

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ και ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ 1^ο-4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο ΜΕΡΟΥΣ

ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

A. ΠΡΟΣΘΕΣΗ-ΑΦΑΙΡΕΣΗ

1. Ρώτησαν κάποιον για την ηλικία του και απάντησε ότι μετά από 24 χρόνια θα είναι 89 ετών. Ποια είναι η σημερινή του ηλικία;
2. Το άθροισμα δύο αριθμών είναι 76. Ο ένας από αυτούς είναι ο 37. Ποιος είναι ο άλλος αριθμός;
3. Το άθροισμα τριών αριθμών είναι 53.775. Οι δύο πρώτοι έχουν άθροισμα 43.253 και ο δεύτερος είναι 17.473. Να βρεθούν οι άλλοι αριθμοί.
4. Ένας έμπορος χρωστάει 300.000 ευρώ και πλήρωσε για το χρέος του 27.450 ευρώ, 65.880 ευρώ και 84.978 ευρώ. Πόσα χρήματα χρωστάει ακόμη;
5. Σε ένα εργοστάσιο εργάζονται 100 άτομα, άντρες, γυναίκες και παιδιά. Οι άντρες και τα παιδιά μαζί είναι 70, ενώ οι γυναίκες και τα παιδιά μαζί είναι 40. Πόσοι είναι οι άντρες, πόσες οι γυναίκες και πόσα τα παιδιά;
6. Αν ελαττώσουμε τον μειωτέο μιας διαφοράς κατά 35 και αυξήσουμε τον αφαιρετέο κατά 16, ποια μεταβολή παθαίνει η διαφορά;

B. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ-ΔΙΑΙΡΕΣΗ

7. Δύο εργάτες εργάστηκαν μερικές ημέρες και έλαβε ο πρώτος 750 ευρώ και ο δεύτερος 525 ευρώ. Ο πρώτος ελάμβανε 15 ευρώ την ημέρα περισσότερα από τον δεύτερο. Ζητείται:
(α') Πόσες ημέρες εργάστηκαν και
(β') το ημερομίσθιο του καθενός.
8. Κάποιος αγόρασε από τον παντοπώλη 11 κιλά λάδι κι έδωσε 1.000 ευρώ. Ο παντοπώλης του επέστρεψε 769 ευρώ. Πόσο αγόρασε το κιλό το λάδι;
9. 12 άτομα, άντρες και γυναίκες, πλήρωσαν μαζί για ένα γεύμα 364 ευρώ. Καθένας από τους άντρες πλήρωσε 32 ευρώ και κάθε γυναίκα 28 ευρώ. Πόσοι ήταν οι άντρες και πόσες οι γυναίκες;
10. Στο γινόμενο 427×25 αυξάνουμε τον πολλαπλασιαστέο κατά 36. Να βρεθεί πόσο αυξάνει το γινόμενο, χωρίς να εκτελέσουμε κανονικά τον πολλαπλασιασμό.
11. Μια αγελάδα μαζί με το μοσχάρι της πουλήθηκαν για 4.800 ευρώ. Η αξία της αγελάδας ήταν 8-πλάσια από την αξία του μοσχαριού συν 300 ευρώ. Να βρεθεί η αξία του κάθε ζώου χωριστά.
12. Κάποιος υπάλληλος υπολόγισε ότι, αν ξοδεύει το μήνα 5.520 ευρώ, σ' έναν χρόνο θα έχει έλλειμμα 6.720 ευρώ. Πόσα ευρώ πρέπει να δαπανά τον μήνα, για να έχει περίσσειμα 4.320 ευρώ;
13. Ένα ατιμόπλοιο, κινούμενο με ταχύτητα 14 κόμβους την ώρα, διέτρεξε την απόσταση ανάμεσα σε δύο λιμάνια σε 9 ώρες. Με ποια ταχύτητα πρέπει να κινηθεί για να φτάσει 2 ώρες νωρίτερα;
14. Ένας έμπορος αγόρασε 180 κιλά καφέ προς 65 ευρώ το κιλό. Πούλησε έπειτα ένα μέρος από αυτόν προς 72 ευρώ το κιλό και το υπόλοιπο του έμεινε κέρδος. Πόσα κιλά του έμειναν ως κέρδος;

