

ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ

1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε $\Delta E//B\Gamma$ και $\Delta Z//BE$. Αν $A\Delta=30$ cm, $AZ=20$ cm, $ZE=x$, $E\Gamma=y$ και $\Delta B=x+2$. Να βρεθούν τα x και y .
2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε $K\Lambda//B\Gamma$ και $\Lambda M//AB$, που τέμνουν τις AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ στα σημεία K , Λ , M αντίστοιχα. Ναδειχτεί ότι: $\frac{AK}{KB} = \frac{BM}{M\Gamma}$.
3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ από τυχαίο σημείο K της AB φέρνουμε παράλληλη προς την $A\Gamma$ που τέμνει την $B\Gamma$ στο Λ και από το A την $AM//K\Gamma$ που τέμνει την $B\Gamma$ στο M . Ναδειχτεί ότι: $\frac{B\Gamma}{B\Lambda} = \frac{BM}{B\Gamma}$.
4. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ από τυχαίο σημείο P της διαμέσου AM αυτού φέρνουμε τις $P\Delta//AB$ και $PE//A\Gamma$ που τέμνουν την $B\Gamma$ στα σημεία Δ και E . Ναδειχτεί ότι η PM είναι διάμεσος στο τρίγωνο $P\Delta E$.
5. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε την διάμεσο AM και έστω K το μέσον της. Φέρνουμε την ευθεία BK που τέμνει την $A\Gamma$ στο Λ . Ναδειχτεί ότι: $\frac{A\Lambda}{\Lambda\Gamma} = \frac{1}{2}$.
6. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε μία ευθεία παράλληλη προς την διάμεσο $A\Delta$ που τέμνει τις πλευρές AB , $A\Gamma$, $B\Gamma$ στα σημεία K , Λ , M αντίστοιχα. Ναδειχτεί ότι: $\frac{AK}{AB} = \frac{A\Lambda}{A\Gamma}$.
7. Σε ένα τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB//\Gamma\Delta$ AB μεγάλη βάση) από το σημείο K που τέμνονται οι διαγώνιες του $A\Gamma$ και $B\Delta$ να φέρετε τις $K\Lambda//A\Delta$ και $KM//B\Gamma$ που τέμνουν την AB στα σημεία Λ και M . Ναδείξετε ότι: $A\Lambda=BM$.
8. Από ένα σημείο K της πλευράς AB ενός τριγώνου $AB\Gamma$ να φέρετε την $K\Lambda//B\Gamma$, από το Λ την $\Lambda M//AB$ και από το M την $MN//A\Gamma$. Ναδειχτεί ότι: $\frac{KA}{KB} = \frac{NB}{NA}$.
9. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ και Δ' στην πλευρά $B\Gamma$. Από τα Δ και Δ' φέρνουμε παράλληλες ΔE , $\Delta'E'$ προς την AB και ΔZ , $\Delta'Z'$ προς την $A\Gamma$ που τέμνουν τις $A\Gamma$, AB στα σημεία E , E' και Z , Z' αντιστοίχως. Ναδείξετε ότι τα τμήματα $\Delta\Delta'$, EE' , ZZ' είναι ανάλογα προς τις πλευρές α , β , γ , του τριγώνου.
10. Οι μη παράλληλες πλευρές $A\Delta$ και $B\Gamma$ ενός τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται στο O . Η παράλληλη από το B προς την $A\Gamma$ τέμνει την $A\Delta$ στο E . Ναδείξετε ότι $OA^2=OE \cdot OD$.
11. Από την κορυφή A παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρνουμε ευθεία ϵ η οποία τέμνει τις $B\Delta$, $B\Gamma$, $\Delta\Gamma$ στα σημεία E , Z , H αντίστοιχα. Ναδείξετε ότι $AE^2=EZ \cdot EH$.