

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΣΥΝΘΕΣΗ-ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

1. Αν $F_1 = 10\text{N}$, $F_2 = 12\text{N}$, $F_3 = 15\text{N}$, η συνισταμένη των τριών δυνάμεων έχει μέτρο.

α. 10N β. 14N γ. 7N δ. 30N



$$F_{02} = F_1 + F_2 - F_3 = 10\text{N} + 12\text{N} - 15\text{N} = 7\text{N}$$

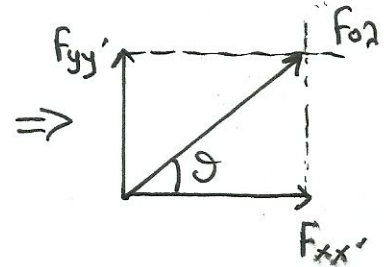
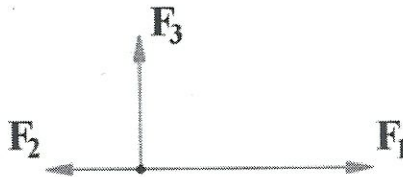
2. Να υπολογιστεί η συνισταμένη των δυνάμεων του σχήματος:

$F_1 = 10\text{N}$, $F_2 = 2\text{N}$, $F_3 = 6\text{N}$.

ΛΥΣΗ

$$F_{xx'} = F_1 - F_2 = 10\text{N} - 2\text{N} = 8\text{N}$$

$$F_{yy'} = F_3 = 6\text{N}$$



$$F_{02}^2 = F_{xx'}^2 + F_{yy'}^2 \Rightarrow F_{02} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10\text{N} \quad (\text{μέτρο})$$

$$\varepsilon_{\vartheta} = \frac{F_{yy'}}{F_{xx'}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad (\text{διεύθυνση})$$

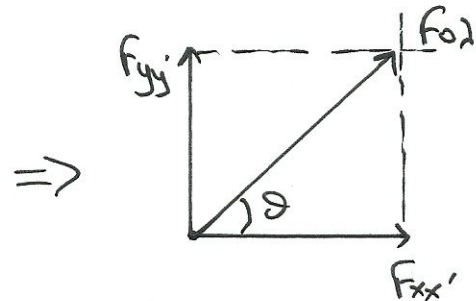
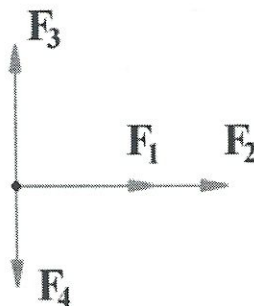
3. Να υπολογιστεί η συνισταμένη των δυνάμεων του σχήματος.

Δίνονται: $F_1 = 2\text{N}$, $F_2 = 4\text{N}$, $F_3 = 20\text{N}$, $F_4 = 12\text{N}$.

ΛΥΣΗ

$$F_{xx'} = F_1 + F_2 = 2\text{N} + 4\text{N} = 6\text{N}$$

$$F_{yy'} = F_3 - F_4 = 20\text{N} - 12\text{N} = 8\text{N}$$



$$F_{02}^2 = F_{xx'}^2 + F_{yy'}^2$$

$$F_{02} = \sqrt{F_{xx'}^2 + F_{yy'}^2}$$

$$F_{02} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\text{N} \quad (\text{μέτρο})$$

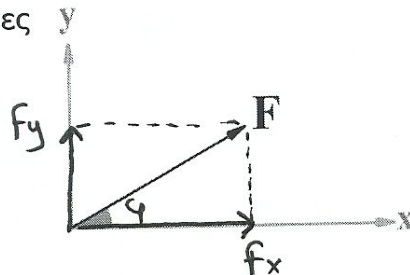
$$\varepsilon_{\vartheta} = \frac{F_{yy'}}{F_{xx'}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (\text{διεύθυνση})$$

4. Να αναλύσετε τη δύναμη F στους άξονες x και y του σχήματος. Αν $F = 10\text{N}$, $\varphi = 30^\circ$, τότε:

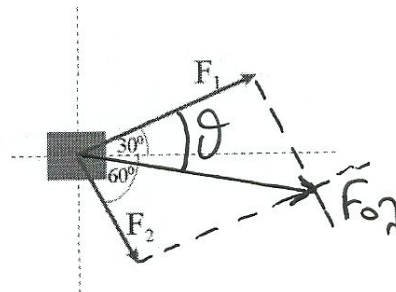
Λύση:

$$F_x = F \cdot \cos \varphi = 10 \cdot \cos 30^\circ$$

$$F_y = F \cdot \sin \varphi = 10 \cdot \sin 30^\circ$$



5. Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 40\text{N}$ και $F_2 = 30\text{N}$, που σχηματίζουν γωνίες 30° και 60° με τη οριζόντια διεύθυνση αντίστοιχα. Βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων και την κατεύθυνση σε σχέση με τη οριζόντια διεύθυνση.



Λύση:
1ος τρόπος

$$F_{02}^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F_{02} = \sqrt{40^2 + 30^2}$$

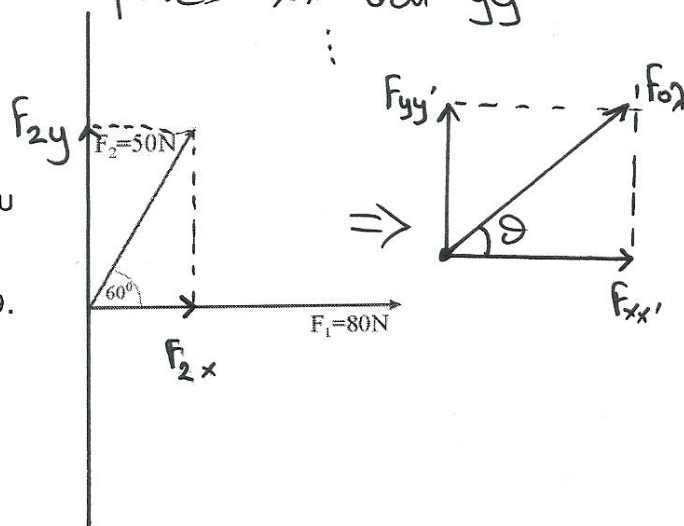
$$F_{02} = \sqrt{2500} = 50\text{N} \text{ (έτρο)}$$

$$\epsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} \text{ (διεύθυνση)}$$

2ος τρόπος

Μπορείτε να αναλύσετε τις F_1 και F_2 στους άξονες x' και y'

6. Βρείτε τη συνισταμένη κατά διεύθυνση, φορά και μέτρο, δύο δυνάμεων $F_1 = 80\text{N}$ και $F_2 = 50\text{N}$ που σχηματίζουν μεταξύ τους 60° και ασκούνται στο ίδιο σημείο. Δίνονται: $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,9$, $\sin 60^\circ = 0,5$, $\cos 60^\circ = 0,9$



Λύση:

$$\sin 60^\circ = \frac{F_{2y}}{F_2} \Rightarrow F_{2y} = F_2 \cdot \sin 60^\circ$$

$$\cos 60^\circ = \frac{F_{2x}}{F_2} \Rightarrow F_{2x} = F_2 \cdot \cos 60^\circ$$

$$F_{x'x'} = F_1 + F_{2x} = F_1 + F_2 \cdot \cos 60^\circ = 80 + 50 \cdot 0,5 = 105\text{N}$$