Γ. 4 ΠΡΑΞΕΙΣ

15. Οι μικροί τροχοί μιας άμαξας κάνουν 56 στροφές το λεπτό, ενώ οι μεγάλοι κάνουν 42. Πόσες λιγότερες στροφές θα κάνουν οι μεγάλοι τροχοί σε 2 ώρες;
16. Με ποιον αριθμό πρέπει να διαιρέσουμε το 4.227, για να βρούμε πηλίκο 13 και υπόλοιπο 171;
17. 9 εργάτες και 5 εργάτριες έλαβαν για δουλειά 6 ημερών 11.340 ευρώ. Αν κάθε εργάτρια παίρνει την ημέρα 70 ευρώ λιγότερα από κάθε εργάτη, πόσο είναι το ημερομίσθιο κάθε εργάτη;
18. Τρεις αδελφοί πλήρωσαν ένα χρέος 125.000 ευρώ. Οι δύο μεγαλύτεροι πλήρωσαν ο καθένας 12.500 ευρώ λιγότερα από το διπλάσιο των όσων πλήρωσε ο τρίτος. Πόσα χρήματα πλήρωσε ο καθένας;
19. Ένας έμπορος χώρισε ένα ύφασμα σε δύο κομμάτια που είχαν διαφορά 42 μέτρα. Να βρεθούν τα μήκη των δύο μερών, αν γνωρίζουμε ότι το μήκος του πρώτου ήταν τετραπλάσιο από το μήκος του δεύτερου.

20. Κάποιος αγόρασε 360 αυγά προς 27 ευρώ τα 15 και άλλα 360 προς 21 ευρώ τα 18. Από αυτά τα αυγά καταστράφηκαν τα 72 και τα υπόλοιπα τα πούλησε προς 45 ευρώ τα 27. Πόσες δραχμές κέρδισε;
21. Το ημερομίσθιο ενός τεχνίτη είναι 3-πλάσιο από το ημερομίσθιο του βοηθού του. Σε 5 ημέρες εργασίας έλαβαν και οι δύο μαζί 1200 ευρώ. Ποιο ήταν το ημερομίσθιο του καθενός;
22. Τίνος αριθμού το πενταπλάσιο, ελαττωμένο κατά 30, ισούται με τον αριθμό αυξημένο κατά 10;
23. Μια μητέρα έχει ηλικία τριπλάσια από την κόρη της. Οι ηλικίες και των δύο μαζί είναι 80 έτη. Ποια είναι η ηλικία της κόρης και ποια της μητέρας;

Δ. ΜΚΔ - ΕΚΠ

24. Μια χορωδία αποτελείται από 60 υψίφωνους, 120 μέσους και 40 βαθύφωνους. Πόσες το πολύ όμοιες ομάδες μπορούμε να σχηματίσουμε με αυτούς και πόσους υψίφωνους, μέσους και βαθύφωνους θα έχει κάθε ομάδα.
25. Τρεις ποδηλάτες αναχωρούν ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο ενός κυκλικού στίβου και κινούνται με την ίδια φορά. Ο πρώτος διανύει το στίβο σε 25sec, ο δεύτερος σε 36sec και ο τρίτος σε 45sec. Ύστερα από πόσο χρόνο μετά την αναχώρησή τους θα συναντηθούν στο ίδιο σημείο της αφετηρίας και πόσους γύρους θα έχει κάνει ο καθένας από αυτούς;
26. Οι μαθητές μιας τάξης μπορούν να παραταχθούν σε τριάδες ή τετράδες ή πεντάδες, χωρίς να περισσεύει κανείς και είναι λιγότεροι από 80. Πόσους μαθητές έχει η τάξη;
27. Οι μαθητές ενός σχολείου είναι τόσοι, ώστε αν τοποθετηθούν κατά 10δες λείπει ένας, ενώ αν τοποθετηθούν κατά 9δες, περισσεύουν 7. Ποιος είναι ο αριθμός των μαθητών αυτού του σχολείου, αν γνωρίζουμε ότι είναι περισσότεροι από 300 και λιγότεροι από 400;
28. Θέλουμε να μοιράσουμε 8800€, 200 ζεύγη κάλτσες και 80 φανέλες εξίσου σε φτωχές οικογένειες. Πόσες το πολύ οικογένειες μπορούμε να βοηθήσουμε και πόσα από κάθε είδος θα πάρει κάθε οικογένεια;
29. Τρία ατμόπλοια, που εκτελούν τα δρομολόγιά τους, αναχώρησαν συγχρόνως μια μέρα από τον Πειραιά. Το πρώτο ατμόπλοιο επανέρχεται και αναχωρεί πάλι από τον Πειραιά κάθε 18 ημέρες, το δεύτερο κάθε 20 ημέρες και το τρίτο κάθε 24 ημέρες. Μετά πόσες τουλάχιστο ημέρες θα συναντηθούν και πάλι στον Πειραιά;

