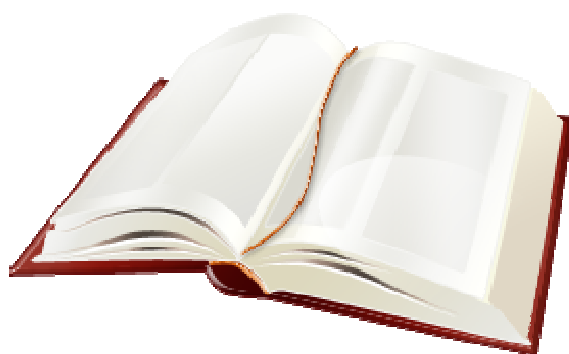


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Β Γυμνασίου

Ερωτήσεις Θεωρίας



Αλγεβρα

1^ο Κεφάλαιο – Εξισώσεις & Ανισώσεις

1.1 Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρική παράσταση

1. Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση και τι αλγεβρική παράσταση;
Μία μαθηματική έκφραση που περιέχει μόνο αριθμούς, ονομάζεται αριθμητική παράσταση. Μία μαθηματική παράσταση που περιέχει εκτός από αριθμούς και μεταβλητές (γράμματα) ονομάζεται αλγεβρική παράσταση.
2. Τι ονομάζεται αριθμητική τιμή η απλά τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης;
Αν σε μια αλγεβρική παράσταση αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις, θα προκύψει ένας αριθμός που λέγεται αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης.
3. Τι ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων;
Η διαδικασία κατά την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση ονομάζεται αναγωγή ομοίων όρων.
4. Να αναφέρετε την επιμεριστική ιδιότητα;
Η επιμεριστική ιδιότητα είναι η εξής $(\alpha + \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma$.

1.2 Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

5. Πως προσθέτουμε, αφαιρούμε, πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε έναν αριθμό σε μία ισότητα;
 - Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$.
 - Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$.
 - Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$.
 - Αν $\alpha = \beta$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$.
6. Τι ονομάζεται εξίσωση 1^{ου} βαθμού;
Εξίσωση 1^{ου} βαθμού ονομάζεται μια ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό x .

1.5 Ανισώσεις 1^{ου} βαθμού

7. Ποιες ιδιότητες των πράξεων ισχύουν στις ανισότητες;
Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανισότητα με την ίδια φορά, δηλαδή
 - Αν $\alpha < \beta$ τότε $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$ και $\alpha - \gamma < \beta - \gamma$.
 - Αν $\alpha > \beta$ τότε $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$ και $\alpha - \gamma > \beta - \gamma$.

- Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$.
- Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$.
- Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$.
- Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$.

8. Τι ονομάζεται ανίσωση 1^{ου} βαθμού;

Ανίσωση 1^{ου} βαθμού ονομάζεται μια ανισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό x .

Οι παράγραφοι 1.3 και 1.4 δεν περιέχουν θεωρία παρά μόνο κανόνες για να μπορέσουμε να λύσουμε ασκήσεις εξισώσεων και ανισώσεων, καθώς και ανάλογων προβλημάτων.

2^ο Κεφάλαιο – Πραγματικοί αριθμοί

2.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού

9. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού και πως ορίζεται;

Τετραγωνική ρίζα ενός πραγματικού αριθμού α , λέγεται ο θετικός αριθμός, ο οποίος όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό α . Η τετραγωνική ρίζα συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$.

Αν $\sqrt{\alpha} = x$ όπου $\alpha \geq 0$, τότε $x \geq 0$ και $x^2 = \alpha$.

10. Να γράψετε τις ιδιότητες των ριζών.

- Αν $\alpha \geq 0$ τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$
- $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$
- $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$

2.2 Άρρητοι αριθμοί

11. Ποιοι αριθμοί λέγονται ρητοί;

Ρητοί αριθμοί ονομάζονται όλοι οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν ως κλάσμα δύο ακεραίων αριθμών.

12. Ποιοι αριθμοί λέγονται άρρητοι;

Κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός ονομάζεται άρρητος.

13. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πραγματικοί;

Πραγματικοί αριθμοί ονομάζονται όλοι οι ρητοί και όλοι οι άρρητοι αριθμοί.

Η παράγραφος 2.3 δεν περιέχει θεωρία.

3^ο Κεφάλαιο – Συναρτήσεις

3.1 Η έννοια της συνάρτησης

14. Τι ονομάζουμε συνάρτηση;

Συνάρτηση στα μαθηματικά ονομάζεται κάθε σχέση που αντιστοιχεί κάθε τιμή της μεταβλητής x σε μία μόνο τιμή της μεταβλητής y .

