

Να υπολογιστούν τα όρια:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{\varepsilon\varphi 2x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2\eta\mu x}{x^3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \eta\mu x}{x^2 \cdot \eta\mu x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \eta\mu^3 x}{(e^x - 1)^4}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln^4 x}{(x-1)\eta\mu^3(x-1)}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x - x\sigma\upsilon\nu x}{x \cdot \ln(x+1) \cdot \eta\mu x}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 5^x}{3^x + 4^x}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sigma\upsilon\nu x}{x}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{\ln(e^x + 1)}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sigma\varphi x}{\ln x}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sigma\varphi x$$

$$17. \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x \cdot \eta\mu \frac{1}{x})$$

$$18. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - e^x)$$

$$19. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln^2 x - x^2 + x)$$

$$20. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - \ln(x+1))$$

$$21. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln(e^x + 1))$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{\eta\mu x})$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$$

$$26. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$$

27. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση δυο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$. Να δείξετε ότι

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2} = f''(x_0).$$

28. Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της συνάρτησης $f(x) = x^2 e^{-x}$.

$$29. \text{Ποια τα } \alpha \text{ και } \beta \text{ ώστε } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha x + \beta \eta \mu x}{x^3} = 2$$