

ΓΥΜΝΑΣΙΟ:.....

ΤΜΗΜΑ:.....

ΟΝΟΜΑ:..... ΜΚΔ, ΕΚΠ

ΤΑΞΗ: Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:.....

ΜΚΔ, ΕΚΠ

1. Να αναλύσετε τους αριθμούς 600 και 700 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και να βρείτε το ΜΚΔ και το ΕΚΠ, των αριθμών αυτών. β. Αν ο αριθμός 620 διαιρεθεί με τον θετικό αριθμό δ δίνει υπόλοιπο 20. Ποια είναι η μικρότερη τιμή του θετικού δ .

600	2
300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

Άρα $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$

700		2
350		2
175		5
35		5
7		7
1		

Άρα $700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

$$600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$Ε.Κ.Π. = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4200$$

$$Μ.Κ.Δ. = 2^2 \cdot 5^2 = 100$$

Πρέπει $\delta > 20$ άρα η μικρότερη τιμή
 $\delta = 21$

2. Ένα σχολείο έχει 50 μαθητές. Ο γυμναστής του σχολείου, θέλοντας να σχηματίσει ομάδες εργασίας, τους γράφει σε μια λίστα με αλφαβητική σειρά δίνοντάς τους και τον αντίστοιχο αύξοντα αριθμό (αριθμό καταλόγου). Δηλαδή στο μαθητή που είναι γραμμένος πρώτος στη λίστα αντιστοιχεί ο αριθμός 1 και στον τελευταίο ο αριθμός 50. Κατόπιν αναθέτει εργασίες στις 4 ομάδες, τις οποίες σχηματίζει ως εξής:

Ομάδα Α: Περιλαμβάνει τους μαθητές με αριθμό καταλόγου πολλαπλάσιο του 2. Αυτοί αναλαμβάνουν την καθαριότητα της αυλής.

Ομάδα Β: Περιλαμβάνει τους μαθητές με αριθμό καταλόγου πολλαπλάσιο του 3. Αυτοί αναλαμβάνουν το πότισμα των δένδρων του σχολείου.

Ομάδα Γ: Περιλαμβάνει τους μαθητές με αριθμό καταλόγου πολλαπλάσιο του 5. Αυτοί αναλαμβάνουν τη φύτευση καλλωπιστικών φυτών.

Ομάδα Δ: Περιλαμβάνει τους μαθητές με αριθμό καταλόγου πολλαπλάσιο του 6. Αυτοί αναλαμβάνουν το βάψιμο των διαδρόμων του σχολικού κτιρίου.

α) Πόσοι μαθητές ανήκουν σε κάθε ομάδα;

β) Υπάρχουν μαθητές που θα κάνουν περισσότερες από μία εργασίες;

γ) Πόσοι μαθητές συμμετέχουν ταυτόχρονα στις ομάδες Γ και Δ;

δ) Υπάρχουν μαθητές που δεν συμμετέχουν σε καμία ομάδα εργασίας και αν ναι, πόσοι είναι;

Όλοι οι αριθμοί πρέπει να είναι μικρότεροι του 50 αφού όλοι οι μαθητές είναι 50.

Ομάδα Α : πολλαπλάσια του 2: οι μαθητές με αριθμό καταλόγου:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50

Ανήκουν 25 μαθητές

Ομάδα Β: πολλαπλάσια του 3: οι μαθητές που έχουν αριθμό καταλόγου:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48

Ανήκουν 16 μαθητές

Ομάδα Γ: πολλαπλάσια του 5 οι μαθητές με αριθμό καταλόγου:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

Ανήκουν 10 μαθητές

Ομάδα Δ: πολλαπλάσια του 6 οι μαθητές με αριθμό καταλόγου:

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48

Ανήκουν 8 μαθητές

Υπάρχουν μαθητές που ανήκουν σε περισσότερες από μια ομάδες είναι αυτοί που έχουν αριθμό καταλόγου που είναι κοινό πολλαπλάσιο του 2 και του 3 ή του 2 και του 2 και του 5, ή του 5 και του 6.

Ανήκουν στις ομάδες Γ και Δ οι μαθητές που ο αριθμός καταλόγου τους είναι πολλαπλάσιο του 5 και του 6

Το 30

Σε καμία εργασία δεν μετέχουν το 1, το 7 οι διψήφιοι πρώτοι που είναι μικρότεροι του 50 και το 49.

1,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,49

Δηλαδή 14 παιδιά.

3. Στο τέλος του αριθμού 27 να βάλετε ένα ψηφίο ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαιρείται ταυτόχρονα με το 2, το 5 και το 9.

270

4. Να εξηγήσετε γιατί το άθροισμα δύο διψήφιων πρώτων αριθμών είναι σύνθετος αριθμός.