3.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες – Γραφική παράσταση συνάρτησης

15. Πως ορίζουμε ένα σημείο στο επίπεδο;

Κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος αριθμών της μορφής (x, y) και αντίστροφα. Το x ονομάζεται τετμημένη του σημείου και το y τεταγμένη του σημείου. Οι αριθμοί αυτοί ονομάζονται συντεταγμένες του σημείου και το ζεύγος τους, ζεύγος συντεταγμένων.

16. Τι ονομάζεται γραφική παράσταση συνάρτησης;

Ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης, το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y) , που επαληθεύουν τη συνάρτηση.

3.3 Η συνάρτηση $y = \alpha x$

17. Ποια ποσά ονομάζονται ανάλογα;

Ανάλογα ονομάζονται τα ποσά, τα οποία όταν πολλαπλασιάζουμε τις τιμές του ενός με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

18. Τι γνωρίζεται για τη συνάρτηση $y = \alpha x$;

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x$ είναι μία ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Ο αριθμός α ονομάζεται κλίσης της ευθείας και ισούται με $\alpha = \frac{y}{x}$. Αν $\alpha > 0$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης βρίσκεται στο 1^ο και το 3^ο τεταρτημόριο, ενώ αν $\alpha < 0$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης βρίσκεται στο 2^ο και στο 4^ο τεταρτημόριο.

3.4 Η συνάρτηση $y = \alpha x + \beta$

19. Τι γνωρίζεται για τη συνάρτηση $y = \alpha x + \beta$;

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x + \beta$ με $\beta \neq 0$ είναι μία ευθεία γραμμή που δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων, αλλά από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y'y$. Ο αριθμός α ονομάζεται κλίσης της ευθείας. Αν $\alpha > 0$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης βρίσκεται στο 1^ο και το 3^ο τεταρτημόριο, ενώ αν $\alpha < 0$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης βρίσκεται στο 2^ο και στο 4^ο τεταρτημόριο.

3.3 Η συνάρτηση $y = \alpha x$

20. Ποια ποσά ονομάζονται αντιστρόφως ανάλογα;

Αντιστρόφως ανάλογα ονομάζονται τα ποσά, τα οποία όταν πολλαπλασιάζουμε τις τιμές του ενός με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.

21. Τι γνωρίζεται για τη συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$;

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ όπου $\alpha \neq 0$ ονομάζεται υπερβολή

και αποτελείται από δύο κλάδους (κομμάτια) που βρίσκονται

- Αν $\alpha > 0$ στο 1^ο και στο 3^ο τεταρτημόριο των αξόνων.
- Αν $\alpha < 0$ στο 2^ο και στο 4^ο τεταρτημόριο των αξόνων.

Και στις δύο περιπτώσεις η γραφική παράσταση μιας υπερβολής έχει

- Κέντρο συμμετρίας την αρχή Ο των αξόνων.
- Άξονες συμμετρίας τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$.

4^ο Κεφάλαιο – Περιγραφική στατιστική

4.1 Βασικές έννοιες της στατιστικής: Πληθυσμός - Δείγμα

22. Τι ονομάζουμε πληθυσμό, τι δείγμα και τι μεταβλητή;

Ένα σύνολο του οποίου τα στοιχεία μελετάμε ως προς κάποιο χαρακτηριστικό τους, λέγεται πληθυσμός. Ένα κομμάτι του πληθυσμού, το οποίο εξετάζουμε και με βάση αυτό βγάζουμε τα συμπεράσματά μας για όλο τον πληθυσμό λέγεται δείγμα. Το χαρακτηριστικό ως προς το οποίο μελετάμε τα στοιχεία ενός πληθυσμού, ονομάζεται μεταβλητή.

23. Τι είναι η δειγματοληψία και τι η απογραφή;

Δειγματοληψία ονομάζεται η διαδικασία επιλογής του δείγματος, δηλαδή ο τρόπος με τον οποίο θα επιλέξουμε τα άτομα που θα συμμετέχουν στην διαδικασία της έρευνας. Απογραφή είναι η διαδικασία κατά την οποία όλος ο πληθυσμός συμμετέχει στην έρευνα και όχι μόνο ένα δείγμα αυτού.

