

ΛΥΚΕΙΟ :.....

ΤΑΞΗ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: ΠΡΩΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΔΙΑΖΕΥΞΗΣ

Σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε Σ (σωστή) ή Λ (λανθασμένη)

A.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. Τα συγγραμμικά διανύσματα έχουν της ίδια κατεύθυνση | Σ | Λ |
| 2. Τα αντίρροπα διανύσματα είναι αντίθετα | Σ | Λ |
| 3. Αν $\vec{a}=(2, -4)$, $\vec{b}=(-5, 10)$ τότε $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$. | Σ | Λ |
| 4. Αν $ \vec{a} = \vec{b} $, τότε $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$. | Σ | Λ |
| 5. Αν $\vec{a}$ μη συγγραμμικό του $\vec{b}$ και ισχύει $\kappa \vec{a} + \lambda \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \kappa = \lambda = 0$. | Σ | Λ |
| 6. Αν $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ τότε πάντα το $\vec{a}$ είναι κάθετο στο $\vec{b}$. | Σ | Λ |
| 7. Αν $\vec{a}=(3\mu, 6)$ και $\vec{b}=(2, -\mu)$ τότε $\forall \mu \in \mathbb{R}$ το $\vec{a}$ είναι κάθετο στο $\vec{b}$. | Σ | Λ |

B.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. Αν $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ τότε $(\vec{a}, \vec{b}) < 90^\circ$ | Σ | Λ |
| 2. Το $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{\gamma}$, παριστάνει διάνυσμα | Σ | Λ |
| 3. Μπορούμε να γράψουμε $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{\gamma} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{\gamma})$ | Σ | Λ |
| 4. Τα διανύσματα $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ και $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j}$ είναι κάθετα | Σ | Λ |
| 5. Αν $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{\gamma} \Rightarrow \vec{b} = \vec{\gamma}$ | Σ | Λ |
| 6. Ισχύει: $\vec{a} \cdot \vec{\delta} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{\delta}} \vec{a}$ | Σ | Λ |
| 7. Τα αντίθετα διανύσματα είναι αντίρροπα | Σ | Λ |
| 8. Αν $(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$ ή $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$ τότε τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$, είναι συγγραμμικά | Σ | Λ |
| 9. Τα ομόρροπα διανύσματα είναι συγγραμμικά | Σ | Λ |
| 10. Τα συγγραμμικά διανύσματα είναι ομόρροπα | Σ | Λ |

Γ.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. Ισχύει: $\vec{AB} + \vec{AI} = \vec{BI}$ | Σ | Λ |
| 2. Ισχύει: $\vec{AB} - \vec{AI} = \vec{BI}$ | Σ | Λ |
| 3. Ισχύει: $\vec{AI} + \vec{BA} = \vec{BI}$ | Σ | Λ |
| 4. Αν $\lambda \cdot \vec{a} = \vec{0}$, τότε $\lambda = 0$ | Σ | Λ |
| 5. Αν $\lambda \cdot \vec{a} = \vec{0}$, τότε $\vec{a} = \vec{0}$ | Σ | Λ |
| 6. Ισχύει: $\vec{AB} + \vec{I\Delta} + \vec{EZ} + \vec{BI} + \vec{\Delta E} + \vec{ZA} = \vec{0}$ | Σ | Λ |

Δ.

- | | | |
|--|---|---|
| 1. Αν $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ και $\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{\gamma}$, τότε $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\gamma}$ | Σ | Λ |
| 2. Ισχύει $(\vec{a}, \vec{b}) + (-\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$ για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ | Σ | Λ |
| 3. Ισχύει $(\vec{a}, \vec{b}) = (-\vec{a}, -\vec{b})$ για οποιαδήποτε μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ | Σ | Λ |
| 4. Ισχύει $\text{προβ}_{\vec{a}} \vec{b} = \text{προβ}_{\vec{b}} \vec{a}$ για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ | Σ | Λ |
| 5. Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν αντίθετους συντελεστές διεύθυνσης | Σ | Λ |

- | | | |
|---|---|---|
| 6. Αν το διάνυσμα $\vec{a} + \vec{\beta}$, είναι συγγραμμικό με το $\vec{a}$, τότε θα είναι συγγραμμικό και με το $\vec{\beta}$ | Σ | Λ |
| 7. Ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = \vec{\beta} \cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{a}$ | Σ | Λ |
| 8. Ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = \vec{a} \cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{a}$ | Σ | Λ |

ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ (Θεωρία)

