

1. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $[0, \frac{\pi}{2})$ με $f'(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$ και $f(0)=2$.
2. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(2x+1) = 3x+5$ και $f(0)=2$.
3. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ τέτοια ώστε : $f^2(x)f'(x) = 0$ και $f(1)=1$.
4. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ τέτοια ώστε : $f^3(x)f'(x) = 0$ και $f(1)=1$.
5. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ τέτοια ώστε : $f'(x) = 1 + \frac{f(x)}{x}$ και $f(1)=2$ και $f(-1)=1$.
6. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ τέτοια ώστε : $f''(x) = f(x)$ και $f(0)=f'(0)=1$.
7. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f(x) \neq 0$ τέτοια ώστε : $f'(x) = 2x \cdot f(x)$ και $f(0)=1$.
8. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) + 2xf^2(x) = 0$, $f(0) = 1$, $f(x) \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$.
9. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $(x^2 + 1)f'(x) + 2xf^2(x) = 0$, $x > 0$, $f(1) = \frac{1}{\ln 2}$, $f(x) \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$.
10. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f(0) = 2$, $f(x) \neq e^x$, $x \in \mathbb{R}$, και $f'(x) + e^{2x}(f(x) - e^x)^3 = e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
11. Να βρείτε συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f(0) = f'(0) = 1$, $f(x) > 0$, $x \in \mathbb{R}$, και $f''(x) \cdot f(x) = (f'(x))^2 + 2f^2(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
12. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση δύο φορές παραγωγίσιμη με $f(0)=f'(0)=0$ και ισχύει:
 $12x^2 f(x) + 8x^3 f'(x) + (x^4 + 1)f''(x) = 2$, $x \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}$.
13. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση με $f(1)=2$, με $f'(x) = \begin{cases} 2x-1, & x < 0 \\ 3x^2-1, & x \geq 0 \end{cases}$, να βρείτε την συνάρτηση f .