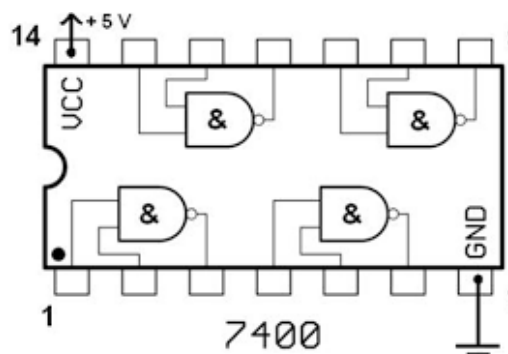
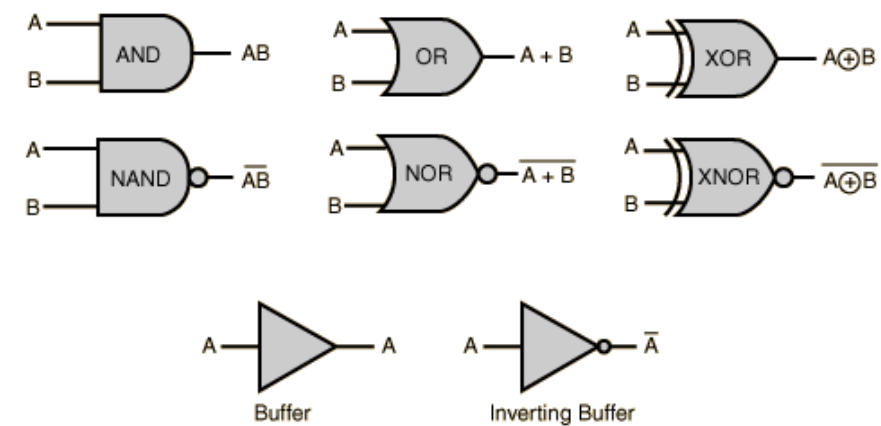
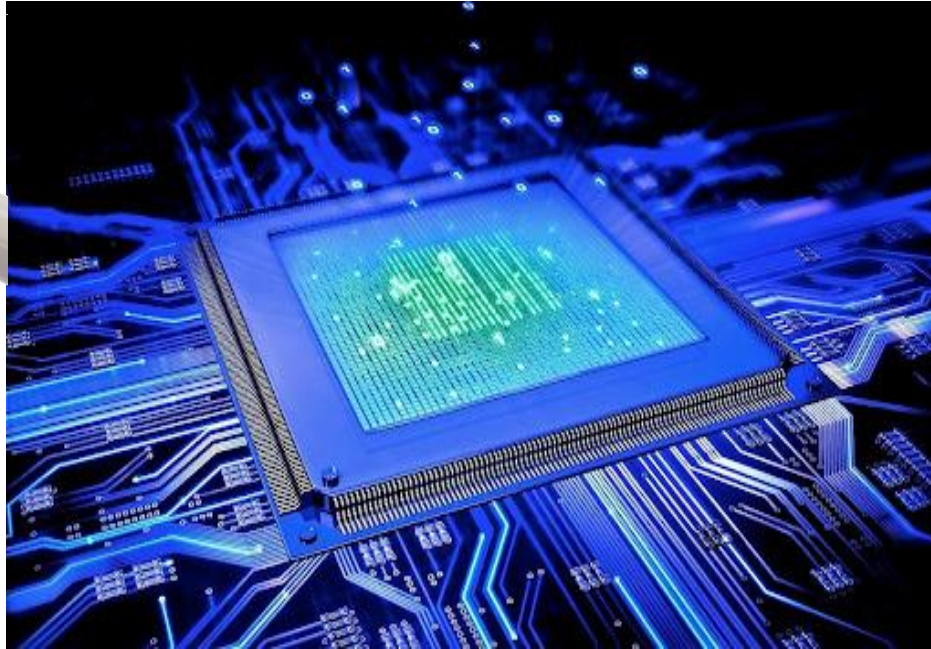
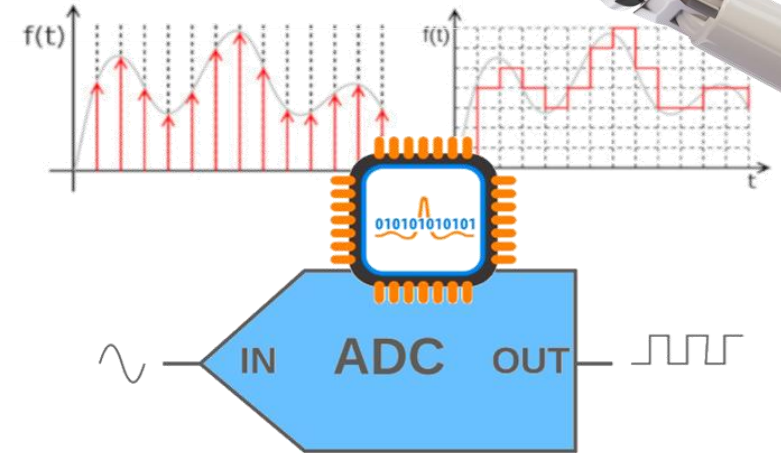
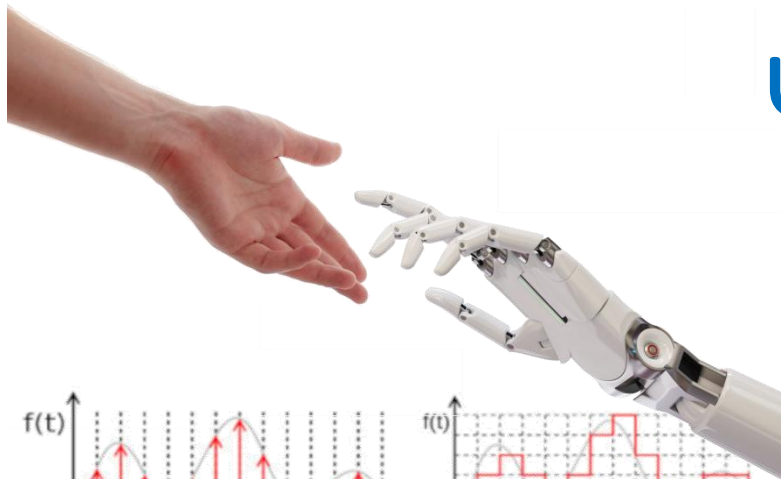
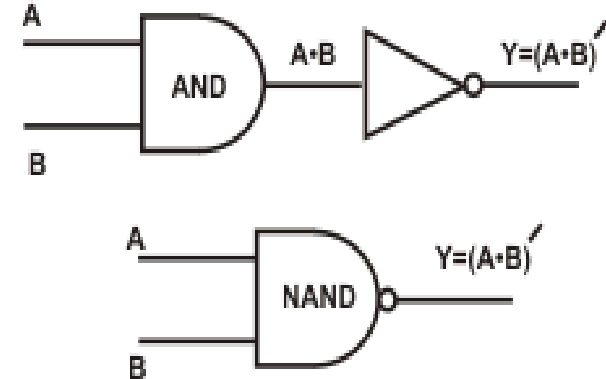


Ψηφιακά Ηλεκτρονικά



A	B	NAND
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Συνδυαστικά Κυκλώματα

➤ Τα ψηφιακά κυκλώματα ανήκουν σε μία από τις δύο ακόλουθες βασικές κατηγορίες:

✓ **Συνδυαστικά κυκλώματα** (combinational circuits)

✓ **Ακολουθιακά κυκλώματα** (sequential circuits)

➤ Ένα **Συνδυαστικό Κύκλωμα (ΣΚ)** αποτελείται από:

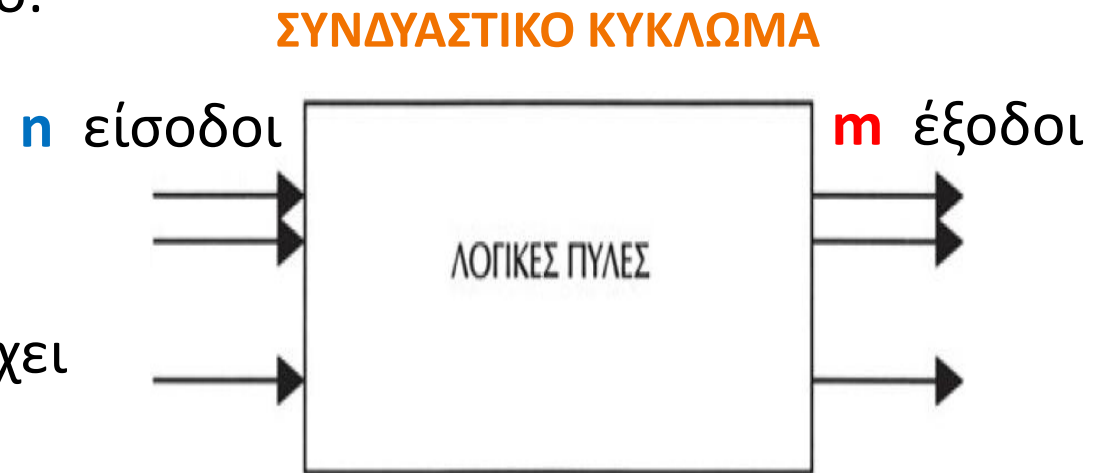
✓ **Εισόδους**

✓ **Λογικές πύλες** που συνδέονται μεταξύ τους

✓ **Εξόδους**

❖ Για κάθε δυνατό συνδυασμό εισόδων υπάρχει **μόνο ένας** δυνατός συνδυασμός εξόδων.

❖ Κάθε χρονική στιγμή οι εξοδοι εξαρτώνται από τις τιμές των εισόδων.



Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Πίνακας Αληθείας

- Στον Πίνακα Αληθείας ενός Συνδυαστικού Κυκλώματος (ΣΚ) καταγράφονται οι τιμές των εξόδων του ΣΚ για κάθε δυνατό συνδυασμό των τιμών των εισόδων του ΣΚ.
- Αν έχουμε **n εισόδους**, το πλήθος των γραμμών του πίνακα θα είναι **2^n** (όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί)

Παράδειγμα Πίνακα Αληθείας:

Το κύκλωμα για την πρόσθεση **δύο bit** (είσοδοι **X** και **Y**) θα έχει δύο εξόδους: το άθροισμα **S** και το κρατούμενο **C**.

Είσοδοι		Έξοδοι	
x	y	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Πίνακας Αλήθειας

- Για κάθε λογική έξοδο θα προκύψει μια λογική συνάρτηση εξόδου με την βοήθεια του πίνακα αλήθειας.

Μεθοδολογία

- ✓ Επιλέγουμε τις σειρές εισόδου όπου η αντίστοιχη έξοδος είναι «1»
- ✓ Όταν η τιμή του **X** και του **Y** είναι «1», τότε μπαίνει ως έχει στην συνάρτηση, αλλιώς μπαίνει το συμπλήρωμα της εισόδου **X** και **Y**

Είσοδοι		Έξοδοι	
x	y	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Επομένως: ✓ η συνάρτηση εξόδου S έχει τιμή S=1
όταν x=1 και (AND) y=0 $(x \cdot \bar{y})$
ή (OR)
όταν x=0 και (AND) y=1 $(\bar{x} \cdot y)$
διαφορετικά έχει τιμή S=0

ΠΥΛΗ XOR

$$S = x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y = x \oplus y$$

✓ η συνάρτηση εξόδου C έχει τιμή C=1
όταν x=1 και (AND) y=1 $(x \cdot y)$
διαφορετικά έχει τιμή C=0

$$C = x \cdot y$$

ΠΥΛΗ AND

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Λογικό (συνδυαστικό) κύκλωμα από τη λογική συνάρτηση εξόδου

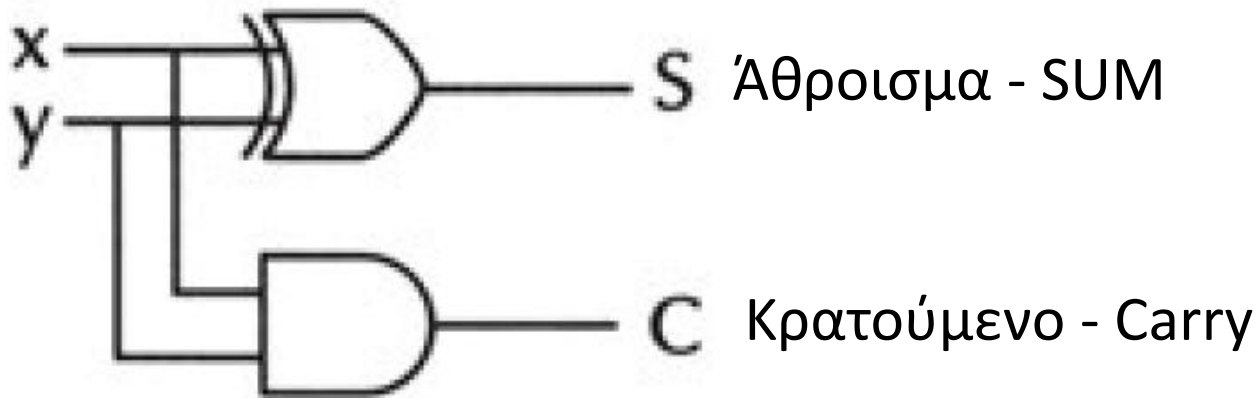
- Από τον πίνακα αλήθειας προέκυψαν οι δύο συναρτήσεις εξόδου X και Y , οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την σχεδίαση του λογικού κυκλώματος.

Συνάρτηση Αθροίσματος δύο bit

ΠΥΛΗ XOR → $S = x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y = x \oplus y$

ΠΥΛΗ AND → $C = x \cdot y$

Συνδυαστικό Κύκλωμα Αθροίσματος δύο bit



Πίνακας Αλήθειας Αθροίσματος δύο bit

Είσοδοι		Έξοδοι	
x	y	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Απλοποίηση Λογικών Συναρτήσεων με χρήση της Άλγεβρας Boole

ΑΚΣΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Απλοποίηση Λογικών Συναρτήσεων με χρήση της Άλγεβρας Boole

1. Να απλοποιήσετε την συνάρτηση $Y = (A + B) \cdot (A + \bar{B})$

Λύση

$$\begin{aligned} Y &= (A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A \cdot A + A \cdot \bar{B} + B \cdot A + B \cdot \bar{B} = \\ &A + A \cdot \bar{B} + A \cdot B + 0 = A + A \cdot \bar{B} + A \cdot B + 0 = \\ &(A + A \cdot B) + A \cdot \bar{B} = A + A \cdot \bar{B} = A \end{aligned}$$

2. Να απλοποιήσετε την συνάρτηση $\overline{\bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C}}$

Λύση

$$\overline{\bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{C}} = \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}} \cdot \bar{\bar{C}} = (\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}}) \cdot C = (A + B) \cdot C$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Έκφραση λογική συνάρτησης ως άθροισμα ελάχιστων όρων

- Μια λογική συνάρτηση μπορεί να διατυπωθεί με την μορφή αθροίσματος γινομένων που ονομάζεται **άθροισμα ελαχίστων όρων**.
- Οι **ελάχιστοι όροι** μιας λογικής συνάρτησης $Y = f(A, B, \dots)$ είναι τα **λογικά γινόμενα που σχηματίζονται από όλους τους συνδυασμούς των μεταβλητών και των συμπληρωμάτων τους**.