- Η ισότητα $\vec{a} = \lambda \cdot \vec{\beta}$, με $\lambda \in \mathbb{R}^*$, σημαίνει ότι:
 - Το διάνυσμα $\vec{a}$, είναι μεγαλύτερο από το διάνυσμα $\vec{\beta}$,
 - Το διάνυσμα $\vec{a}$, είναι ομόρροπο με το διάνυσμα $\vec{\beta}$,
 - Τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά,
 - Τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ βρίσκονται στην ίδια ευθεία,
 - $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$.
- Ποια από τις παρακάτω ισότητες δηλώνει ότι το σημείο Δ είναι το μέσον του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ;
 - $\Delta\vec{A} = \Delta\vec{B}$,
 - $|\Delta\vec{A}| = |\Delta\vec{B}|$,
 - $A\vec{\Delta} + \Delta\vec{B} = A\vec{B}$,
 - $\Delta\vec{A} + \Delta\vec{B} = \vec{0}$,
 - Καμία από τις προηγούμενες.
- Αν Α, Β και Γ είναι τρία συνευθειακά σημεία για τα οποία ισχύει ότι: $\vec{AB} = \lambda \vec{A\Gamma}$, με $0 < \lambda < 1$, τότε το σημείο Γ βρίσκεται:
 - Ανάμεσα στα σημεία Α και Β
 - Στην προέκταση της ευθείας ΑΒ προς το μέρος του σημείου Β
 - Στην προέκταση της ευθείας ΑΒ προς το μέρος του σημείου Α
 - Στο μέσον του ΑΒ.
- Αν $|\vec{a} + \vec{\beta}| = |\vec{a}| + |\vec{\beta}|$, τότε τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$:
 - Είναι αντίρροπα,
 - Είναι αντίθετα,
 - Είναι ομόρροπα,
 - Έχουν την ίδια κατεύθυνση.
- Αν $\vec{a} = \lambda \cdot \vec{\beta}$, με $\lambda \in \mathbb{R}$ τότε:
 - $|\vec{a}| > |\vec{\beta}|$,
 - $\lambda > 0$,
 - Τα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ είναι παράλληλα,
 - $(\vec{a}, \vec{\beta}) < 90^\circ$
- Αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} > 0$, τότε η γωνία $(\vec{a}, \vec{\beta})$ είναι:
 - Οξεία,
 - Αμβλεία,
 - Ορθή,
 - 180°
- Αν $A(x_1, y_1)$, και $B(x_2, y_2)$ τότε οι συντεταγμένες του μέσου $M(x, y)$ του $\vec{AB}$ είναι:
 - $x = \frac{x_1 + y_1}{2}$, $y = \frac{x_2 + y_2}{2}$,
 - $x = \frac{x_1 - x_2}{2}$, $y = \frac{y_1 - y_2}{2}$,
 - $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$,
 - $x = \frac{x_1 - y_1}{2}$, $y = \frac{x_2 - y_2}{2}$.

ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ (Ασκήσεις)

1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{x} = (\lambda + 1)\vec{i} + (\lambda - 1)\vec{j}$, $\vec{y} = (\lambda + 7)\vec{i} - (\lambda - 3)\vec{j}$, όπου Oij είναι ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς και $\lambda \in \mathbb{R}$.

A. Σε κάθε πρόταση να αντιστοιχίσετε την μοναδική σωστή απάντηση:

1) Το $\vec{x}$ είναι το μηδενικό διάνυσμα όταν το λ ισούται με:

A. 1, **B.** -1, **Γ.** 1 ή -1, **Δ.** 0, **Ε.** δεν υπάρχει τιμή του λ

2) Τα $\vec{x}$ και $\vec{y}$ είναι κάθετα όταν το λ ισούται με:

A. $\frac{1}{3}$, **B.** $-\frac{1}{3}$, **Γ.** -7 ή -1, **Δ.** 0, **Ε.** 1.

3) Το $\vec{y} \parallel \vec{\delta} = (2, \frac{1}{3})$ όταν το λ ισούται με:

A. -2, **B.** $-\frac{3}{5}$, **Γ.** $\frac{11}{7}$, **Δ.** $-\frac{1}{6}$, **Ε.** δεν υπάρχει τιμή του λ .

4) Το $\vec{x} \parallel xx'$, όταν το λ ισούται με:

A. -1, **B.** $\sqrt{2}$, **Γ.** 1, **Δ.** $\frac{1}{2}$, **Ε.** $\frac{3}{2}$.

5) $|\vec{y}| = 5\sqrt{2}$, όταν το λ ισούται με:

A. 0, **B.** $\sqrt{5}$, **Γ.** -1, **Δ.** -2, **Ε.** $-\sqrt{5}$.

B. 1) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε τα $\vec{x}$ και $\vec{y}$ να είναι παράλληλα.

2) Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει: $|\vec{x} + \vec{y}| = 2\sqrt{2}$.

2. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{u} = (\lambda^2 + \lambda - 2, \lambda - 1)$,

A. Σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις να δώσετε την σωστή απάντηση:

1) Το $\vec{u}$ είναι το μηδενικό διάνυσμα όταν το λ ισούται με:

A. -1, **B.** 0, **Γ.** 1, **Δ.** 2, **Ε.** $\sqrt{2}$.

2) Το $\vec{u}$ είναι $\parallel$ στον yy' όταν το λ ισούται με:

A. $2\sqrt{2}$, **B.** $\frac{7}{2}$, **Γ.** 0, **Δ.** -1, **Ε.** -2.

3) Το $\vec{u}$ είναι $\parallel$ στην $x+y-5=0$ όταν το λ ισούται με:

A. 2, **B.** -3, **Γ.** -2, **Δ.** $\frac{1}{3}$, **Ε.** $-\frac{2}{3}$.

B. Αν $\vec{u} \neq \vec{0}$,

1) Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε το διάνυσμα να σχηματίζει γωνία 45° με το άξονα xx' ,

2) Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το διάνυσμα $\vec{u}$ να είναι κάθετο στο $\vec{v} = (1, \lambda)$.

3. Έστω τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά 4cm. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένη:

A. $\vec{AB} \cdot \vec{\Gamma B} = 0$, **B.** $\vec{AO} \cdot \vec{AB} = 8$, **Γ.** $\vec{AB} \cdot \vec{A\Gamma} = 16$

Δ. $\vec{AB} \cdot \vec{\Gamma\Delta} = -16$, **Ε.** $\vec{OB} \cdot \vec{BA} = 8$.