ΘΕΤΙΚΟΙ ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α. ΠΡΟΣΘΕΣΗ-ΑΦΑΙΡΕΣΗ

30. Μια γωνία είναι ίση με τα $\frac{3}{9}$ της ορθής και μια άλλη είναι μεγαλύτερη από αυτήν κατά τα $\frac{2}{13}$ της ορθής. Να βρεθεί το άθροισμα των δύο αυτών γωνιών.
31. Να βρεθεί το βάρος τριών δοχείων α, β, γ , αν είναι γνωστό ότι το α ζυγίζει $10\frac{2}{5}kg$, το β $1\frac{3}{4}kg$ περισσότερο από το α και το γ $2\frac{4}{5}kg$ περισσότερο από το άθροισμα των α και β .
32. Ποιο ρητό πρέπει να προσθέσουμε στο $\frac{4}{9}$, για να βρούμε άθροισμα $1\frac{1}{3}$;
33. Ποια μεταβολή παθαίνει το κλάσμα $\frac{5}{7}$, αν προσθέσουμε τη μονάδα
(α') στον αριθμητή,
(β') στον παρονομαστή,
(γ') και στους δύο όρους του;
34. Τρεις αδελφοί α, β, γ μοίρασαν ένα χωράφι. Ο α πήρε $4\frac{2}{5}$ στρέμματα λιγότερα από τον β και $3\frac{1}{2}$ στρέμματα λιγότερα από τον γ . Να βρείτε πόσα στρέμματα πήρε ο καθένας, αν γνωρίζετε ότι ο γ πήρε $7\frac{1}{2}$ στρέμματα.
35. Κατά ποιο ρητό πρέπει να ελαττωθεί ο $2\frac{3}{7}$, για να γίνει ίσος με $1\frac{8}{9}$;

Β. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ-ΔΙΑΙΡΕΣΗ

36. Δύο αδελφοί α, β μοίρασαν μια περιουσία. Ο α πήρε το $\frac{1}{3}$ της περιουσίας και το $\frac{1}{4}$ από το υπόλοιπο. Ποιο κλάσμα της περιουσίας πήρε ο β ;
37. Αν πολλαπλασιάσετε έναν αριθμό με $\frac{2}{3}$, θα βρείτε 48. Ποιος είναι ο αριθμός;
38. Ο λόγος ενός ρητού προς $\frac{7}{8}$ ισούται με $\frac{7}{8}$. Ποιος είναι αυτός ο ρητός;
39. Πόσο αυξάνεται ή ελαττώνεται ο ρητός $\frac{3}{5}$, αν τον διαιρέσουμε δια $\frac{3}{4}$;
40. Με ποιο ρητό πρέπει να διαιρέσουμε το $\frac{4}{9}$, για να λάβουμε πηλίκο 8;

Γ. 4 ΠΡΑΞΕΙΣ

41. Τρία πρόσωπα μοιράστηκαν ένα κομμάτι ύφασμα. Το α' πήρε $12\frac{3}{5}m$, το β' πήρε $2\frac{2}{3}m$ λιγότερα από το α' και $2\frac{5}{8}m$ περισσότερα από το γ' . Πόσο ήταν το μήκος του υφάσματος;
42. Ένας έμπορος αγόρασε εμπορεύματα αξίας 72.000 ευρώ και πλήρωσε αμέσως τα $\frac{3}{4}$ της αξίας τους. Πόσα οφείλει ακόμη;
43. Το σιτάρι δίνει τα $\frac{11}{12}$ του βάρους του σε αλεύρι και το αλεύρι δίνει τα $\frac{13}{10}$ του βάρους του σε ψωμί. Πόσο ψωμί θα πάρουμε από 150kg σιτάρι;
44. Ένα ρολόι σε $15\frac{1}{2}h$ μένει πίσω το $\frac{6}{60}h$. Πόσο πίσω μένει σε μια ώρα;
45. Μια ελαστική σφαίρα αφέθηκε να πέσει ελεύθερα στο πάτωμα και αναπηδά κάθε φορά στα $\frac{2}{3}$ του προηγούμενου ύψους. Αφού χτύπησε 3 φορές στο πάτωμα, ανέβηκε σε ύψος 48cm. Από ποιο ύψος αφέθηκε να πέσει;

ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Α. ΜΕΘΟΔΟΣ: ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΜΟΝΑΔΑ

46. Ποιος είναι ο αριθμός του οποίου τα $\frac{7}{12}$ είναι 21.
47. Αν από το $\frac{1}{2}$ ενός αριθμού αφαιρέσουμε το $\frac{1}{5}$ του αριθμού, βρίσκουμε τον αριθμό 7. Ποιος είναι ο αριθμός;
48. Τα $\frac{3}{4}kg$ λάδι έχουν 18 ευρώ. Πόσο έχουν τα $2\frac{4}{5}kg$ λάδι;
49. Μια δεξαμενή περιέχει 216kg νερό και είναι γεμάτη ως τα $\frac{3}{7}$ της. Πόσα kg νερό χρειάζονται ακόμη για να γεμίσει;
50. Το τριπλάσιο και τα $\frac{2}{3}$ ενός αριθμού αποτελούν τον αριθμό 11. Ποιος είναι αυτός ο αριθμός;

Β. ΜΕΘΟΔΟΣ: ΜΕ ΕΙΣΩΣΕΙΣ

51. Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στο $\frac{3}{5}$, για να λάβουμε άθροισμα $7\frac{2}{3}$;
52. Αν αφαιρέσουμε $2\frac{3}{4}kg$ από ένα δοχείο βενζίνη, θα μείνουν σ' αυτό $8\frac{1}{5}kg$. Πόσα kg βενζίνη περιέχει το δοχείο;
53. Δύο αριθμοί έχουν γινόμενο 32. Ο ένας απ' αυτούς είναι $18\frac{2}{5}$. Ποιος είναι ο άλλος;
54. Αν από το διπλάσιο ενός αριθμού αφαιρέσετε το κλάσμα $\frac{2}{5}$, θα βρείτε $7\frac{3}{5}$. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

55. Μια βρύση γεμίζει τη δεξαμενή σε $8h$, δεύτερη τη γεμίζει σε $12h$ και τρίτη σε $15h$. Αν ανοίξουμε ταυτόχρονα και τις τρεις βρύσες,
- (α') σε πόσο χρόνο θα γεμίσει η δεξαμενή;
- (β') Πόσο μέρος της δεξαμενής θα έχει γεμίσει κάθε βρύση;
56. Τρεις αδελφοί κληρονόμησαν τα $\frac{8}{9}$ μιας περιουσίας. Καθένας τους πήρε 2.400 ευρώ. Πόση ήταν ολόκληρη η περιουσία;
57. Η αξία ενός οικοπέδου αυξήθηκε κατά τα $\frac{3}{20}$ της αξίας του προηγούμενου έτους και έφτασε στις 325.000 ευρώ. Πόση ήταν η αξία του οικοπέδου πριν από την αύξηση;
58. Ένα εμπόρευμα είχε φθορά, κατά τη μεταφορά του, ίση με τα $\frac{3}{40}$ της αξίας του. Αν γνωρίζετε ότι η αξία του μετά τη φθορά είναι 60.000 ευρώ να βρείτε την αξία του εμπορεύματος πριν από τη φθορά.
59. Τα $\frac{2}{5}$ των $\frac{3}{4}$ της ηλικίας ενός ατόμου είναι 18 έτη. Πόση είναι η ηλικία του;
60. Τα $\frac{3}{4}$ ενός αριθμού αν αυξηθούν κατά τα $\frac{2}{5}$ του δίνουν αποτέλεσμα 21. Ποιος είναι αυτός ο αριθμός;
61. Το $\frac{1}{3}$ και τα $\frac{3}{8}$ ενός ποσού είναι 3.400 ευρώ. Να βρεθεί αυτό το ποσό.
62. Αν από ένα ποσό αφαιρέσουμε τα $\frac{3}{4}$ του και το $\frac{1}{3}$ του υπολοίπου, θα απομείνουν 1.440 ευρώ. Να βρεθεί το αρχικό ποσό.
63. Έξι άτομα μοίρασαν μεταξύ τους τα $\frac{5}{8}$ ενός ποσού και απέμειναν 57.600 ευρώ. Ποιο ήταν το αρχικό ποσό;
64. Να μοιραστούν 20.230 ευρώ σε τρία άτομα α' , β' , γ' με τέτοιο τρόπο, ώστε το μερίδιο του β' να είναι τα $\frac{7}{22}$ του μεριδίου του α' και το μερίδιο του γ' να είναι τα $\frac{16}{33}$ του μεριδίου του α' .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΓΕΝΙΚΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