Οι **ελάχιστοι όροι** (m_0, m_1, m_2, m_3) μιας συνάρτησης $F(A,B)$ δύο μεταβλητών ($n=2^2=4$) δίνονται στον διπλανό πίνακα:

A	B	Ελάχιστοι όροι
0	0	$m_0 = \bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	$m_1 = \bar{A} \cdot B$
1	0	$m_2 = A \cdot \bar{B}$
1	1	$m_3 = A \cdot B$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Έκφραση λογική συνάρτησης ως άθροισμα ελάχιστων όρων

- Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά οι οκτώ ελάχιστοι όροι ($m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7$) μίας συνάρτησης τριών μεταβλητών :

A	B	C	Ελάχιστοι όροι
0	0	0	$m_0 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	$m_1 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
0	1	0	$m_2 = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	$m_3 = \bar{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	$m_4 = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
1	0	1	$m_5 = A \cdot \bar{B} \cdot C$
1	1	0	$m_6 = A \cdot B \cdot \bar{C}$
1	1	1	$m_7 = A \cdot B \cdot C$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Έκφραση λογική συνάρτησης ως άθροισμα ελάχιστων όρων

➤ Κάθε συνάρτηση μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα ελάχιστων όρων ακολουθώντας την παρακάτω μέθοδο:

- ❑ Εντοπίζουμε όλες τις περιπτώσεις στο πίνακα αληθείας που η συνάρτηση έχει την τιμή $Y = "1"$.
- ❑ Γράφουμε τη συνάρτηση ως **άθροισμα των ελάχιστων όρων** που αντιστοιχούν σε αυτές τις γραμμές. Κάθε περίπτωση είναι ένας ελάχιστος όρος.
- ❑ Κάθε ελάχιστος όρος περιλαμβάνει όλες τις μεταβλητές στη μορφή γινομένου.
- ❑ Αν μια μεταβλητή έχει τιμή **0** σε αυτή τη θέση γράφεται με το συμπλήρωμα της, αν έχει τιμή **1** γράφεται χωρίς συμπλήρωμα.
- ❑ Η λογική συνάρτηση ισούται με το άθροισμα των ελαχίστων όρων.

Επομένως, η συναρτηση που προκύπτει από τον πίνακα αλήθειας θα είναι:

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1
ΠΙΝΑΚΑ ΑΛΗΘΕΙΑΣ

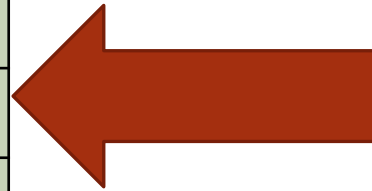
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Μετατροπή λογικής συνάρτησης σε άθροισμα ελάχιστων όρων

Παράδειγμα 2:

A/A	Ελάχιστοι Όροι	A	B	C	Y
0	m ₀	0	0	0	0
1	m ₁	0	0	1	1
2	m ₂	0	1	0	0
3	m ₃	0	1	1	0
4	m ₄	1	0	0	0
5	m ₅	1	0	1	1
6	m ₆	1	1	0	0
7	m ₇	1	1	1	0


$$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$$


$$A \cdot \bar{B} \cdot C$$

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Μετατροπή λογικής συνάρτησης σε άθροισμα ελάχιστων όρων

Αν σε κάποιο γινόμενο δεν υπάρχουν όλοι οι όροι, τότε **πολλαπλασιάζουμε το γινόμενο αυτό με το άθροισμα της μεταβλητής που λείπει με το συμπλήρωμα της**.

Παράδειγμα 3:

ΛΕΙΠΕΙ Ο ΟΡΟΣ C

ΛΕΙΠΕΙ Ο ΟΡΟΣ B

$$\begin{aligned} Y &= A \cdot B + \bar{A} \cdot C = \\ &A \cdot B \cdot (C + \bar{C}) + \bar{A} \cdot (B + \bar{B}) \cdot C = \\ &A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \end{aligned}$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικής συνάρτησης αθροίσματος ελάχιστων όρων από πίνακα αλήθειας

Παράδειγμα 4:

A/A	Ελάχιστοι Όροι	A	B	C	Y
0	m ₀	0	0	0	1
1	m ₁	0	0	1	1
2	m ₂	0	1	0	0
3	m ₃	0	1	1	1
4	m ₄	1	0	0	0
5	m ₅	1	0	1	1
6	m ₆	1	1	0	0
7	m ₇	1	1	1	1

00X 11X 011

$$\bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C$$

Η μεταβλητή που αλλάζει κατάσταση απαλείφεται από τους ελάχιστους όρους. (γι' αυτό την σημειώνουμε με X)

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C =$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot (\bar{C} + C) + A \cdot C \cdot (\bar{B} + B) + \bar{A} \cdot B \cdot C = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C$$

Μετατροπή λογικής συνάρτησης σε άθροισμα ελάχιστων όρων

ΑΚΣΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Αναλογικά και Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

Μετατροπή λογικής συνάρτησης σε άθροισμα ελάχιστων όρων

1. Να εκφρασθεί η λογική συνάρτηση τριών μεταβλητών $Y = (A \cdot B + C) \cdot (B + A \cdot C)$ ως άθροισμα ελαχίστων όρων και στη συνέχεια να συμπληρωθεί ο πίνακας αλήθειας της.

Λύση

$$Y = (A \cdot B + C) \cdot (B + A \cdot C) =$$

$$A \cdot B \cdot B + A \cdot B \cdot A \cdot C + C \cdot B + C \cdot A \cdot C =$$

$$A \cdot B + A \cdot B \cdot C + C \cdot B + C \cdot A =$$

$$A \cdot B + B \cdot C + C \cdot A =$$

$$A \cdot B \cdot (C + \overline{C}) + (A + \overline{A}) \cdot B \cdot C + A \cdot (B + \overline{B}) \cdot C =$$

$$A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C =$$

$$A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

Με το τέλος της ενότητας θα πρέπει όλοι να μπορείτε να:

- **ορίζετε** το χάρτη Καρνό (Karnaugh) και να **αναφέρετε** τη χρησιμότητα του
- **αναφέρετε** τα χαρακτηριστικά των χαρτών Καρνό.
- **σχεδιάζετε** χάρτες Καρνό για λογικές συναρτήσεις με δύο, τρεις και τέσσερις μεταβλητές
- **παριστάνετε** σε χάρτες Καρνό λογικές συναρτήσεις με δύο, τρεις και τέσσερις μεταβλητές.
- **συγκρίνετε** το χάρτη Καρνό με τον πίνακα αληθείας λογικής συνάρτησης.



Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

- Στη προηγούμενη ενότητα μάθαμε να απλοποιούμε λογικές συναρτήσεις με αλγεβρικές μεθόδους.
- Αυτές προϋποθέτουν εξυπνάδα, ευελιξία και πείρα στην εφαρμογή των κανόνων της άλγεβρας Boole και των διαφόρων τεχνασμάτων που πηγάζουν από αυτούς, χωρίς πάντοτε να επιτυγχάνουν τη πλήρη απλοποίηση των λογικών συναρτήσεων.
- Αντίθετα **οι χάρτες Karnaugh προσφέρουν μια γραφική, τυποποιημένη και εύκολη μέθοδο απλοποίησης λογικών συναρτήσεων.** Τα τελικά αποτελέσματα είναι αδιαμφισβήτητα.

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Πίνακες Αλήθειας και Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

- Ο χάρτης Karnaugh είναι μια διαφορετική παράσταση του Πίνακα Αληθείας μιας λογικής συνάρτησης, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απλοποίηση συναρτήσεων μέχρι και 6 μεταβλητών.

