοινή αρχή και βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.

6. Ποια σημεία λέγονται συνευθειακά;

Συνευθειακά λέγονται τα σημεία που βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.

7. Τι ονομάζουμε επίπεδο;

Επίπεδο είναι μια επιφάνεια πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού η ευθεία γραμμή.

8. Τι γνωρίζεται για το επίπεδο;

Ένα επίπεδο επεκτείνεται απεριόριστα. Από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο, ενώ από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα. Επίσης κάθε επίπεδο χωρίζει το χώρο σε δύο μέρη ώστε αν θέλουμε να περάσουμε από το ένα μέρος του χώρου στο άλλο, πρέπει να διαπεράσουμε το επίπεδο. Τέλος κάθε ευθεία ενός επιπέδου το χωρίζει σε δύο ημιεπίπεδα.

**1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμο σχήματα – Ίσα σχήματα**

9. Τι ονομάζουμε γωνία;

Αν σχεδιάσουμε σε ένα χαρτί δύο ημιευθείες  $Ox$  και  $Oy$  με κοινή αρχή το  $O$ , δημιουργούμε δύο περιοχές, η μικρότερη από αυτές ονομάζεται κυρτή και είναι ουσιαστικά η γωνία, ενώ η άλλη περιοχή ονομάζεται μη κυρτή. Το σημείο  $O$  λέγεται κορυφή της γωνίας, ενώ οι ημιευθείες  $Ox$  και  $Oy$  λέγονται πλευρές της γωνίας. Μια γωνία τη συμβολίζουμε είτε με τρία γράμματα, βάζοντας πάντα ως μεσαίο γράμμα το γράμμα της κορυφής της γωνίας, π.χ.  $x\hat{O}y$ , είτε με ένα μόνο μικρό γράμμα, π.χ.  $\hat{\omega}$ .

10. Ποια γραμμή ονομάζεται τεθλασμένη;

Τεθλασμένη γραμμή είναι μια πολυγωνική γραμμή, που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία δε βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

11. Τι ονομάζουμε ευθύγραμμο σχήμα;

Ευθύγραμμο σχήμα ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή, της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

12. Πότε μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή και πότε μη κυρτή;

Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή όταν η προέκταση κάθε πλευρά της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο. Διαφορετικά λέγεται μη κυρτή.

13. Πότε δύο ευθύγραμμο σχήματα λέγονται ίσα;

Δύο ευθύγραμμο σχήματα λέγονται ίσα αν συμπίπτουν όταν τοποθετηθούν το ένα επάνω στο άλλο με κατάλληλο τρόπο. Στα ίσα σχήματα τα στοιχεία που συμπίπτουν, δηλαδή οι κορυφές, οι πλευρές και οι γωνίες, ονομάζονται αντίστοιχα στοιχεία των σχημάτων αυτών.

**1.3 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα ευθύγραμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθύγραμμου τμήματος**

14. Να αναφέρετε τις μονάδες μέτρησης του μήκους.

Η βασική μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το μέτρο (συμβολίζεται με  $m$ )

Υποδιαιρέσεις του μέτρου

- 1 δεκατόμετρο ή παλάμη ( $dm$ )
- 1 εκατοστόμετρο ή πόντος ( $cm$ )
- 1 χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό ( $mm$ )

Πολλαπλάσια του μέτρου

- 1 χιλιόμετρο ( $km$ )
- 1 ναυτικό μίλι

$$1m = 10dm = 100cm = 1000mm$$

$$1dm = 10cm = 100mm$$

$$1cm = 10mm$$

$$1km = 1000m$$

$$1\text{ ναυτικό μίλι} = 1852m$$

15. Τι ονομάζουμε απόσταση δύο σημείων  $A$  και  $B$ ;

Απόσταση δύο σημείων  $A$  και  $B$  λέγεται το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  που τα ενώνει. Επειδή με  $AB$  δηλώνουμε και το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ , για να δηλώσουμε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος γράφουμε  $(AB)$  ή μήκος του  $AB$ .

16. Τι ονομάζουμε μέσο ευθυγράμμου τμήματος;

Μέσο ευθυγράμμου τμήματος  $AB$  ονομάζουμε το σημείο  $M$  του τμήματος, που απέχει εξίσου από τα άκρα του. Οποιοδήποτε ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  έχει πάντα ένα μέσο  $M$ , το οποίο είναι και μοναδικό.