4.2 Γραφικές παραστάσεις

24. Με ποιον τρόπο μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά τα αποτελέσματα μιας έρευνας, ώστε να γίνονται πιο παραστατικά και κατανοητά;

Ο τρόπος για να κάνουμε τα αποτελέσματα μιας έρευνας πιο κατανοητά και παραστατικά είναι με τη βοήθεια γραφημάτων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τα εξής γραφήματα:

- Εικονογράμματα
- Ραβδογράμματα
- Κυκλικά γραφήματα (πίττες)
- Χρονογράμματα

4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

25. Τι ονομάζουμε συχνότητα μιας τιμής και τι πίνακα κατανομής συχνοτήτων;

Συχνότητα μιας τιμής λέγεται ο αριθμός που εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται στο δείγμα η τιμή αυτή. Ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων είναι ένας πίνακας που περιέχει τις παρατηρήσεις (τιμές) και τη συχνότητα τις κάθε τιμής.

26. Τι εκφράζει η σχετική συχνότητα και πως την υπολογίζουμε;

Για να βρούμε τη σχετική συχνότητα μιας τιμής, διαιρούμε τη συχνότητα της τιμής αυτής με το πλήθος όλων των παρατηρήσεων. Στη συνέχεια, εκφράζουμε τον αριθμό αυτό σε ποσοστό επί τις εκατό (%). Με τη βοήθεια της σχετικής συχνότητας μπορούμε να εκφράσουμε τα ποσοστά του αντιστοιχούν σε κάθε τιμή το δείγματός μας.

4.4 Ομαδοποίηση δεδομένων

27. Τι είναι η ομαδοποίηση δεδομένων και πως παριστάνουμε τέτοια δεδομένα γραφικά;

Όταν κάνουμε ομαδοποίηση των παρατηρήσεων, αυτό που κάνουμε είναι να χωρίζουμε τις παρατηρήσεις μας σε ομάδες ή κλάσεις. Για να παρουσιάσουμε τα δεδομένα μας γραφικά, χρησιμοποιούμε το ιστόγραμμα συχνοτήτων ή ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

4.5 Μέση τιμή – Διάμεσος

28. Τι είναι η μέση τιμή;

Για να υπολογίσουμε τη μέση τιμή ενός συνόλου παρατηρήσεων, προσθέτουμε όλες τις παρατηρήσεις και διαιρούμε με το πλήθος των παρατηρήσεων αυτών.

$$\text{Μέση τιμή} = \frac{\text{άθροισμα των παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος των παρατηρήσεων}}$$

29. Τι είναι η διάμεσος;

Διάμεσος ενός δείγματος είναι η μεσαία παρατήρηση, όταν τις τοποθετήσουμε με αύξουσα σειρά. Αν οι παρατηρήσεις μας είναι σε πλήθος μονός αριθμός, η διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση, αλλά εάν είναι ζυγός αριθμός, η διάμεσος είναι ο αριθμητικός μέσος (μέσος όρος) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.

Γεωμετρία

1^ο Κεφάλαιο – Εμβαδά επίπεδων σχημάτων – Πυθαγόρειο θεώρημα

1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας

1. Τι είναι το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας;

Το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών

2. Να αναφέρετε τις μονάδες μέτρησης των επιφανειών και να διατυπώσετε τη σχέση που έχουν μεταξύ τους;

Η βασική μονάδα μέτρησης επιφανειών είναι το τετραγωνικό μέτρο ($1m^2$). Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου είναι το τετραγωνικό δεκατόμετρο ή τετραγωνική παλάμη ($1dm^2$), το τετραγωνικό εκατοστόμετρο ή τετραγωνικός πόντος ($1cm^2$) και το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο ($1mm^2$). Επίσης υπάρχει το τετραγωνικό χιλιόμετρο ($1km^2$) και το στρέμμα. Οι σχέσεις που συνδέουν τις παραπάνω μονάδες μέτρησης επιφανειών μεταξύ τους είναι

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

$$1km^2 = 1000000m^2$$

$$1dm^2 = 100cm^2 = 10000mm^2$$

$$1\text{στρέμμα} = 1000m^2$$

$$1cm^2 = 100mm^2$$

1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων

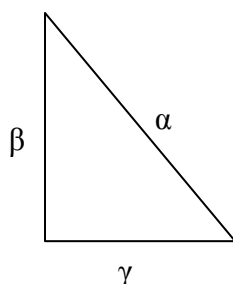
3. Να αναφέρετε τα εμβαδά του τετραγώνου, του ορθογωνίου, του παραλληλογράμμου, του τριγώνου, του ορθογωνίου τριγώνου και του τραpezίου.

- Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς α ισούται με $E = \alpha^2$.
- Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με πλευρές α και β ισούται με $E = \alpha \cdot \beta$.
- Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο μιας βάσης του επί το αντίστοιχο ύψος, δηλαδή $E = \beta \cdot \upsilon$.
- Το εμβαδόν ενός τριγώνου ισούται με το μισό του γινομένου μιας βάσης του επί το αντίστοιχο ύψος, δηλαδή $E = \frac{1}{2} \beta \cdot \upsilon$.
- Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
- Το εμβαδόν ενός τραpezίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του, επί το ύψος του, δηλαδή $E = \frac{(B + \beta)}{2} \cdot \upsilon$.

1.4 Πυθαγόρειο Θεώρημα

4. Να αναφέρετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα;

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.



$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$$

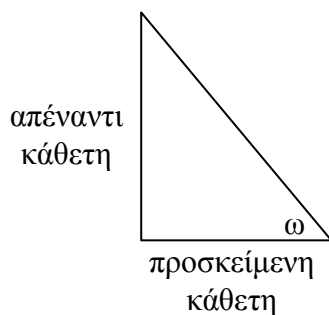
5. Να αναφέρετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος;

Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή (άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο).

2^ο Κεφάλαιο – Τριγωνομετρία - Διανύσματα**2.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας**

6. Πως ορίζεται η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας;

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά με την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται εφαπτομένη της γωνίας ω .



$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}$$

7. Τι ονομάζουμε κλίση μιας ευθείας;

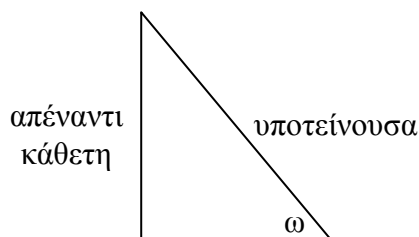
Η κλίση α μιας ευθείας με εξίσωση $y = \alpha x$ είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω , που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.

$$\alpha = \varepsilon\varphi\omega = \frac{y}{x}$$

2.2 Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας

8. Πως ορίζεται το ημίτονο μιας οξείας γωνίας;

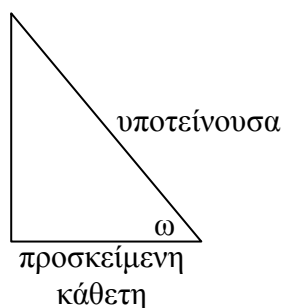
Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται ημίτονο της γωνίας ω .



$$\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

9. Πως ορίζεται το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας;

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την προσκείμενη πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται συνημίτονο τη γωνίας ω .



$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

10. Ποια σχέση συνδέει το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη;

Η σχέση που συνδέει το ημίτονο, στο συνημίτονο και την εφαπτομένη είναι:

$$\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

2.3 Μεταβολές ημιτόνου, συνημιτόνου και εφαπτομένης

11. Τι συμβαίνει στο ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη όταν μια γωνία μεταβάλλεται;

Όταν μια οξεία γωνία αυξάνεται, τότε αυξάνεται και το ημίτονό της, ελαττώνεται το συνημίτονό της και αυξάνεται η εφαπτομένης της.

Όταν μια οξεία γωνία ελαττώνεται, τότε ελαττώνεται το ημίτονό της, αυξάνεται το συνημίτονό της και ελαττώνεται η εφαπτομένη της.

2.4 Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30° , 45° και 60°

12. Να γνωρίζετε τον πίνακα.

ω	30°	45°	60°
$\eta\mu\omega$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sigma\upsilon\nu\omega$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\epsilon\phi\omega$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

2.5 Η έννοια του διανύσματος

13. Ποια μεγέθη ονομάζονται βαθμωτά ή μονόμετρα και ποια διανυσματικά;

Μεγέθη τα οποία προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί μόνο το μέτρο τους, για παράδειγμα η θερμοκρασία ή το βάρος, ονομάζονται βαθμωτά. Μεγέθη όπως η ταχύτητα, που έχουν μέτρο και κατεύθυνση ονομάζονται διανυσματικά μεγέθη.

14. Τι είναι το διάνυσμα και πως ορίζεται;

Τα διανυσματικά μεγέθη παριστάνονται με διανύσματα που συμβολίζονται με βέλη έχοντας ένα σημείο Α που είναι η αρχή και λέγεται σημείο εφαρμογής του διανύσματος και ένα σημείο Β που είναι το πέρας (τέλος) του διανύσματος. Το διάνυσμα τότε συμβολίζεται με $\overrightarrow{AB}$.

