**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

## ΕΝΟΤΗΤΑ Α.1.5.

Χαρακτήρες διαιρετότητας - ΜΚΔ - ΕΚΠ - Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

**ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ …………………………………………………………………………………………………… ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ …………/……………/…………**

**( 1 ) Να γραφούν τα πρώτα δέκα πολλαπλάσια των αριθμών 2 και 3. Στην συνέχεια να βρεθούν τα κοινά τους πολλαπλάσια και το Ελάχιστο κοινό**

**πολλαπλάσιό τους** .

***ΑΠΑΝΤΗΣΗ***

Πολλαπλάσια του 2 :……………………………………………………………… Πολλαπλάσια του 3 : …………………………………………………………………

Άρα τα κοινά τους πολλαπλάσια είναι …………. Και επομένως ΕΚΠ( 2,3) = …………

Παρατηρούμε ότι το 2 διαιρεί όλα τα πολλαπλάσια του και όλα τα πολλαπλάσια του 2 διαιρούνται από το 2 .

Το ίδιο ισχύει για το 3 και για όλους γενικά τους φυσικούς αριθμούς

***Πολλαπλάσια ενός αριθμού***

***είναι όλοι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον***

***πολλαπλασιασμό του με τους 1,2,3,…***

***Το ΕΚΠ είναι το***

***μικρότερο, μη μηδενικό από τα κοινά πολλαπλάσια***

**( 2 )** Το 1 διαιρεί το 5 ;…………….. το 8 διαιρεί το 20;…………………

το 2 διαιρεί το 20;……………………..

Το 12 διαιρείται από το 3;………………… Το 18 διαιρείται από το 5;

Το 20 είναι πολλαπλάσιο του 10;………… Το 42 είναι πολλαπλάσιο του 5;…………… Το 3 είναι πολλαπλάσιο του 9;…………….

**( 3 )** Ο αριθμός 3 διαιρεί το 12;…………αφού…………………………….. Ο αριθμός 12 διαιρεί το 120;………αφού…………………………… Ο αριθμός 3 διαιρεί τι ο 120; ………

**( 4 ) Βρες τους διαιρέτες των αριθμών 12 , 8**

* **Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του**
* **Κάθε φυσικός που διαιρείται από ένα άλλο είναι πολλαπλάσιό του**

***Αν ένας φυσικός διαιρεί έναν άλλο , τότε θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του***

**Στην συνέχεια να βρεθούν οι κοινοί διαιρέτες και ο Μέγιστος Κοινός διαιρέτης πολλαπλάσιό τους** .

***ΑΠΑΝΤΗΣΗ***

Διαιρέτες του 12 **:** ……………………………..

***Ο ΜΚΔ είναι ο μεγαλύτερος από τους***

***κοινούς διαιρέτες***

Διαιρέτες του 8 **:** ……………………………..

Οι κοινοί τους διαιρέτες είναι : ……………………………..

Και επομένως ΜΚΔ( 12, 8 ) = ………………

**( 5 ) Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθμούς 18, 11 και**

**45 είναι πρώτοι και ποιοί σύνθετοι**

***ΑΠΑΝΤΗΣΗ***

Διαιρέτες του 18: ………………………………………….. Άρα το 18 είναι ……………………………..

Διαιρέτες του 11:………………………………….…………. Άρα το 11 είναι ……………………………..

Διαιρέτες του 45: …………………………………………… Άρα το 45 είναι ……………………………..

***Διαιρέτες ενός αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν***

***¨Ενας αριθμός λέγεται πρώτος αν διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και τη μονάδα, αλλιώς λέγεται σύνθετος***

**( 6 ) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 14 , 9 είναι πρώτοι μεταξύ τους**

***ΑΠΑΝΤΗΣΗ***

Οι διαιρέτες του 14 είναι ………………………… Οι διαιρέτες του 9 είναι …………………………

Άρα Μ.Κ.Δ (14,9) = και επομένως οι

14, 9 …………………………………………………………

**( 7 ) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 8 , 18 είναι πρώτοι μεταξύ τους**

***ΑΠΑΝΤΗΣΗ***

Οι διαιρέτες του 18 είναι ………………………… Οι διαιρέτες του 8 είναι …………………………

Άρα Μ.Κ.Δ (18,8) = και επομένως οι

18, 8 …………………………………………………………

**( 8 )** Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

***Οι αριθμοί α,β λέγονται πρώτοι μεταξύ τους αν ΜΚΔ(α,β)=1***

* **Ένας αριθμός διαιρείται με το 9 όταν το**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Διαιρούνται με→Αριθμοί  | 2 | 3 | 5 | 9 | 10 |
| 312111 |  |  |  |  |  |
| 3895 |  |  |  |  |  |
| 36450 |  |  |  |  |  |
| 4955 |  |  |  |  |  |
| 2246 |  |  |  |  |  |