#### 1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων

17. Τι ονομάζουμε περίμετρο ευθυγράμμου σχήματος;

Το άθροισμα των πλευρών ενός ευθυγράμμου σχήματος ονομάζεται περίμετρος του σχήματος.

#### 1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας

18. Τι γνωρίζετε για τη μέτρηση και σύγκριση γωνιών;

Η μέτρηση των γωνιών γίνεται με το μοιρογνώνιο. Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση αυτή ονομάζεται μέτρο της γωνίας. Η μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα που γράφεται  $1^\circ$ . Επίσης  $1^\circ = 60'$  (πρώτα λεπτά) και  $1' = 60''$  (δεύτερα λεπτά). Κάθε γωνία έχει μοναδικό μέτρο που εξαρτάται μόνο από το “άνοιγμα” των πλευρών της. Αν δύο γωνίες έχουν το ίδιο μέτρο, τότε είναι ίσες.

19. Τι γνωρίζετε για τις γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου;

Οι προσκείμενες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου γωνίες είναι ίσες.

20. Τι ονομάζουμε διχοτόμο γωνίας;

Διχοτόμος γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.

#### 1.6 Είδη γωνιών – κάθετες ευθείες

21. Ποια είδη γωνιών γνωρίζετε;

- Ορθή γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με  $90^\circ$  και οι πλευρές της είναι κάθετες ημιευθείες.
- Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των  $90^\circ$ .
- Αμβλεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των  $90^\circ$  και μικρότερο των  $180^\circ$ .
- Ευθεία γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με  $180^\circ$  και οι πλευρές της είναι αντικείμενες ημιευθείες.
- Μη κυρτή γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των  $180^\circ$  και μικρότερο των  $360^\circ$ .
- Μηδενική γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με  $0^\circ$ .
- Πλήρης γωνία λέγεται η γωνία της οποία το μέτρο είναι ίσο με  $360^\circ$ .

22. Ποιες ευθείες λέγονται κάθετες;

Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες είναι ορθές. Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι κάθετες χρησιμοποιούμε το σύμβολο " $\perp$ " και γράφουμε  $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ .

### 1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών

23. Ποιες γωνίες ονομάζονται εφεξής;

Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μία κοινή πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.

24. Ποιες γωνίες ονομάζονται διαδοχικές;

Διαδοχικές γωνίες λέγονται περισσότερες από δύο γωνίες, που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και καθεμιά από αυτές είναι εφεξής γωνία με την προηγούμενη ή την επόμενη.

### 1.8 Παραπληρωματικές και συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες

25. Ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

Παραπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα  $180^\circ$ . Η κάθε μία από τις γωνίες λέγεται παραπληρωματική της άλλης.

26. Ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;

Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα  $90^\circ$ . Η κάθε μία από τις γωνίες λέγεται συμπληρωματική της άλλης.

27. Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν;

Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή τους κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες.

### 1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο

28. Ποιες ευθείες ονομάζονται παράλληλες και ποιες τεμνόμενες;

Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου λέγονται παράλληλες αν δεν έχουν κανένα κοινό σημείο όσο και αν προεκταθούν. Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες χρησιμοποιούμε το σύμβολο  $//$  και γράφουμε  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ . Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου που έχουν ένα κοινό σημείο ονομάζονται τεμνόμενες και το κοινό τους σημείο λέγεται σημείο τομής των δύο ευθειών. Δύο ευθείες του επιπέδου που είναι κάθετες σε μία ευθεία είναι μεταξύ τους παράλληλες.

### 1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παραλλήλων

29. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από ευθεία;

Απόσταση σημείου  $A$  από ευθεία  $\varepsilon$  ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθυγράμμου τμήματος  $AA_0$  από το σημείο  $A$  προς την ευθεία  $\varepsilon$ .

30. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών;

Απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών λέγεται το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές.

### 1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου

31. Τι ονομάζεται κύκλος;

Κύκλος λέγεται το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο  $O$ . Η απόσταση αυτή συμβολίζεται με  $\rho$  και λέγεται ακτίνα του κύκλου. Το σημείο  $O$  λέγεται κέντρο του κύκλου. Ένα κύκλο κέντρου  $O$  και ακτίνας  $\rho$  συμβολίζεται με  $(O, \rho)$ .

