

ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΑ ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

1999

1. Δίνονται τα σημεία του επιπέδου: $A(8, 0)$ και $B(0, 4)$.
α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από την αρχή των αξόνων O και το μέσον Δ του AB .
β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το Δ και είναι κάθετη στην OD .
γ) Έστω M τυχαίο σημείο της παραπάνω ευθείας (ε) να δείξετε ότι ισχύει η σχέση:
$$\vec{MA}^2 + \vec{MB}^2 = 2\vec{OM}^2$$

2000

2. Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy , η εξίσωση της ευθείας:
 $(\lambda-1)x + (\lambda+1)y - \lambda - 3 = 0$, όπου λ πραγματικός αριθμός, περιγράφει την φωτεινή ακτίνα που εκπέμπει ένας περιστρεφόμενος φάρος Φ .
A. Να βρείτε τις συντεταγμένες του φάρου Φ .
B. Τρία πλοία βρίσκονται στα σημεία $K(2, 2)$, $\Lambda(-1, 5)$ και $M(1, 3)$. Να βρείτε τις εξισώσεις των φωτεινών ακτίνων που διέρχονται από τα πλοία K , Λ και M .
Γ. Να υπολογίσετε ποιο από τα πλοία K και Λ βρίσκεται πλησιέστερα στην φωτεινή ακτίνα που διέρχεται από το πλοίο M .
Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της θαλάσσιας περιοχής που ορίζεται από τον φάρο Φ και τα πλοία Λ και M .

2001

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - y^2 + 6x + 9 = 0$,
α) Να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες ε_1 και ε_2 ,
β) Να δείξετε ότι οι δύο ευθείες είναι κάθετες,
γ) Να βρείτε ένα σημείο $M(\kappa, \lambda)$ με $\kappa > 0$ και $\lambda > 0$ τέτοιο ώστε το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (3, \kappa)$ να είναι παράλληλο προς μία από τις δύο ευθείες ε_1 ή ε_2 και το διάνυσμα $\vec{\beta} = (-16, 4\lambda)$ να είναι παράλληλο προς την άλλη ευθεία,
δ) Να γράψετε την εξίσωση της παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων O και άξονα συμμετρίας τον άξονα xx' και διέρχεται από το M .

2003

4. Δίνεται ένα τρίγωνο με κορυφές $A(2\lambda-1, 3\lambda+2)$, $B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ με $\lambda \neq -2$.
A. Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.
B. Εάν $\lambda = 1$, να βρείτε:
α) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$,
β) Την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την κορυφή $A(1, 5)$ και εφάπτεται στην ευθεία $B\Gamma$.

2004

5. Να χαρακτηρίσετε Σωστό ή Λάθος. Αν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$, η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.
6. Αν A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$, τότε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι:
$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})|.$$
7. Δίνονται δύο παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1: 3x + 4y + 6 = 0$ και $\varepsilon_2: 3x + 4y + 16 = 0$.
A. Να βρείτε την απόσταση των παραλλήλων ευθειών ε_1 και ε_2 .
B. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ε_1 και ε_2 .
Γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο τομής της ευθείας ε_1 με τον άξονα xx' και αποκόπτει από την ε_2 χορδή μήκους $d = 4\sqrt{3}$.