$$F_{y'y'} = F_{2y} = F_2 \cdot \sin 60^\circ = 50 \cdot 0,5 = 25\text{N}$$

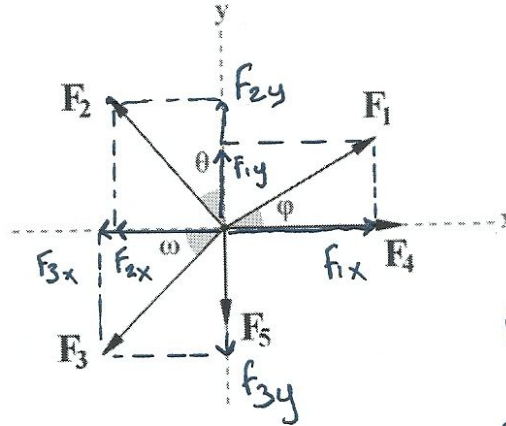
$$F_{02}^2 = F_{x'x'}^2 + F_{y'y'}^2 \Rightarrow F_{02} = \sqrt{F_{x'x'}^2 + F_{y'y'}^2} = \sqrt{105^2 + 25^2} = \sqrt{11025 + 625} \Rightarrow$$

$$F_{02} = 114,24\text{N} \text{ και } \epsilon\varphi\theta = \frac{F_{y'y'}}{F_{x'x'}} = \frac{25}{105}$$

7. Αν $F_1 = 8\text{N}$, $F_2 = 6\text{N}$, $F_3 = 5\text{N}$, $F_4 = 10\text{N}$ και $F_5 = 6\text{N}$, να αναλύσετε τις παρακάτω δυνάμεις σε συνιστώσες των ορθογωνίων αξόνων x και y .
Δίνονται: $\varphi = 30^\circ$, $\theta = 45^\circ$, $\omega = 60^\circ$.

ΛΥΣΗ:

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \sin \varphi \\ F_{1x} &= 8 \cdot \sin 30^\circ \\ F_{1x} &= 8 \cdot \frac{1}{2} = 4\text{N} \\ F_{1y} &= F_1 \cdot \cos \varphi \\ F_{1y} &= 8 \cdot \cos 30^\circ \\ F_{1y} &= 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\text{N} \end{aligned}$$



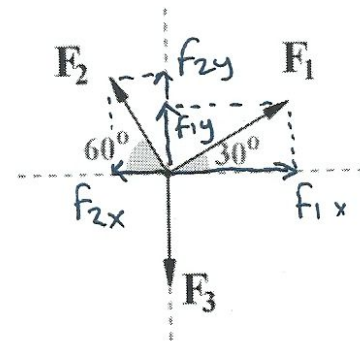
$$\begin{aligned} F_{2x} &= F_2 \cdot \sin \theta = 6 \cdot \sin 45^\circ \Rightarrow \\ F_{2x} &= 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\text{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{2y} &= F_2 \cdot \cos \theta = 6 \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow \\ F_{2y} &= 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\text{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{3x} &= F_3 \cdot \sin \omega = 5 \cdot \sin 60^\circ = 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \\ F_{3x} &= 2,5\sqrt{3}\text{N} \\ F_{3y} &= F_3 \cdot \cos \omega = 5 \cdot \cos 60^\circ = 5 \cdot \frac{1}{2} = 2,5\text{N} \end{aligned}$$

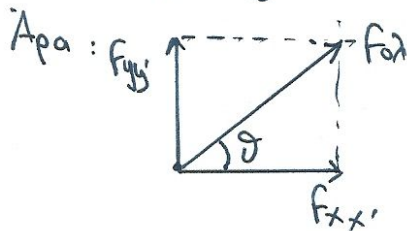
8. Να υπολογιστεί η συνισταμένη των δυνάμεων.

Δίνονται: $F_1 = 10\sqrt{3}\text{N}$, $F_2 = 20\text{N}$,
 $F_3 = 10\sqrt{3}\text{N}$.