65. Σ' ένα μεικτό Γυμνάσιο γράφτηκαν 635 μαθητές και μαθήτριες. Αν γράφονταν 50 μαθητές λιγότεροι και 15 μαθήτριες περισσότερες, ο αριθμός των μαθητών θα ήταν ίσος με τον αριθμό των μαθητριών. Πόσοι μαθητές και πόσες μαθήτριες γράφτηκαν;
66. Ένας εργάτης έκανε τα $\frac{3}{5}$ ενός έργου σε $12h$. Κατόπιν πήραν και δεύτερο εργάτη. Έτσι το έργο τελείωσε συνολικά σε $15h$. Πόσο μέρος του έργου έκανε ο δεύτερος εργάτης;
67. Από δύο πόλεις A, B αναχωρούν ταυτόχρονα δύο κινητά α, β . Αν η ταχύτητα του α είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του β κατά $10km$ την ώρα και τα κινητά κινηθούν στην ίδια κατεύθυνση, θα συναντηθούν ύστερα από $42h$. Αν όμως κινηθούν αντίθετα, θα συναντηθούν ύστερα από $7h$. Να βρεθούν οι ταχύτητες και η απόσταση AB .
68. Ένας εργολάβος έχει 3 συνεργεία εργάτες. Το α' μπορεί να τελειώσει ένα έργο σε 8 ημέρες, το β' σε 5 ημέρες και το γ' σε 15 ημέρες. Ο εργολάβος παίρνει τα $\frac{2}{3}$ από τους εργάτες του α' συνεργείου, το $\frac{1}{3}$ από του β' και τα $\frac{3}{4}$ από του γ' και σχηματίζει ένα νέο συνεργείο. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσει το έργο το νέο συνεργείο;
69. Μια περιουσία έπρεπε να διανεμηθεί ανάμεσα στους κληρονόμους κάποιου που πέθανε και θα έπαιρνε ο καθένας 288.000€. Επειδή όμως δύο από αυτούς παραιτήθηκαν, οι υπόλοιποι πήραν από 432.000€ ο καθένας. Πόσοι ήταν οι κληρονόμοι;
70. Να βρεθεί αριθμός, του οποίου τα $\frac{2}{3}$ αυξανόμενα κατά 52 δίνουν άθροισμα κατά 12 μεγαλύτερο από το διπλάσιό του.
71. Τρεις εργάτες, εργαζόμενοι μαζί, σε πόσες ώρες θα εκτελέσουν ένα έργο, αν ο πρώτος μαζί με τον δεύτερο εκτελούν το μισό έργο σε $6h$, ο πρώτος μαζί με τον τρίτο εκτελούν ολόκληρο το έργο σε $15h$ και ο δεύτερος μαζί με τον τρίτο σε $20h$.

72. Κάποιος πεθαίνοντας αφήνει στο γιό του τα $\frac{2}{5}$ της περιουσίας του, στη θυγατέρα του τα $\frac{3}{8}$ και στη σύζυγό του το υπόλοιπο, δηλαδή 315.000€. Πόση ήταν η περιουσία;
73. Ένας εργάτης εκτελεί τα $\frac{2}{5}$ ενός έργου σε 9 ημέρες. Άλλος εργάτης εκτελεί τα $\frac{5}{8}$ του ίδιου έργου σε 5 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα εκτελέσουν το έργο αυτό, αν εργαστούν μαζί και οι δύο εργάτες;
74. Τα $\frac{2}{3}$ του $\frac{1}{4}$ των $\frac{3}{5}$ της ηλικίας ενός ανθρώπου είναι 10 έτη. Πόση είναι η ηλικία αυτού του ανθρώπου;
75. Τρεις εργάτες μοιράστηκαν 19.600€ με τέτοιο τρόπο, ώστε ο ένας από αυτούς να λάβει 800€ λιγότερα από όσα έλαβε ο καθένας από τους δύο άλλους. Πόσα χρήματα έλαβε ο καθένας;