Παράδειγμα:

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ 2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ		
A	B	Y
0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	1	$\bar{A} \cdot B$
1	0	$A \cdot \bar{B}$
1	1	$A \cdot B$

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΧΑΡΤΗ ΚΑΡΝΟ 2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ		
B A	0	1
0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$
1	$A \cdot \bar{B}$	$A \cdot B$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

Παράδειγμα:

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΧΑΡΤΗ ΚΑΡΝΟ 2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ		
$A \backslash B$	0	1
0	$\bar{A} \cdot \bar{B}$	$\bar{A} \cdot B$
1	$A \cdot \bar{B}$	$A \cdot B$

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΧΑΡΤΗ ΚΑΡΝΟ 2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ		
$A \backslash B$	0	1
0	00	01
1	10	11

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

- Είναι **διαγράμματα δύο διαστάσεων** αποτελούμενα από τετράγωνα που αντιστοιχούν με κάθε ένα από τους **ελαχίστους όρους** της λογικής συνάρτησης. **N** μεταβλητές => **2^N** τετράγωνα.
- Οι μεταβλητές της λογικής συνάρτησης **τοποθετούνται εξωτερικά του χάρτη** και χαρακτηρίζουν την **οριζόντια** και **κάθετη** διάσταση του χάρτη προσδιορίζοντας τις **συντεταγμένες των τετράγωνων**.
- Οι τιμές των μεταβλητών στην οριζόντια και κάθετη διάσταση του χάρτη διαφέρουν κατά ένα bit η κάθε μια από τις γειτονικές της.
- Μέσα **σε κάθε τετράγωνο** γράφεται η τιμή που παίρνει η λογική συνάρτηση, για τις τιμές των συντεταγμένων του τετραγώνου.
- Ο χάρτης είναι **κυκλικός**, δηλαδή **η πρώτη στήλη/γραμμή επικοινωνεί με την τελευταία στήλη/γραμμή**. Κατά συνέπεια ισχύει το (3) από τα παραπάνω και για τα όρια του χάρτη.

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

➤ Η αναπαράσταση μίας λογικής συνάρτησης με χάρτη Karnaugh γίνεται:

- ✓ θέτοντας "1" σε κάθε τετράγωνο του χάρτη Karnaugh που αντιστοιχεί σε ελάχιστο όρο, όπου η συνάρτηση έχει τιμή "1" και
- ✓ θέτοντας "0" (ή τίποτα) σε κάθε τετράγωνο του χάρτη Karnaugh που αντιστοιχεί σε ελάχιστο όρο, όπου η συνάρτηση έχει τιμή "0"

Τριών μεταβλητών

ΧΑΡΤΕΣ KARNAUGH

Δύο μεταβλητών

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	m0	m1
A	m2	m3

	$\bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{B} \cdot C$	$B \cdot C$	$B \cdot \bar{C}$
$\bar{A}$	m0	m1	m3	m2
A	m4	m5	m7	m6

Τεσσάρων μεταβλητών

	$\bar{C} \cdot \bar{D}$	$\bar{C} \cdot D$	$C \cdot D$	$C \cdot \bar{D}$
$\bar{A} \cdot \bar{B}$	m0	m1	m3	m2
$\bar{A} \cdot B$	m4	m5	m7	m6
$A \cdot B$	m12	m13	m15	m14
$A \cdot \bar{B}$	m8	m9	m11	m10

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

Δύο μεταβλητών

	₀ $\overline{B}$	₁ B
$\overline{A}$ ₀	m0	m1
A ₁	m2	m3

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

Τριών μεταβλητών

	$\bar{B} \cdot \bar{C}$ 00	$\bar{B} \cdot C$ 01	$B \cdot C$ 11	$B \cdot \bar{C}$ 10
$\bar{A}$ 0	m0	m1	m3	m2
A 1	m4	m5	m7	m6

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

Τεσσάρων μεταβλητών

	$\bar{C} \cdot \bar{D}$ 00	$\bar{C} \cdot D$ 01	$C \cdot D$ 11	$C \cdot \bar{D}$ 10
$\bar{A} \cdot \bar{B}$ 00	m0	m1	m3	m2
$\bar{A} \cdot B$ 01	m4	m5	m7	m6
$A \cdot B$ 11	m12	m13	m15	m14
$A \cdot \bar{B}$ 10	m8	m9	m11	m10

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

- Να αναπαρασταθεί με χάρτη Karnaugh η λογική συνάρτηση δύο μεταβλητών:

$$Y(A, B) = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A \ B	0	1
0		1
1	1	

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2:

- Να αναπαρασταθεί με χάρτη Karnaugh η λογική συνάρτηση τριών μεταβλητών:

$$Y(A, B, C) = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C$$

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A \ BC	00	01	11	10
0			1	1
1	1	1		

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3α:

- Να αναπαρασταθεί με χάρτη Karnaugh η λογική συνάρτηση τριών μεταβλητών:

$$Y(A, B, C) = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot C$$

1 X 1

$$= A \cdot (B + \bar{B}) \cdot C$$

ΧΑΡΤΗΣ ΚΑΡΝΑΟΥΧ ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A \ BC	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	

011
 $\bar{A} \cdot B \cdot C$

$A \cdot C = A \cdot (B + \bar{B}) \cdot C$
1X1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3β:

- Να αναπαρασταθεί με χάρτη Karnaugh η λογική συνάρτηση τριών μεταβλητών:

$$Y(A, B, C) = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot C$$

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A B \ C	C	
	0	1
00		
01		1
11		1
10		1

011
→ $\bar{A} \cdot B \cdot C$

1X1
→ $A \cdot C$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4:

- Να αναπαρασταθεί με χάρτη Karnaugh η λογική συνάρτηση τεσσάρων μεταβλητών:

$$Y(A, B, C, D) = A \cdot B \cdot C \cdot D + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{C} \cdot \bar{D}$$

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A B \ C D	00	01	11	10
00	1			
01	1		1	1
11	1		1	
10	1			

XX00
 $\bar{C} \cdot \bar{D}$

011X
 $\bar{A} \cdot B \cdot C$

1111
 $A \cdot B \cdot C \cdot D$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5:

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

- Να αναπαρασταθεί με χάρτη Karnaugh η λογική συνάρτηση τεσσάρων μεταβλητών:

$$Y(A, B, C, D) = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot \bar{C} \cdot D + B \cdot C$$

1001 **1X01** **X11X**

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A B \ C D	00	01	11	10
00				
01			1	1
11		1	1	1
10		1		

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

Ας θυμηθούμε....

➤ Να συμπληρώσετε τον χάρτη Καρνό της πιο κάτω λογικής συνάρτησης:

$$Y = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + B \cdot D + \bar{B} \cdot D$$

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

CD \ AB	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10		1		

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

- Χάρτης Karnaugh τεσσάρων μεταβλητών

		<i>D</i> <i>C</i>			
<i>B</i> <i>A</i>	AB \ CD	00	01	11	10
	00				
	01				
	11				
	10				

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

- Karnaugh map for the 4-variable function $F(A, B, C, D)$. The map is a 4x4 grid with rows labeled AB (00, 01, 11, 10) and columns labeled CD (00, 01, 11, 10). The map is divided into four quadrants by a vertical line between CD=01 and CD=11, and a horizontal line between AB=01 and AB=11. The quadrants are labeled with variables: top-left is $\overline{D}$, top-right is $\overline{C}$, bottom-left is $\overline{B}$, and bottom-right is $\overline{D}$. The map shows several groups of 1s: a group of 4 in the top-left quadrant (AB=00, CD=00, 01, 11), a group of 4 in the top-right quadrant (AB=00, CD=01, 11, 10), a group of 4 in the bottom-left quadrant (AB=01, 11, 10, 00, CD=00, 01, 11), and a group of 4 in the bottom-right quadrant (AB=01, 11, 10, 00, CD=01, 11, 10). There are also several groups of 2s and 1s.

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΒΗΜΑ 1: Ομαδοποιούνται γειτονικά τετράγωνα που έχουν τιμή **1** στο χάρτη. Κάθε ομάδα περιέχει **2^N** τετράγωνα (1, 2, 4, 8 ή 16).

