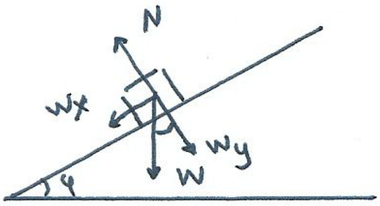
απαντήσεις

Φύλλο εργασίας 2ο – Κίνηση σε λείο κεκλιμένο επίπεδο

Ασκήσεις

1. Σώμα μάζας m αφήνεται να κινηθεί από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ. Υπολογίστε την επιτάχυνση της κίνησης. Θεωρούνται γνωστά τα μεγέθη: επιτάχυνση της βαρύτητας g και η γωνία κλίσης του κεκλιμένου φ.

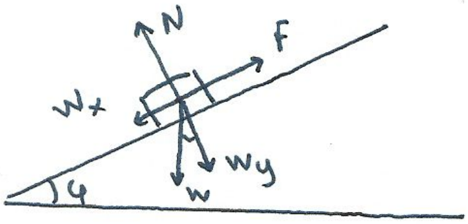


$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = m\cdot\alpha \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} \quad W_x = m\cdot\alpha \Rightarrow \cancel{m}\cdot g\cdot \eta\mu\varphi = \cancel{m}\cdot\alpha$$

άρα $\alpha = g\cdot\eta\mu\varphi$

αφού $\eta\mu\varphi = \dfrac{W_x}{W} \Rightarrow W_x = W\cdot\eta\mu\varphi = m\cdot g\cdot\eta\mu\varphi$

2. Σώμα μάζας m ανεβαίνει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ, υπό την επίδραση σταθερής δύναμης F παράλληλης στο κεκλιμένο επίπεδο. Υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με τα μεγέθη: m,g,F και φ .

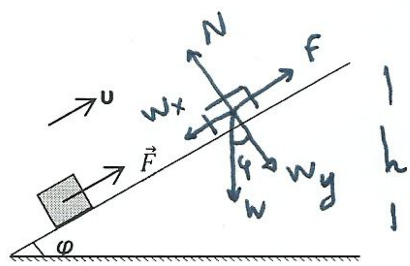


$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = m\cdot\alpha \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} \quad F - W_x = m\cdot\alpha \Rightarrow F - W\cdot\eta\mu\varphi = m\cdot\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F - m\cdot g\cdot\eta\mu\varphi = m\cdot\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{F - m\cdot g\cdot\eta\mu\varphi}{m}$$

3. Σε σώμα μάζας m = 200 kg που βρίσκεται στην βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ, ασκούμε δύναμη F παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο. Το σώμα ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα σε ύψος h = 12 m, ενώ διανύει διάστημα s = 20 m. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F. Δίνεται ότι $g = 10\ m/s^2$.

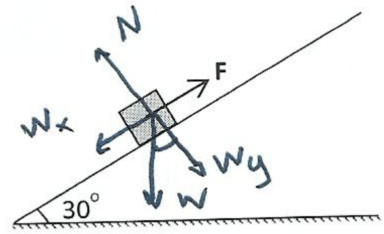


$\eta\mu\varphi = \dfrac{h}{s} \Rightarrow \eta\mu\varphi = \dfrac{12}{20} = 0{,}6$

$$υ = σταθ \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} \quad F - W_x = 0 \Rightarrow F - m\cdot g\cdot\eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow F = m\cdot g\cdot\eta\mu\varphi$$

$$\Rightarrow F = 200\cdot 10\cdot 0{,}6 = 1200\ N.$$

4. Σώμα μάζας m = 5 kg ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσεως 30ᵒ, υπό την επίδραση δύναμης F όπως φαίνεται στο σχήμα.



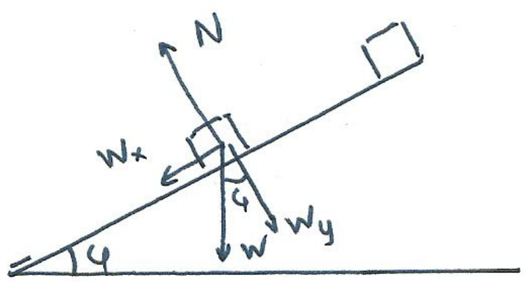
α. Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της F .
γ. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη από το επίπεδο πάνω στο σώμα. Δίνεται ότι $g = 10\ m/s^2$ και $\sigma\upsilon\nu 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Αφού ισορροπεί: $\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} \begin{array}{l} F - W_x = 0 \\ N - W_y = 0 \end{array} \Bigg\} \begin{array}{l} F - W \cdot \eta\mu\varphi = 0 \\ N - W \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \end{array}$

$F = W \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ = 5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 25\,N$

$N = W \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 5 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}\ N.$

5. Από κάποιο σημείο ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου αφήνεται ελεύθερο ένα σώμα και σε χρόνο t = 2 s μετατοπίζεται κατά μήκος του επιπέδου κατά x = 10 m. Δίνεται ότι $g = 10\ m/s^2$. Να υπολογίσετε τη γωνία κλίσης φ του κεκλιμένου επιπέδου.