Οι πρώτοι είναι μονοί εκτός από το δύο. Το άθροισμα δύο μονών είναι ζυγό. Άρα διαιρείται και με το 2.

5. Οι μαθητές ενός σχολείου είναι περισσότεροι από 200 και λιγότεροι από 300. Ξέρουμε ότι μπορούν να παραταχθούν σε τριάδες, πεντάδες και οκτάδες και δεν περισσεύει κανένας. Πόσους μαθητές έχει το σχολείο αυτό;

Αφού οι μαθητές μπορούν να παραταχθούν σε τριάδες, πεντάδες και οκτάδες, καταλαβαίνουμε ότι ο αριθμός των μαθητών θα είναι πολλαπλάσιος των αριθμών αυτών. Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. που είναι το 120 και συμπεραίνουμε ότι ο αριθμός που ψάχνουμε είναι το πολλαπλάσιο του 120 που περιέχεται ανάμεσα στο 200 και το 300. Άρα είναι το 240.

$$\text{Ε.Κ.Π. } (3,5,8)=120$$

$$120 \cdot 2 = 240$$

6. Να βρεθεί ο μικρότερος φυσικός αριθμός που όταν διαιρείται με τους αριθμούς 27, 36 και 45 αφήνει κάθε φορά υπόλοιπο 1.

Έστω Δ ο ζητούμενος αριθμός: τότε:

$$\begin{array}{ccc} \Delta \Big| 27 & \Delta \Big| 36 & \Delta \Big| 45 \\ 1 \Big| \pi_1 & 1 \Big| \pi_2 & 1 \Big| \pi_3 \end{array}$$

Άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι ο Ε.Κ.Π. $(27, 36, 45)+1=540+1=541$

7. Δύο φυσικοί αριθμοί έχουν ΜΚΔ το 90. Ποιοι είναι οι κοινοί τους διαιρέτες;

Οι κοινοί τους διαιρέτες είναι όλοι οι διαιρέτες του 90.

Δηλαδή : 1,2,3,5,6,9,10,15,18,30,45,90

8. Να βρεις το μεγαλύτερο διψήφιο αριθμό που διαιρεί ταυτόχρονα τους αριθμούς 475, 665, 1140.

Εφόσον ψάχνω αριθμό που διαιρεί κάποιους βρίσκω και γράφω τους διαιρέτες των αριθμών.

$$\Delta_{475}=1,5,25,19,95, 475$$

$$\Delta_{665}=1,5, 7, 19, 35, 95, 133, 665$$

$$\Delta_{1140}=1,2,3,4,5,6,10,12,19,60,95, 114,190,228,285,380,570,1140$$

9. Έχουμε 250 κόκκινες 350 άσπρες και 300 κίτρινες χάντρες. Πόσα το πολύ ομοιόμορφα κομπολόγια μπορούμε να φτιάξουμε που να περιέχουν και τα τρία χρώματα χάντρες; Και πόσες χάντρες από το κάθε χρώμα θα έχει το κάθε κομπολόι;

Η έκφραση το πολύ σημαίνει το μεγαλύτερο δυνατό άρα ψάχνω τον Μ.Κ.Δ. των αριθμών αυτών.

$$250=2*5^3, 350=2*5^2*7, 300=2^2*3*5^2,$$

Μ.Κ.Δ (250, 350, 300)= $2*5^2=50$, άρα μπορώ να φτιάξω 50 κομπολόγια και το καθένα θα περιέχει,

$$250:50=5 \text{ κόκκινες χάντρες,}$$

$$350:50=7 \text{ άσπρες χάντρες και}$$

$$300:50=6 \text{ κίτρινες χάντρες}$$

10. Διαιρούμε έναν αριθμό με το 72 και βρίσκουμε υπόλοιπο 64. Τι υπόλοιπο θα βρούμε αν διαιρέσουμε τον αριθμό με το 18;

Παρατηρούμε ότι το 72 είναι πολλαπλάσιο του 18.
 $72 = 4 \cdot 18$.

Επίσης αν κάνω την διαίρεση $64:18$ βρίσκω πηλίκο 3 και υπόλοιπο 10. Αυτό είναι το ζητούμενο υπόλοιπο. Αλλιώς αν Δ είναι ο αριθμός θα είχαμε:

$$\begin{array}{l} \Delta \\ 64 \end{array} \left| \begin{array}{l} 72 \\ \hline \pi_1 \end{array} \right. \text{άρα}$$

$$\Delta = 72 \cdot \pi_1 + 64 =$$

$$4 \cdot 18 \cdot \pi_1 + 3 \cdot 18 + 10 =$$

$$18 \cdot (4\pi_1 + 3) + 10$$

$$\text{δηλαδή} \quad \begin{array}{l} \Delta \\ 10 \end{array} \left| \begin{array}{l} 18 \\ \hline 4\pi_1 + 3 \end{array} \right.$$