Ομαδοποίηση μπορεί να γίνει **οριζόντια** ή **κάθετα**. **Όχι διαγώνια.**

- Ο αριθμός των ομάδων πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο μικρός και κάθε ομάδα πρέπει περιέχει όσο το δυνατόν περισσότερα τετράγωνα.
- Ο χάρτης είναι κυκλικός. Μπορούμε να ομαδοποιήσουμε τη πρώτη με τη τελευταία γραμμή / στήλη.
- Κάθε 1 ανήκει σε μία τουλάχιστον ομάδα.
- Κάποιο 1 μπορεί να ανήκει σε περισσότερες ομάδες.
- Κάθε ομάδα είναι και ένας όρος της απλοποιημένης λογικής συνάρτησης.

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

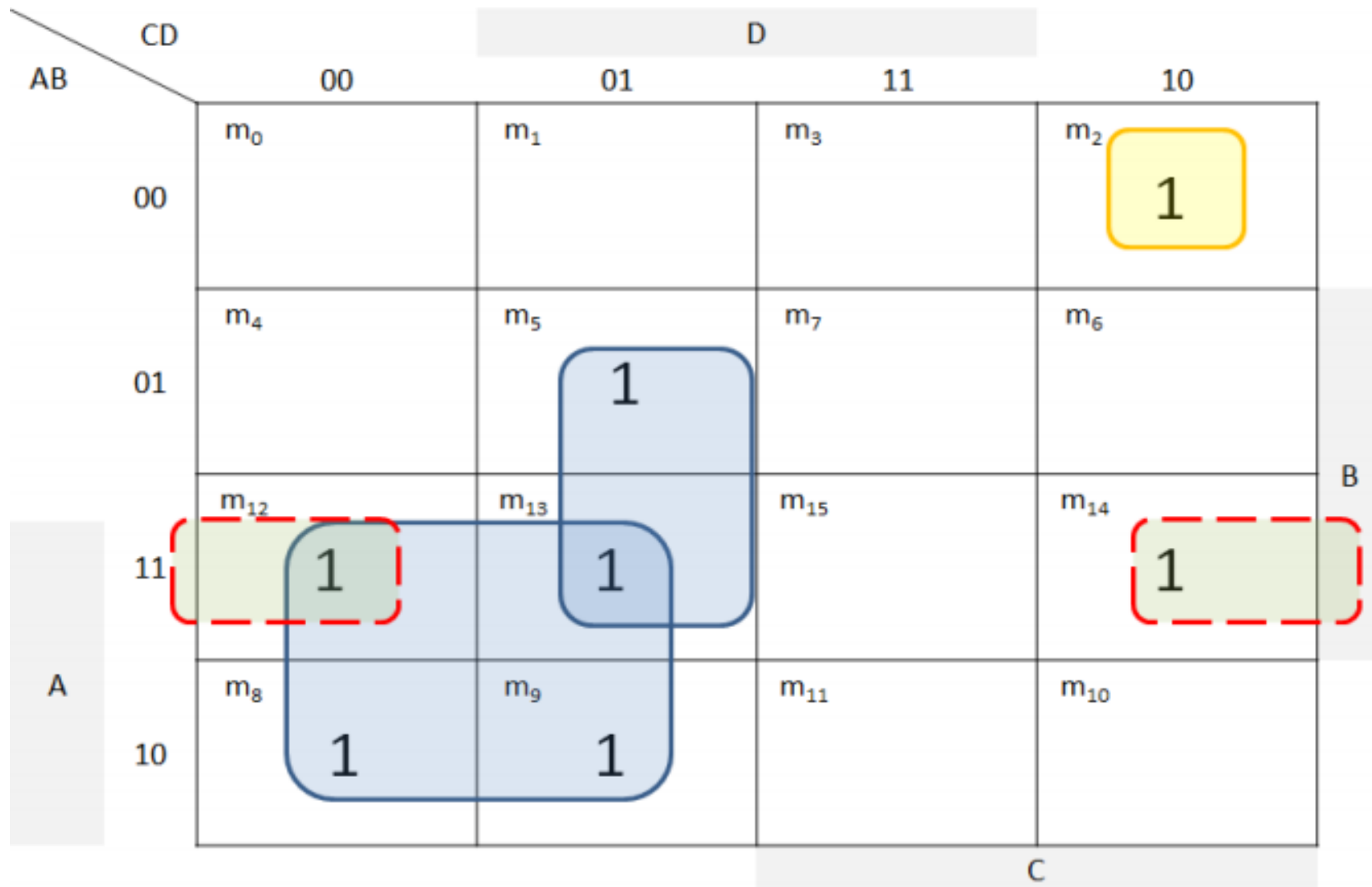
ΒΗΜΑ 2: Για κάθε ομάδα γράφεται και ένας όρος που περιλαμβάνει τις κοινές μεταβλητές της ομάδας που συνδέονται με τη λογική πράξη του πολλαπλασιασμού (AND)

ΒΗΜΑ 3: Οι όροι συνδέονται με τη λογική πράξη της πρόσθεσης (OR) και αποτελούν την απλοποιημένη λογική συνάρτηση

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

➤ Παράδειγμα ομαδοποίησης



Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

Παρατηρήσεις:

✓ Σε ένα χάρτη καρνό **δύο** μεταβλητών, μια ομάδα μπορεί να περιλαμβάνει:

1 τετραγωνάκι Όρος με **δύο** μεταβλητές ($Y = A'B$)

2 τετραγωνάκια Όρος με **μία** μεταβλητή ($Y = A$)

4 τετραγωνάκια **$Y = 1$**

B \ A	0	1
0	1	1
1	1	1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1α:

- Να απλοποιήσετε τη συνάρτηση με την χρήση του χάρτη καρνό.

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

AB \ C	00	01	11	10
0	1		1	
1		1	1	

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + B \cdot C + A \cdot B$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

Παρατηρήσεις:

✓ Σε ένα χάρτη καρνό **τριών** μεταβλητών, μια ομάδα μπορεί να περιλαμβάνει:

1 τετραγωνάκι Όρος με **τρεις** μεταβλητές ($Y=AB'C$)

2 τετραγωνάκια Όρος με **δύο** μεταβλητές ($Y=A'B'$)

4 τετραγωνάκια Όρος με **μία** μεταβλητή ($Y=B$)

8 τετραγωνάκια **$Y = 1$**

AB	00	01	11	10
C				
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1β:

- Δεν έχει σημασία η σειρά τοποθέτησης των μεταβλητών εισόδου:

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

A B \ C	C	
	0	1
00	1	
01		1
11	1	1
10		

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + B \cdot C + A \cdot B$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2α:

- Να γράψετε την απλοποιημένη συνάρτηση από τον χάρτη Καρνό

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

C D \ A B	A B		00	01	11	10
	00	01	11	10		
00					1	1
01					1	1
11					1	1
10						

$$Y = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{C} + D$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2β: (ΠΡΟΣΟΧΗ!)