32. Τι γνωρίζετε για τον κύκλο και τα στοιχεία του;

Το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  που συνδέει δύο σημεία  $A$  και  $B$  του κύκλου λέγεται χορδή του κύκλου. Η χορδή που περνάει από το κέντρο του κύκλου λέγεται διάμετρος του κύκλου. Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου, είναι διπλάσια από την ακτίνα του κύκλου και χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη (ημικύκλια). Δύο σημεία  $A$  και  $B$  του κύκλου τον χωρίζουν σε δύο μέρη που το καθένα λέγεται τόξο του κύκλου με άκρα τα  $A$  και  $B$ .

33. Τι ονομάζουμε κυκλικό δίσκο;

Κυκλικός δίσκος  $(O, \rho)$  είναι ο κύκλος  $(O, \rho)$  μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει. Όλα τα σημεία του κυκλικού δίσκου απέχουν από το κέντρο  $O$  απόσταση μικρότερη ή ίση με την ακτίνα  $\rho$ .

### 1.12 Επίκεντρη γωνία – Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου – Μέτρηση τόξου

34. Ποια γωνία ονομάζεται επίκεντρη;

Επίκεντρη γωνία ονομάζεται η γωνία που η κορυφή της συμπίπτει με το κέντρο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο. Το τόξο που δημιουργείται από τα σημεία τομής των πλευρών της γωνίας και τον κύκλο λέγεται αντίστοιχο τόξο της επίκεντρης γωνίας.

35. Τι σχέση έχει το μέτρο μίας επίκεντρης γωνίας με το αντίστοιχο τόξο της;

Ως μέτρο ενός τόξου ορίζεται το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας, δηλαδή το μέτρο ενός τόξου το μετράμε σε μοίρες και είναι ίσο με το μέτρο της επίκεντρης γωνίας. Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσες επίκεντρες γωνίες έχουν ίσα αντίστοιχα τόξα. Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους δύο ίσα τόξα έχουν ίσες τις επίκεντρες γωνίες τους.

### 1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου

36. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις μιας ευθείας και ενός κύκλου;

- Μία ευθεία και ένας κύκλος δεν έχουν κανένα κοινό σημείο, δηλαδή η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου. Όταν η απόσταση  $OM$  του κέντρου  $O$  από την ευθεία  $\varepsilon$  είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα  $\rho$  ( $OM > \rho$ ), η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.
- Μία ευθεία και ένας κύκλος έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, δηλαδή η ευθεία είναι εφαπτομένη του κύκλου. Όταν η απόσταση  $OM$  του κέντρου  $O$  από την ευθεία  $\varepsilon$  είναι ίση με την ακτίνα  $\rho$  ( $OM = \rho$ ), η ευθεία είναι εφαπτόμενη του κύκλου.
- Μία ευθεία και ένας κύκλος έχουν δύο κοινά σημεία, δηλαδή η ευθεία είναι τέμνουσα του κύκλου. Όταν η απόσταση  $OM$  του κέντρου  $O$  από την ευθεία  $\varepsilon$

είναι μικρότερη από την ακτίνα  $\rho$  ( $OM < \rho$ ), η ευθεία είναι τέμνουσα του κύκλου.

37. Ποια τμήματα λέγονται εφαπτόμενα τμήματα κύκλου;

Αν είναι  $M$  το σημείο που τέμνονται δύο εφαπτόμενες του κύκλου, που εφάπτονται με τον κύκλο στα σημεία  $A$  και  $B$  αντίστοιχα, τα ευθύγραμμα τμήματα  $AM$  και  $BM$  λέγονται εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου.

## 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Συμμετρία

### 2.1 Συμμετρία ως προς άξονα

38. Ποια σημεία ονομάζονται συμμετρικά;

Συμμετρικό σημείου  $B$  ως προς ευθεία  $\varepsilon$  είναι το σημείο  $\Gamma$  με το οποίο συμπίπτει το  $B$ , αν διπλώσουμε το φύλλο κατά μήκος της ευθείας  $\varepsilon$ . Ομοίως ορίζονται και τα συμμετρικά σχήματα. Τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι ίσα.

### 2.2 Άξονας συμμετρίας

39. Τι ονομάζουμε άξονα συμμετρίας ενός σχήματος;

Άξονας συμμετρίας σχήματος ονομάζεται η ευθεία που χωρίζει το σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία συμπίπτουν όταν διπλωθεί το σχήμα κατά μήκος της ευθείας. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το σχήμα έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία αυτή.