Το διάνυσμα έχει τα εξής στοιχεία:

- Διεύθυνση, την ευθεία ϵ που ορίζουν τα άκρα Α, Β ή οποιαδήποτε άλλη ευθεία που είναι παράλληλη προς αυτή.
- Φορά, που καθορίζεται από το αν το διάνυσμα έχει αρχή το Α και πέρας το Β ($\overrightarrow{AB}$) ή αρχή το Β και πέρας το Α ($\overrightarrow{BA}$).

Η διεύθυνση και η φορά λέγονται κατεύθυνση του διανύσματος.

- Μέτρο, το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ, το οποίο συμβολίζουμε με $|\overrightarrow{AB}|$. Το μέτρο είναι πάντοτε θετικός αριθμός.

15. Ποια διανύσματα λέγονται ίσα και ποια αντίθετα;

Δύο διανύσματα λέγονται ίσα όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, την ίδια φορά και ίσα μέτρα.

Δύο διανύσματα λέγονται αντίθετα όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, ίσα μέτρα και αντίθετη φορά.

2.6 Άθροισμα και διαφορά διανυσμάτων

16. Τι είναι το μηδενικό διάνυσμα;

Το μηδενικό διάνυσμα, συμβολίζεται $\vec{0}$, είναι ένα διάνυσμα του οποίου η αρχή και το τέλος (πέρας) ταυτίζονται. Το μέτρο του είναι ίσο με 0.

2.7 Ανάλυση διανύσματος σε δύο κάθετες συνιστώσες

17. Ποιες σχέσεις συνδέουν τα μέτρα μιας δύναμης $\vec{F}$ και των δύο κάθετων συνιστωσών της $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$;

Οι σχέσεις που ισχύουν είναι οι εξής: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}| \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$ και $|\vec{F}_2| = |\vec{F}| \cdot \eta\mu\theta$

3^ο Κεφάλαιο – Μέτρηση κύκλου

3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες

18. Πως ορίζεται η εγγεγραμμένη σε κύκλο γωνία;

Μία γωνία $\chi\hat{A}y$ που η κορυφή της Α ανήκει στον κύκλο (O, ρ) και οι πλευρές της Αx και Ay τέμνουν τον κύκλο, λέγεται εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο (O, ρ) .

19. Πως ορίζεται η επίκεντρη σε κύκλο γωνία;

Μία γωνία $\chi\hat{O}\gamma$ που η κορυφή της O είναι στο κέντρο του κύκλου (O, ρ) και οι πλευρές της Ox και Oy τέμνουν τον κύκλο, λέγεται επίκεντρη γωνία στον κύκλο (O, ρ) .

20. Τι ισχύει για τις εγγεγραμμένες γωνίες;

- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης γωνίας που έχει το ίσο αντίστοιχο τόξο.
- Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.

3.2 Κανονικά πολύγωνα

21. Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;

Ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό όταν όλες οι πλευρές του είναι μεταξύ τους ίσες και όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες.

22. Τι είναι η κεντρική γωνία και τι η γωνία κανονικού n -γώνου;

Η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού n -γώνου είναι ίση με $\omega = \frac{360^\circ}{n}$. Είναι η γωνία που έχει κορυφή το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου, του κανονικού n -γώνου και οι πλευρές τις είναι ακτίνες διαδοχικών κορυφών. Γωνία κανονικού n -γώνου είναι η γωνία του πολυγώνου και είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας αυτού, δηλαδή $\varphi = 180^\circ - \omega$.

3.3 Μήκος κύκλου

23. Πως υπολογίζουμε το μήκος του κύκλου;

Το μήκος του κύκλου υπολογίζεται από τη σχέση $L = \pi \cdot \delta$ ή $L = 2\pi \cdot \rho$, όπου δ η διάμετρος του κύκλου και ρ η ακτίνα του.

3.4 Μήκος τόξου

24. Με τι ισούται το μήκος τόξου;

Το μήκος ενός τόξου μ° ισούται με $\ell = 2\pi\rho \cdot \frac{\mu}{360}$. Το μήκος ενός τόξου α rad ισούται με $\ell = \alpha\rho$.

25. Τι είναι τα ακτίνια και ποια σχέση τα συνδέει με τις μοίρες;

Τα ακτίνια είναι μονάδα μέτρησης τόξων ενός κύκλου. Η σχέση που τα συνδέει με τις μοίρες είναι η εξής: $\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$.