$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

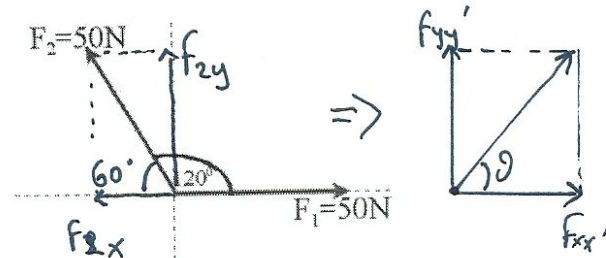
$$\begin{aligned} F_{xx'} &= -F_{2x} + F_{1x} = -F_2 \cdot \sin 60^\circ + F_1 \cdot \cos 30^\circ = -20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -10 + 15 = +5\text{N} \\ F_{yy'} &= F_{1y} + F_{2y} - F_3 = F_1 \cdot \sin 30^\circ + F_2 \cdot \sin 60^\circ - F_3 = 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3}\text{N} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F_{0\lambda}^2 &= F_{xx'}^2 + F_{yy'}^2 \\ F_{0\lambda}^2 &= 5^2 + (5\sqrt{3})^2 \\ F_{0\lambda} &= \sqrt{25 + 75} \\ F_{0\lambda} &= 10\text{N} \quad (\text{πύρα}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon\varphi\theta &= \frac{F_{yy'}}{F_{xx'}} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3} \\ \theta &= 60^\circ \\ &(\text{Διωδωται}) \end{aligned}$$

9. Βρείτε τη συνισταμένη των δύο ίσων κατά μέτρο δυνάμεων που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 120° . Δίνονται:



$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$F_{xx'} = F_1 - F_{2x} = F_1 - F_2 \cos 60^\circ = 50 - 50 \cdot \frac{1}{2} = 25\text{N}$$

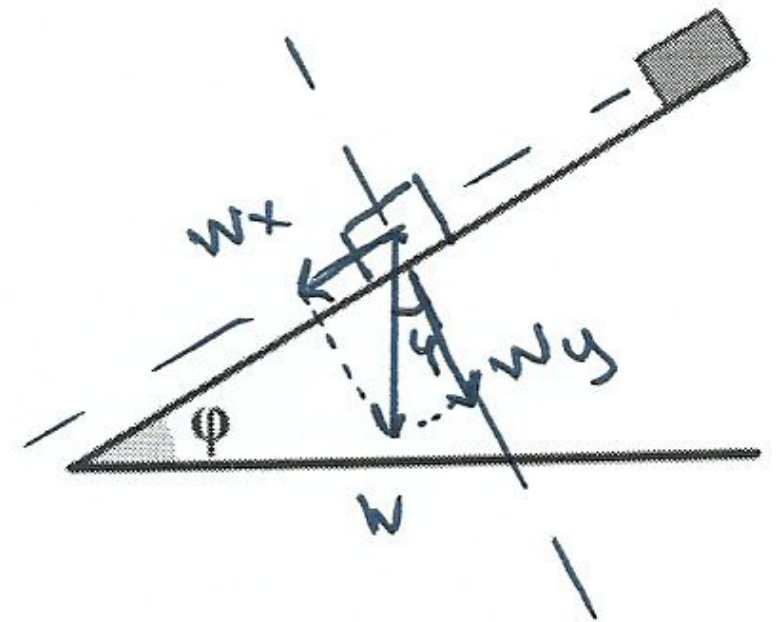
$$F_{yy'} = F_{2y} = F_2 \cdot \sin 60^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}\text{N}$$

$$F_{0\lambda} = \sqrt{F_{xx'}^2 + F_{yy'}^2} = \sqrt{(25)^2 + (25\sqrt{3})^2} = 50\text{N}$$

$$\begin{aligned} \epsilon\varphi\theta &= \frac{F_{yy'}}{F_{xx'}} = \frac{25\sqrt{3}}{25} \\ \epsilon\varphi\theta &= \sqrt{3} \rightarrow \theta = 60^\circ \end{aligned}$$

10. Σχεδιάστε και υπολογίστε τις συνιστώσες του βάρους για το κεκλιμένο του σχήματος.

Δίνονται $m=10\text{Kg}$, $g=10\text{m/s}^2$ και η γωνία του κεκλιμένου $\varphi=30^\circ$.



$$W = m \cdot g = 10 \cdot 10 = 100 \text{ Kg}$$

$$W_x = W \cdot \sin \varphi = 100 \cdot \sin 30^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ N}$$

$$W_y = W \cdot \cos \varphi = 100 \cdot \cos 30^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \text{ N}.$$