### 2.3 Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος

40. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος;

Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος ονομάζεται η ευθεία που είναι κάθετη προς αυτό και διέρχεται από το μέσον του.

41. Τι γνωρίζετε για τη μεσοκάθετο και τις ιδιότητές της;

Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος έχει ίσες αποστάσεις (ισαπέχει) από τα άκρα του και αντίστροφα, κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο. Επίσης η μεσοκάθετος είναι και άξονας συμμετρίας του ευθυγράμμου τμήματος.

### 2.4 Συμμετρία ως προς σημείο

42. Πότε δύο σημεία λέγονται συμμετρικά;

Συμμετρικό σημείο  $A$  ως προς κέντρο  $O$  είναι το σημείο  $A'$  με το οποίο συμπίπτει το  $A$  αν περιστραφεί περί το  $O$  κατά  $180^\circ$ . Επίσης δύο σημεία  $M$  και  $M'$  είναι συμμετρικά ως προς σημείο  $O$  όταν το  $O$  είναι μέσο του τμήματος  $MM'$ .

43. Πότε δύο σχήματα λέγονται συμμετρικά;

Δύο σχήματα λέγονται συμμετρικά ως προς σημείο  $O$ , όταν κάθε σημείο του ενός είναι συμμετρικό ενός σημείου του άλλου ως προς  $O$ . Τα συμμετρικά σχήματα είναι ίσα.

### 2.5 Κέντρο συμμετρίας

44. Τι ονομάζουμε κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος;

Κέντρο συμμετρίας σχήματος ονομάζεται ένα σημείο του  $O$ , γύρω από το οποίο

αν περιστραφεί το σχήμα κατά  $180^\circ$ , συμπίπτει με το αρχικό. Στην περίπτωση που υπάρχει τέτοιο σημείο, λέμε ότι το σχήμα έχει κέντρο συμμετρίας το σημείο Ο.

## 2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

45. Τι γωνίες δημιουργούνται από δύο παράλληλες ευθείες και μία τέμνουσα αυτών και τι γνωρίζετε για αυτές;

- Οι γωνίες που βρίσκονται προς το ίδιο μέρος της τέμνουσας ονομάζονται “επί τα αυτά”. Οι γωνίες που βρίσκονται εκατέρωθεν (μία δεξιά και μία αριστερά) της τέμνουσας ονομάζονται “εναλλάξ”.
- Οι γωνίες που βρίσκονται εντός των παραλλήλων ονομάζονται “εντός” και οι γωνίες που βρίσκονται εκτός των παραλλήλων ονομάζονται “εντός”.

Διακρίνουμε τις γωνίες:

- Εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες που είναι μεταξύ τους ίσες.
- Εντός εναλλάξ γωνίες που είναι μεταξύ τους ίσες.
- Εντός και επί τα αυτά γωνίες που είναι παραπληρωματικές

## 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο – Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα - Τραπεζίδια

### 3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων

46. Σε ποιες κατηγορίες χωρίζουμε τα τρίγωνα με βάση τις γωνίες τους;

Τα τρίγωνα χωρίζονται με βάση της γωνίες τους στις εξής κατηγορίες:

- Ορθογώνιο, έχει μία ορθή (ίση με  $90^\circ$ ) γωνία
- Αμβλυγώνιο, έχει μία αμβλεία (μεγαλύτερη από  $90^\circ$ ) γωνία
- Οξυγώνιο, έχει όλες τις γωνίες τους οξείες (μικρότερες από  $90^\circ$ )

47. Σε ποιες κατηγορίες χωρίζουμε τα τρίγωνα με βάση τις πλευρές τους;

Τα τρίγωνα χωρίζονται με βάση της πλευρές τους στις εξής κατηγορίες:

- Ισόπλευρο, έχει όλες τις πλευρές του ίσες
- Ισοσκελές, έχει δύο πλευρές τους ίσες
- Σκαληνό, έχει όλες τις πλευρές τους άνισες

48. Τι ονομάζουμε διάμεσος τριγώνου;

Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς, λέγεται διάμεσος.

49. Τι ονομάζουμε ύψος τριγώνου;

Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μια κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται ύψος του τριγώνου.