$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = m \cdot \alpha \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} W_x = m \cdot \alpha \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \cancel{m} \cdot \alpha$

$\alpha = g \cdot \eta\mu\varphi$ (1)

Ε.Ο.Επιταχ χωρίς υ_0: $\upsilon = \alpha \cdot t$ (2)

$x = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$ (3)

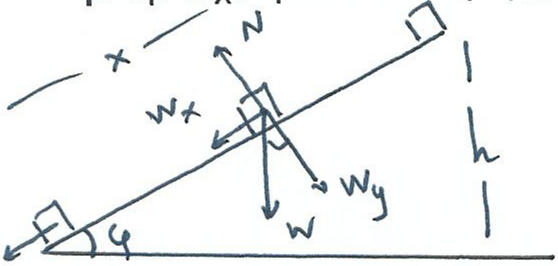
(1), (3) $x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot t^2 \Rightarrow \cancel{10} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{10} \cdot \eta\mu\varphi \cdot 2^2 \Rightarrow$

$1 = \frac{1}{2} \cdot \eta\mu\varphi \cdot 4 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$

6. Ένα έλκηθρο αρχίζει να γλιστράει κατά μήκος της χιονισμένης και παγωμένης πλαγιάς από ύψος h = 45 m. Η κλίση της πλαγιάς είναι $\varphi = 30^o$ και $g = 10\ m/s^2$. Να υπολογίσετε:

α. Σε πόσο χρόνο θα φτάσει το έλκηθρο στη βάση της πλαγιάς,

β. την ταχύτητά του εκείνη τη χρονική στιγμή.



$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = m \cdot \alpha \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} W_x = m \cdot \alpha \Rightarrow W \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \cancel{m} \cdot \alpha$$

$$\alpha = 10 \cdot \eta\mu 30^\circ$$

$$\alpha = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5\ m/s^2$$

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{45}{x} \Rightarrow x = 90m$$

Ε.Ο.Επιτ. χωρίς $υ_0$: $υ = \alpha \cdot t$ ①

$x = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \Rightarrow 90 = \frac{1}{2} \cdot 5 t^2 \Rightarrow t^2 = 36 \Rightarrow t = 6 sec$

① $υ = 5 \cdot 6 = 30 m/s$

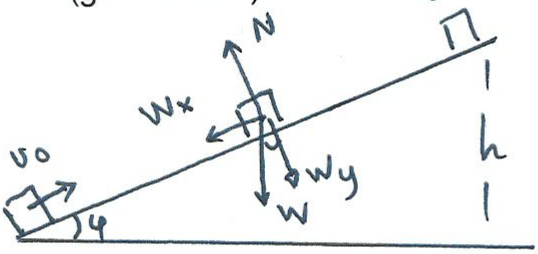
7. Σώμα μάζας m, εκσφενδονίζεται προς τα πάνω κατά μήκος λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ = 30°, με αρχική ταχύτητα $υ_0$ = 20 m/s. Να υπολογίσετε:

α. Επί πόσο χρόνο θα ανεβαίνει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο;

β. Την υψομετρική διαφορά μεταξύ του σημείου της εκτόξευσης και του σημείου που θα σταματήσει στιγμιαία.

γ. Την ταχύτητα με την οποία θα ξαναπεράσει το σώμα από το σημείο που εκτοξεύτηκε.

($g = 10\ m/s^2$).



$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = m \cdot \alpha \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} W_x = m \cdot \alpha \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \cancel{m} \cdot \alpha$$

$$\alpha = g \cdot \eta\mu 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$

Ε.Ο.Επιβρ: $υ = υ_0 - \alpha \cdot t$ ①

$x = υ_0 t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ ②

α) Από ① $0 = 20 - 5t \Rightarrow 20 = 5t \Rightarrow t = 4 sec$

β) ② $x = 20 \cdot 4 - \frac{1}{2} 5 \cdot 4^2 = 80 - 40 = 40m.$

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{x} \Rightarrow \eta\mu 30^\circ = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{40} \Rightarrow h = 20m.$$

γ) Στην επιστροφή:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma F_x = m \cdot \alpha \\ \Sigma F_y = 0\end{array}\right\} \begin{array}{l} W_x = m \cdot \alpha \Rightarrow \\ \cancel{m} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \cancel{m} \cdot \alpha \\ \alpha = 5 m/s^2 \end{array}$$

Ε.Ο.Επιτ χωρίς $υ_0$:

$υ = \alpha \cdot t$ ③

$x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ ④ $40 = \frac{1}{2} \cdot 5 t^2 \Rightarrow$

$t^2 = 16 \Rightarrow t = 4 sec$

③ $υ = \alpha \cdot t = 5 \cdot 4 = 20 m/sec.$