**άθροισμα των ψηφίων του είναι διαιρετό με το 9**

* **Ένας αριθμός διαιρείται με το 3 όταν το**

**άθροισμα των ψηφίων του είναι διαιρετό με το 3.**

* **Ένας αριθμός διαιρείται με το 2 όταν τελειώνει σε 0,2,4,6,8**
* **Ένας αριθμός διαιρείται με το 5 όταν τελειώνει σε 0 ή 5**

**( 9 )** Συμπλήρωσε το κενό με κατάλληλο ψηφίο ώστε ο αριθμός που θα σχηματισθεί να διαιρείται με το 9.

(α) 6…1 (β) 69…3 (γ) 601…

**( 10 )** Στη θέση …. να βάλεις ένα κατάλληλο ψηφίο ώστε: α) Ο 5 …. 6 να διαιρείται με το 3

β) Ο 3 …. 4…… να διαιρείται με το 2 και με το 3 γ) Ο 4 …. 9 …. να διαιρείται με το 3 και με το 5

**( 11 ) α αναλυθούν οι ακόλουθοι αριθμοί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων (α) 90 (β) 84 (γ) 120 (δ) 184**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***ΑΠΑ***90 | ***ΝΤΗΣΗ***2 84 | 120 | 184 |
| 45 | 3 |  |  |  |
| 15 | 3 |  |  |  |
| 5 | 5 |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Άρα | 90 = 2 ∙32∙5 ,12 0 = | , | 84 =184 = |

**( 12 ) Να βρεθεί ο ΜΚΔ των αριθμών 84 και 120 με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων**

***ΑΠΑΝΤΗΣΗ***

Για να βρούμε το ΜΚΔ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών, μπορούμε να αναλύσουμε τους αριθμούς , εδώ το 84 και 120 ,σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και ακολούθως: σχηματίζουμε το γινόμενο των **κοινών πρώτων παραγόντων** τους με εκθέτη καθενός **τον μικρότερο από τους**

**εκθέτες του.**

Είναι (από την προηγούμενη άσκηση)

84 =

120 =

**ΜΚΔ ( 84,120 ) =**

**( 13 ) Να βρεθεί το ΕΚΠ των αριθμών 12 και 8 με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων**

***ΑΠΑΝΤΗΣΗ***

Για να βρούμε το Ε ΚΠ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών, μπορούμε να αναλύσουμε τους αριθμούς , εδώ το 12 και το 8 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και ακολούθως: σχηματίζουμε το γινόμενο των **κοινών και μη κοινών πρώτων παραγόντων** τους με εκθέτη καθενός **τον**

**μεγαλύτερο από τους εκθέτες του**

Είναι 12 8

12 =

8 =

**ΕΚΠ ( 12,8 ) =**

**( 14 )** Βρείτε το ΜΚΔ κα το ΕΚΠ των αριθμών 10 ,30 ,60 ( Με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων)

10 30 60

10 = ………………………………. MKΔ (10,30,60) = …………………………..=……..….

30 = ……………………………………… ΕΚΠ (10,30,60) = …………………………..=……..….

60 = ……………………………………………..

**( 15 )** Ένας κτηνοτρόφος έχει περίπου 120 πρόβατα . Ο γιος του μια μέρα τα μέτρησε τρία-τρία και βρήκε ακριβώς πόσες τριάδες ήταν, την δεύτερη μέρα τα μέτρησε πέντε-πέντε και

ξαναχωρίστηκαν τα πρόβατα σε πεντάδες. Το ίδιο έγινε όταν τα μέτρησε επτά –επτά. Μπορείς να βρεις ακριβώς πόσα πρόβατα ήταν;