50. Τι ονομάζουμε διχοτόμο τριγώνου;

Το ευθύγραμμο τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας ενός τριγώνου που φέρνουμε από μια κορυφή και καταλήγει στην απέναντι πλευρά, λέγεται διχοτόμος του τριγώνου.

**3.2 Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου**

51. Τι γνωρίζετε για τις γωνίες ενός τριγώνου;

Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ το άθροισμα των γωνιών του ισούται πάντα με  $180^\circ$ .

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$$

52. Τι γνωρίζετε για το ισοσκελές τρίγωνο;

- Η ευθεία της διαμέσου, που αντιστοιχεί στη βάση είναι άξονα συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.
- Η διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι ταυτόχρονα ύψος και διχοτόμος αυτού.
- Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

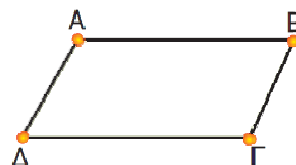
53. Τι γνωρίζετε για το ισόπλευρο τρίγωνο;

- Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισόπλευρου τριγώνου.
- Κάθε διάμεσος είναι ταυτόχρονα ύψος και διχοτόμος.
- Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες ισόπλευρου τριγώνου είναι ίσες.

**3.3 Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίο – Ισοσκελές τραπέζιο**

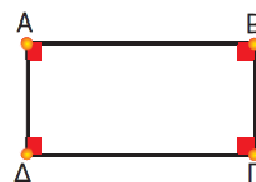
54. Ποιο σχήμα λέγεται παραλληλόγραμμο;

Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ που έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες.



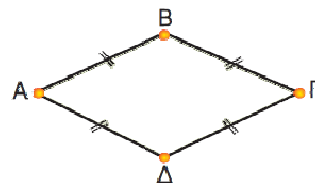
55. Ποιο σχήμα λέγεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή απλά ορθογώνιο;

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές λέγεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή απλά ορθογώνιο.



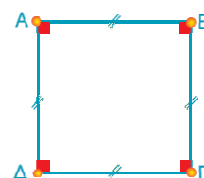
56. Ποιο σχήμα λέγεται ρόμβος;

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται ρόμβος.



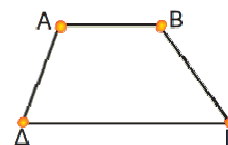
57. Ποιο σχήμα λέγεται τετράγωνο;

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ορθές, λέγεται τετράγωνο.



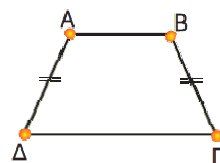
58. Ποιο σχήμα λέγεται τραπέζιο;

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του οποίου μόνο δύο πλευρές είναι παράλληλες, λέγεται τραπέζιο. Οι παράλληλες πλευρές του τραπέζιου λέγονται βάσεις.



59. Ποιο σχήμα λέγεται ισοσκελές τραπέζιο;

Αν ένα τραπέζιο έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες, λέγεται ισοσκελές τραπέζιο.



### 3.4 Ιδιότητες παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπεζίου

60. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου;

- Σε κάθε παραλληλόγραμμο το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι κέντρο συμμετρίας του.
- Οι διαγώνιες του διχοτομούνται (κάθε μία περνάει από το μέσον της άλλης).
- Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
- Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.

61. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του ορθογωνίου;

Εκτός από τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου έχει ακόμα τις εξής

- Οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
- Οι διαγώνιες του είναι ίσες και διχοτομούνται.

62. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του ρόμβου;

Εκτός από τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου έχει ακόμα τις εξής

- Οι ευθείες των διαγωνίων είναι άξονες συμμετρίας.
- Οι διαγώνιες είναι κάθετες και διχοτομούνται.
- Οι διαγώνιες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.

63. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του τετραγώνου;

Εκτός από τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου έχει ακόμα τις εξής

- Οι ευθείες των διαγωνίων του και οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας του.
- Οι διαγώνιες του είναι ίσες, κάθετες και διχοτομούνται.
- Οι διαγώνιες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.

64. Να αναφέρετε τις ιδιότητες του ισοσκελούς τραπεζίου;

- Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι άξονας συμμετρίας και μεσοκάθετος στις βάσεις του.
- Οι προσκείμενες σε κάθε βάση γωνίες του είναι ίσες.