

ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

1. Στις πλευρές μιας γωνίας χAy παίρνουμε τμήματα $AB=AG$ και K τυχαίο σημείο της διχοτόμου Az . Ναδειχτεί ότι $KB=KG$.
2. Από τυχαίο σημείο M της διχοτόμου Oz μιας γωνίας χOy φέρνουμε κάθετη προς την διχοτόμο που τέμνει τις πλευρές της γωνίας στα σημεία K και L . Ναδειχτεί ότι $OK=OL$ και $MK=ML$.
3. Αν δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα ναδειχτεί ότι οι διάμεσοι AK και ΔL , που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές τους είναι ίσες.
4. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) φέρνουμε τη διχοτόμο AK και παίρνουμε σ' αυτή τυχαίο σημείο M . Ναδειχτεί ότι $MB=MG$.
5. Σε τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε την διάμεσο AK και τις BD και GE κάθετες στην AK . Ναδειχτεί ότι $BD=GE$.
6. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και στις προεκτάσεις των BA και $A\Delta$ παίρνουμε σημεία Θ και H αντίστοιχα, έτσι ώστε $A\Theta=\Delta H$. Ναδειχτεί ότι $\Theta\Gamma=BH$.
7. Δίνεται κύκλος (O, ρ) και AB τυχαία χορδή του. Αν από το μέσο K του τόξου AB φέρουμε την $K\Delta$ κάθετη στην OA , ναδειχτεί ότι $2K\Delta=AB$.
8. Από το μέσο M ενός τμήματος AB φέρνουμε τυχαία ευθεία ε πλάγια ως προς την AB . Από τα σημεία A και B φέρνουμε κάθετες προς την AB που τέμνουν την ε στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Ναδειχτεί ότι $M\Gamma=M\Delta$.
9. Από το μέσο M της βάσης $B\Gamma$ ενός ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνουμε τις $M\Delta$ και ME κάθετες στις AB και AG αντίστοιχα. Ναδειχτεί ότι $M\Delta=ME$.
10. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της $B\Gamma$. Αν η ΔM τέμνει την προέκταση της AB στο K , ναδειχτεί ότι $\Delta\Gamma=BK$.
11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και K και L τα μέσα των ίσων πλευρών AB και AG αντίστοιχα. Αν φέρουμε τις KM και LN κάθετες στην $B\Gamma$. Ναδειχτεί ότι $KM=LN$.
12. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών προς το μέρος της κορυφής A παίρνουμε τμήματα $A\Theta=AH$. Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$ ναδείξετε ότι $\Theta M=HM$ και τα τρίγωνα $MB\Theta=M\Gamma H$.
13. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών του παίρνουμε τμήματα $BD=GE$. Αν AK είναι το ύψος του $AB\Gamma$ ναδείξετε ότι το τρίγωνο $K\Delta E$ είναι ισοσκελές.
14. Επί των πλευρών ενός ισοσκελούς τριγώνου $AB\Gamma$ κατασκευάζουμε τρία ισόπλευρα τρίγωνα τα οποία βρίσκονται εκτός του τριγώνου. Να αποδειχτεί ότι οι εξωτερικές κορυφές σχηματίζουν ισοσκελές τρίγωνο.
15. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και ονομάζουμε ε την ευθεία που ορίζεται από τα μέσα K και L των πλευρών του AB και AG . Να αποδειχτεί ότι τα B και Γ ισαπέχουν από την ευθεία ε .

16. Έστω γωνία xOy και τα σημεία A, A' της Ox και B, B' της Oy τέτοια ώστε να είναι $OA=OB$ και $OA'=OB'$. Αν P είναι τυχαίο σημείο της διχοτόμου της xOy να αποδειχτεί ότι οι γωνίες APA' και BPB' είναι ίσες.
17. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος $A\chi$ της γωνίας A και M, N σημεία της $A\chi$. Να αποδειχτεί ότι: **α)** $MB=M\Gamma$ και $NB=N\Gamma$ και **β)** Οι γωνίες ABM και $A\Gamma M$, όπως και οι MBN και $M\Gamma N$ είναι ίσες.
18. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα K, M, Λ τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, A\Gamma$ αντιστοίχως. Να αποδειχτεί ότι: **α)** Το τρίγωνο $MK\Lambda$ είναι ισοσκελές, **β)** Το M ισαπέχει από τις AB και $A\Gamma$, **γ)** Τα K και Λ ισαπέχουν από τη βάση $B\Gamma$, **δ)** Η ευθεία MA διχοτομεί τη γωνία $KM\Lambda$.
19. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών AB και $A\Gamma$, θεωρούμε σημεία Δ και E αντιστοίχως ώστε να είναι $B\Delta=\Gamma E$. Να αποδειχτεί ότι: **α)** $\Delta\Gamma=BE$, **β)** Οι γωνίες $\Delta\Gamma E$ και EBA είναι ίσες.
20. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και πάνω στο φορέα της πλευράς $B\Gamma$ παίρνουμε τα σημεία Δ, E έτσι ώστε $B\Delta=\Gamma E$. Να αποδειχτεί ότι: **α)** Το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές, **β)** Τα σημεία Δ και E ισαπέχουν από τις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.