- Αυτός ο χάρτης **δεν** παριστά την ίδια συνάρτηση με το χάρτη του παραδείγματος 2α

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A B \ C D	00	01	11	10
00			1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10		1		

$$Y = \bar{A} \cdot C + A \cdot \bar{C} \cdot D + B$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

Παρατηρήσεις:

✓ Από ένα χάρτη καρνό **τεσσάρων** μεταβλητών, μια ομάδα μπορεί να περιλαμβάνει:

1 τετραγωνάκι Όρος με **τέσσερις** μεταβλητές

2 τετραγωνάκια Όρος με **τρεις** μεταβλητές

4 τετραγωνάκια Όρος με **δύο** μεταβλητές

8 τετραγωνάκια Όρος με **μία** μεταβλητή

16 τετραγωνάκια **$Y = 1$**

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΆΣΚΗΣΗ 1:

- Να απλοποιήσετε την λογική συνάρτηση με τη χρήση του χάρτη Καρνό:

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

A B \ C	0	1
00	1	
01		1
11	1	1
10		

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + B \cdot C + A \cdot B$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΆΣΚΗΣΗ 2:

- Να γράψετε την απλοποιημένη συνάρτηση από τον χάρτη Καρνό

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

AB \ C D	00	01	11	10
00				1
01		1		
11	1	1		1
10	1	1		

$$Y = A \cdot \bar{C} + B \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D}$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

Άσκηση 3:

- Να διατυπώσετε τη απλοποιημένη λογική συνάρτηση που προκύπτει από τον πίνακα Καρνό:

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1	1		1
11	1	1		1
10	1		1	1

$$Y = \bar{D} + B\bar{C} + \bar{B}C$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Απλοποίηση λογικών συναρτήσεων με χάρτες Karnaugh

ΆΣΚΗΣΗ 4:

- Να διατυπώσετε τη απλοποιημένη λογική συνάρτηση που προκύπτει από τον πίνακα Καρνό:

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01		1		1
11				1
10	1			1

$$Y = A \cdot \bar{B} + \bar{B} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

➤ Από την περιγραφή λειτουργίας ενός **Συνδυαστικού Κυκλώματος (ΣΚ)** μπορούμε να σχεδιάσουμε τον κύκλωμα ακολουθώντας τα εξής βήματα:

ΒΗΜΑ 1: Κατασκευάζουμε τον **πίνακα αλήθειας** το ΣΚ.

ΒΗΜΑ 2: Βρίσκουμε τη **συναρτήσεις εξόδου** του ΣΚ.

ΒΗΜΑ 3: **Απλοποιούμε** τη συνάρτησης εξόδου του ΣΚ.

ΒΗΜΑ 4: **Σχεδιάζουμε** το λογικό κύκλωμα του ΣΚ.

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- Να σχεδιαστεί ένα συνδυαστικό κύκλωμα που αναγνωρίζει αν ένας αριθμός 3 bit (ABC) είναι μικρότερος από 3, χρησιμοποιώντας μόνο πύλες **NOT**, **AND** και **OR**.

Λύση

Βήμα 1ο: Κατασκευή του πίνακα αληθείας

Το κύκλωμα θα έχει τρεις εισόδους A, B, C που δημιουργούν τους αριθμούς από το 0 έως και το 7. Η έξοδος Y θα είναι "1" όταν ο αριθμός ABC είναι μικρότερος από 3.

A/A	A	B	C	Y
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- Να σχεδιαστεί ένα συνδυαστικό κύκλωμα που αναγνωρίζει αν ένας αριθμός 3 bit (ABC) είναι μικρότερος από 3, χρησιμοποιώντας μόνο πύλες **NOT**, **AND** και **OR**.

Λύση

Βήμα 2ο: Εύρεση των συναρτήσεων εξόδου

Από τον πίνακα αληθείας προκύπτει με τη βοήθεια των ελαχίστων όρων η συνάρτηση εξόδου του ΣΚ:

$$Y = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- Να σχεδιαστεί ένα συνδυαστικό κύκλωμα που αναγνωρίζει αν ένας αριθμός 3 bit (ABC) είναι μικρότερος από 3, χρησιμοποιώντας μόνο πύλες **NOT**, **AND** και **OR**.

Λύση

Βήμα 3ο: Απλοποίηση των συναρτήσεων εξόδου
Συμπληρώνουμε τον χάρτη Karnaugh.

ΧΑΡΤΗΣ KARNAUGH ΛΟΓΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

A \ BC				
	00	01	11	10
0	1	1		1
1				

Από τον χάρτη προκύπτει η συνάρτηση:

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} = \bar{A} \cdot (\bar{C} + \bar{B}) = \bar{A} \cdot \overline{C \cdot B} = \bar{A} + B \cdot C$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

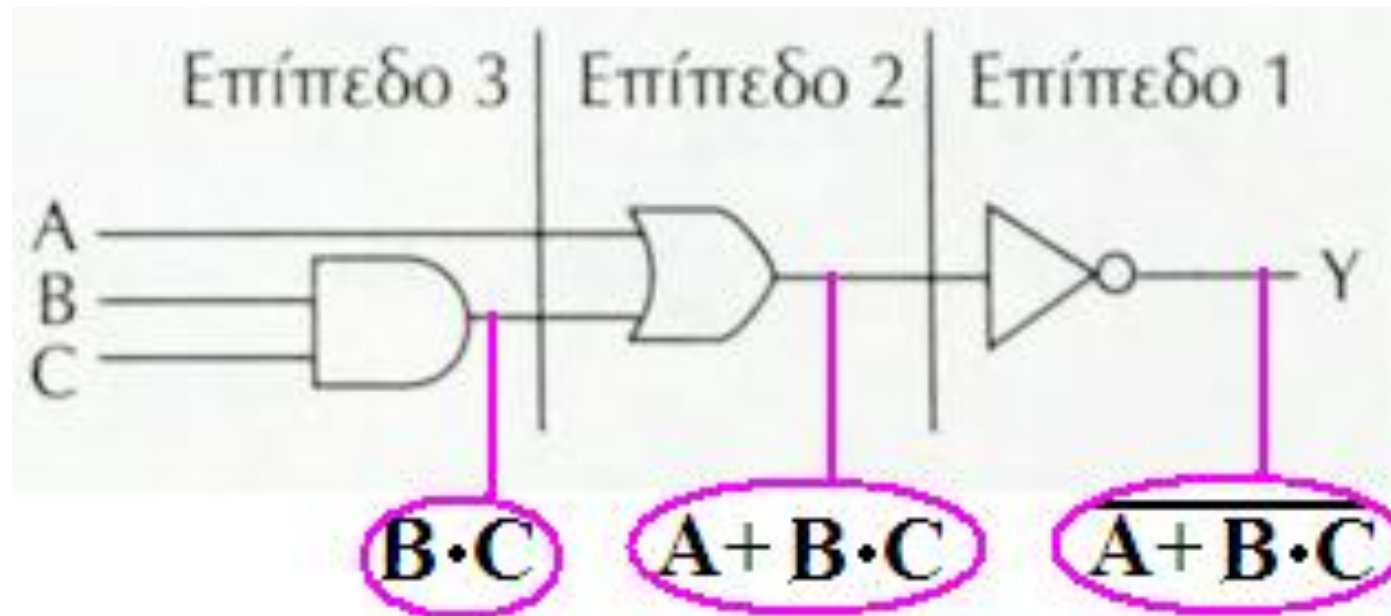
Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- Να σχεδιαστεί ένα συνδυαστικό κύκλωμα που αναγνωρίζει αν ένας αριθμός 3 bit (ABC) είναι μικρότερος από 3, χρησιμοποιώντας μόνο πύλες **NOT**, **AND** και **OR**.