3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

26. Ποιος τύπος μας δίνει το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου;

Το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ ισούται με $E = \pi\rho^2$.

3.6 Εμβαδόν κυκλικού τομέα

27. Ποιος τύπος μας δίνει το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα;

Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα γωνίας μ° ισούται με $E = \pi \rho^2 \cdot \frac{\mu}{360}$ ή $E = \frac{1}{2} \alpha \rho^2$.

4^ο Κεφάλαιο – Γεωμετρικά στερεά – Μέτρηση στερεών**4.1 Ευθείες και επίπεδα στο χώρο**

28. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δύο επιπέδων;

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι

- Να είναι παράλληλα.
- Να τέμνονται κατά μία ευθεία.

29. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δύο ευθειών;

Όταν έχουμε δύο διαφορετικές ευθείες ϵ και ζ , οι μόνες δυνατές θέσεις που μπορεί να έχουν είναι:

- Να είναι παράλληλες, δηλαδή να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.
- Να τέμνονται, δηλαδή να έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.
- Να είναι ασύμβατες, δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.

30. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου;

Οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου είναι:

- Η ευθεία να περιέχεται στο επίπεδο.
- Η ευθεία να είναι παράλληλη στο επίπεδο.
- Η ευθεία να τέμνει το επίπεδο σε ένα σημείο.

31. Πότε μια ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο;

Μία ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο όταν είναι κάθετη σε δύο ευθείες, του επιπέδου, που διέρχονται από το ίχνος της.

4.2 Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου

32. Με τι ισούται το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος;

Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύψος του πρίσματος, δηλαδή

$$E_{\pi} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

33. Με τι ισούται το εμβαδόν ενός πρίσματος;

Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος ($E_{ολ}$) είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και των εμβαδών E_{β} των δύο βάσεων, δηλαδή

$$E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$$

34. Με τι ισούται το εμβαδόν ενός κυλίνδρου;

Το εμβαδόν του κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και τα εμβαδά E_{β} των δύο βάσεων, $E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του κυλίνδρου ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης επί το ύψος του κυλίνδρου, δηλαδή $E_{\pi} = 2\pi\rho \cdot \upsilon$.

4.3 Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου

35. Με τι ισούται ο όγκος ενός πρίσματος;

Ο όγκος ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος του, δηλαδή Όγκος = (εμβαδόν βάσης) · (ύψος).

4.4 Η πυραμίδα και τα στοιχεία της

36. Τι ονομάζουμε πυραμίδα;

Πυραμίδα λέγεται ένα στερεό, που μία έδρα του είναι ένα πολύγωνο και όλες οι άλλες έδρες του είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή.

37. Με τι ισούται το εμβαδόν της πυραμίδας και με τι ο όγκος της;

Το εμβαδόν της πυραμίδας ισούται με $E_{\pi} = \frac{1}{2}(\text{περίμετρος βάσης}) \cdot \text{απόστημα}$. Ο

όγκος της πυραμίδας ισούται με $V = \frac{1}{3}(\text{εμβαδόν βάσης}) \cdot \text{ύψος}$.

4.5 Ο κώνος και τα στοιχεία του

38. Τι ονομάζουμε κώνο;

Κώνος λέγεται το στερεό σχήμα που παράγεται από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου ΚΟΑ γύρω από μία κάθετη πλευρά του ΚΟ.

39. Με τι ισούται το εμβαδόν του κώνου και με τι ο όγκος του;

Το εμβαδόν του κώνου ισούται με $E = E_{\pi} + E_{\beta} = \pi\rho\lambda + \pi\rho^2$, όπου λ είναι η γενέτειρα του κώνου, δηλαδή η πλευρά του τριγώνου που περιστρέφεται για να των δημιουργήσει. Ο όγκος του κώνου ισούται με $V = \frac{1}{3}\pi\rho^2\upsilon$.

4.6 Η σφαίρα και τα στοιχεία της

40. Τι ονομάζουμε σφαίρα;

Σφαίρα λέγεται το στερεό σώμα που παράγεται αν περιστρέψουμε έναν κυκλικό δίσκο (O, ρ) γύρω από τη διάμετρό του.

41. Με τι ισούται το εμβαδόν της σφαίρας και με τι ο όγκος της;

Το εμβαδόν της σφαίρας ισούται με $E_{σφ} = 4\pi\rho^2$. Ο όγκος της σφαίρας ισούται με

$$V_{σφ} = \frac{4}{3}\pi\rho^3.$$

Η παράγραφος 4.7 παραλείπεται.