Λύση

Βήμα 4ο: Σχεδίαση του λογικού κυκλώματος



Αναλογικά και Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΑΚΣΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Να σχεδιάσετε ένα συνδυαστικό κύκλωμα με πύλες AND και OR για τον έλεγχο του αυτοκινήτου, που θα λειτουργεί ως εξής:

Είσοδοι:

- η είσοδος A θα ελέγχει τη λειτουργία της μηχανής (0=μηχανή σβηστή, 1=μηχανή εν λειτουργία)
- η είσοδος B θα ελέγχει τις πόρτες (0=πόρτες κλειστές, 1=κάποια πόρτα είναι ανοικτή)
- η είσοδος C θα ελέγχει το καπό (0=καπό κλειστό, 1=καπό ανοικτό)

Έξοδοι:

- η έξοδος Y θα ενεργοποιείται όταν η μηχανή είναι ανοικτή και ταυτόχρονα κάποια πόρτα ή το καπό είναι ανοικτό

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Λύση: Βήμα 1ο: Κατασκευή του πίνακα αληθείας

Το κύκλωμα θα έχει τρεις εισόδους A, B, C. Η έξοδος Y θα είναι "1" όταν η μηχανή είναι ανοικτή **και** ταυτόχρονα κάποια πόρτα **ή** το καπτό είναι ανοικτό.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Λύση: Βήμα 2ο: Εύρεση των συναρτήσεων εξόδου

Από τον πίνακα αληθείας προκύπτει με τη βοήθεια των ελαχίστων όρων η συνάρτηση εξόδου του ΣΚ:

$$Y = A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

Βήμα 3ο: Απλοποίηση των συναρτήσεων εξόδου

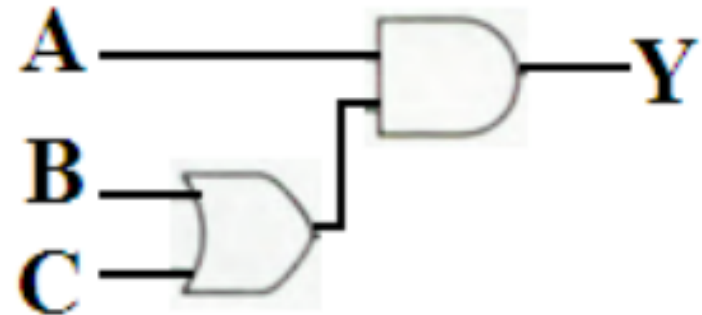
Συμπληρώνουμε τον χάρτη Karnaugh.

	$\bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{B} \cdot C$	$B \cdot C$	$B \cdot \bar{C}$
$\bar{A}$				
A		1	1	1

Από τον χάρτη προκύπτει η συνάρτηση:

$$\begin{aligned} Y &= \underline{A \cdot C} + \underline{A \cdot B} \\ &= A \cdot (C + B) \end{aligned}$$

Βήμα 4ο: Σχεδίαση του λογικού κυκλώματος



Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Ανάλυση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

- Το συνδυαστικό κύκλωμα μπορούμε να το **αναλύσουμε** και να περιγράψουμε τη λειτουργία του ακολουθώντας τα εξής βήματα:

ΒΗΜΑ 1: Βρίσκουμε τη **συναρτήσεις εξόδου** του ΣΚ

ΒΗΜΑ 2: Κατασκευάζουμε τον **πίνακα αλήθειας** το ΣΚ.

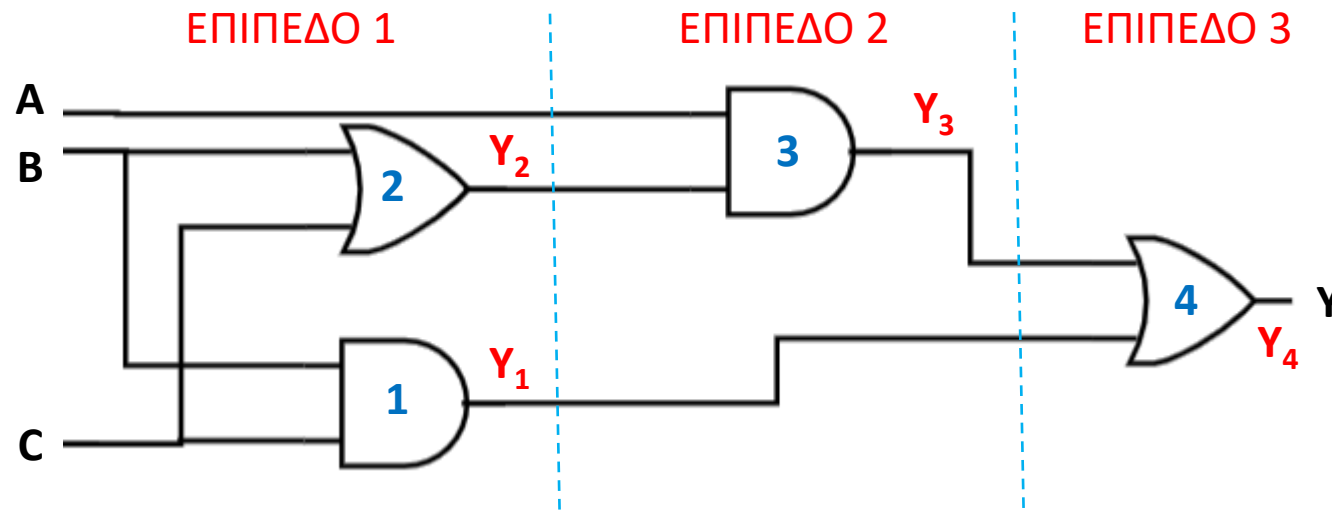
ΒΗΜΑ 3: Περιγράφουμε την **λειτουργία** του ΣΚ.

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Ανάλυση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

- Να προσδιοριστεί η λειτουργία του παρακάτω λογικού κυκλώματος:



Λύση

Βήμα 1ο: Εύρεση των συναρτήσεων εξόδου του ΣΚ

Επίπεδο 1

$$Y_1 = B \cdot C$$
$$Y_2 = B + C$$

Επίπεδο 2

$$Y_3 = A \cdot Y_2 = A \cdot (B + C)$$

Επίπεδο 3

$$Y = Y_4 = Y_1 + Y_3 = B \cdot C + A \cdot (B + C)$$

$$Y = A \cdot (B + C) + B \cdot C$$

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Ανάλυση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Λύση

Βήμα 2ο: Κατασκευή του πίνακα αληθείας του ΣΚ

A	B	C	$Y1 = B \cdot C$	$Y2 = B + C$	$Y3 = A \cdot (B + C)$	$Y = Y4 = A \cdot (B + C) + B \cdot C$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

Ανάλυση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Λύση

Βήμα 3ο: Περιγραφή της επιθυμητής λειτουργίας του ΣΚ

Από πίνακα αληθείας παρατηρούμε ότι:

- η έξοδος του ΣΚ είναι "1" όταν οι δύο από τις τρεις εισόδους είναι "1" ή όταν όλες οι εισοδοι είναι "1"
- η έξοδος του ΣΚ είναι "0" όταν οι δύο από τις τρεις εισόδους είναι "0" ή όταν όλες οι εισοδοι είναι "0"

Επομένως το ΣΚ υλοποιεί τη **συνάρτηση πλειοψηφίας**.

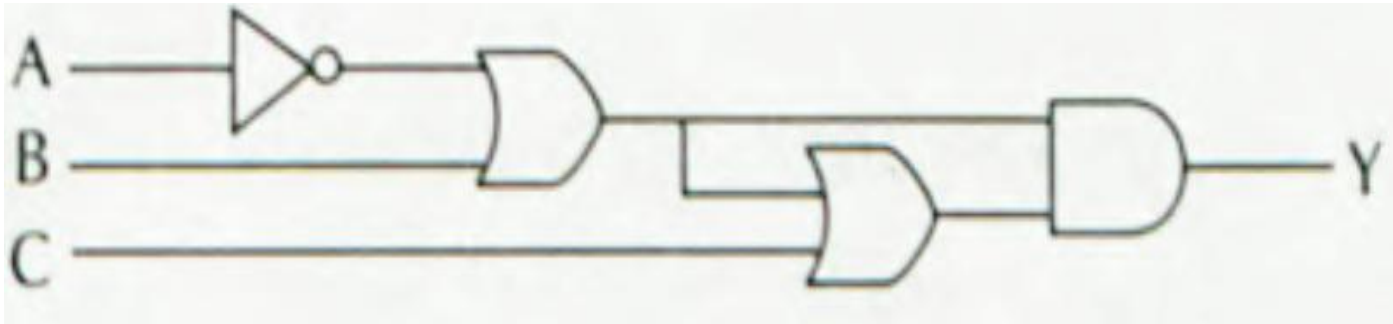
Ως συνάρτηση πλειοψηφίας τριών μεταβλητών ορίζεται η λογική συνάρτηση που αναγνωρίζει πότε σε τρεις εισόδους πλειοψηφούν τα «1» και έναντι των «0»

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

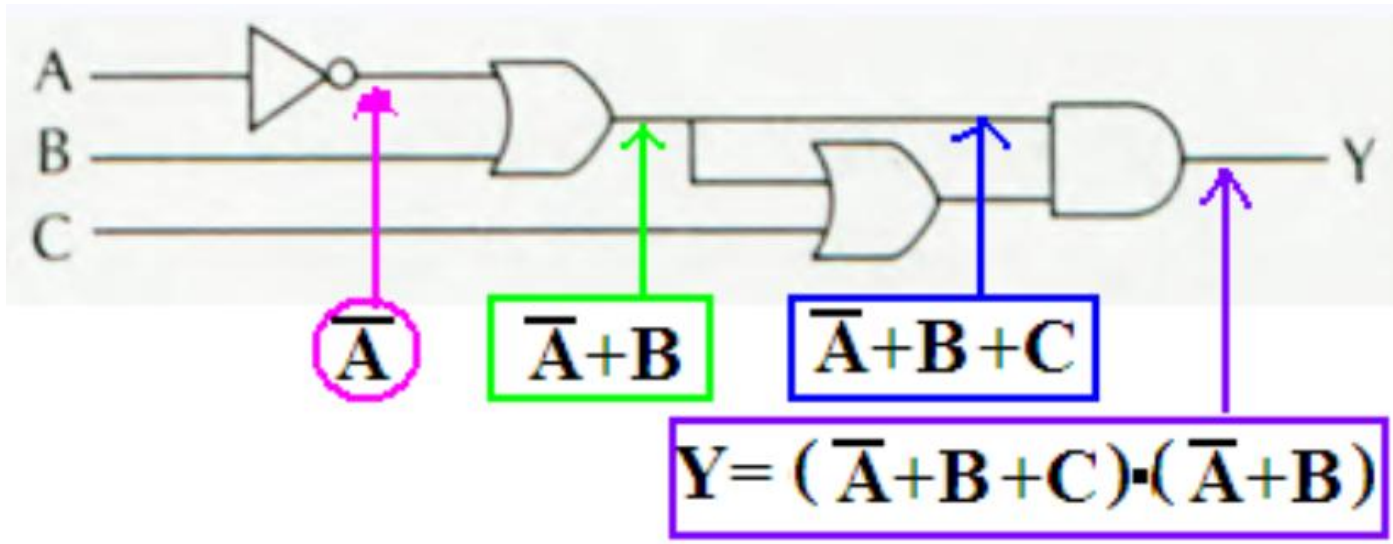
Ανάλυση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΆΣΚΗΣΗ 1:

Να αναλύσετε το παρακάτω λογικό κύκλωμα για να βρείτε τη συνάρτηση εξόδου Y.



Λύση

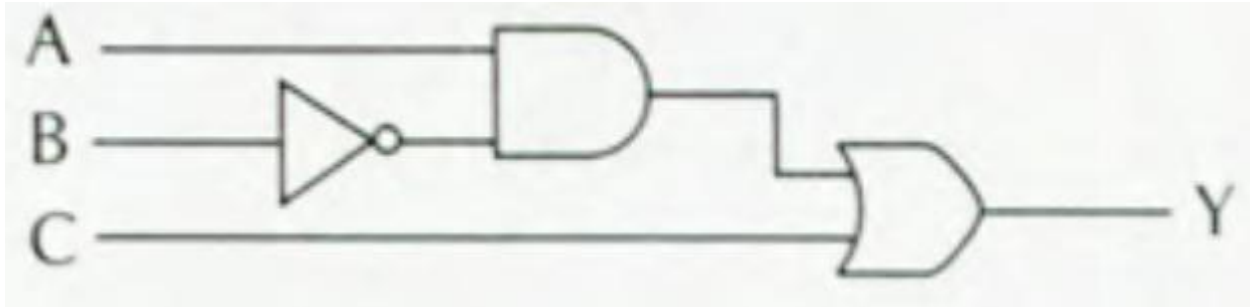


Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

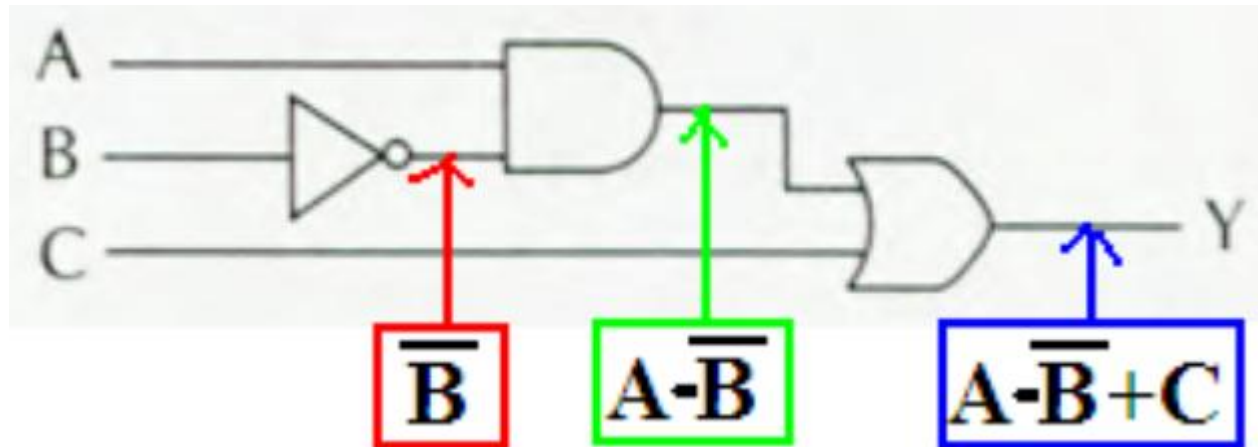
Ανάλυση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

ΆΣΚΗΣΗ 2:

Να αναλύσετε το παρακάτω λογικό κύκλωμα για να βρείτε τη συνάρτηση εξόδου Y.



Λύση

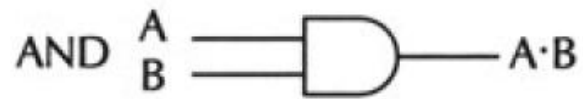
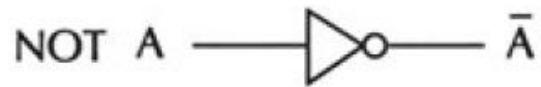


Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

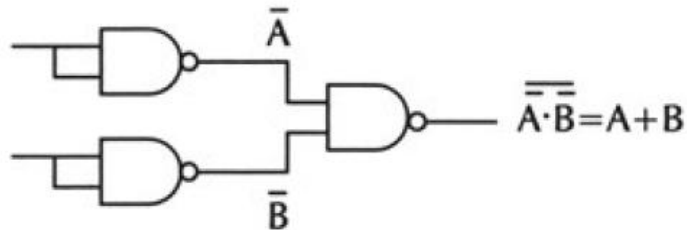
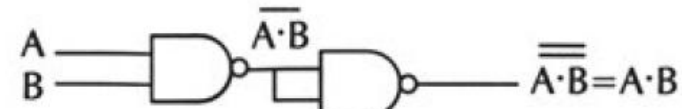
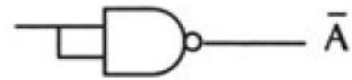
Οικουμενικές Πύλες

- Οι πύλες **NAND** και **NOR** ονομάζονται **οικουμενικές πύλες**, γιατί μπορούν να αντικαταστήσουν τις πύλες AND, NOT, και OR, με αποτέλεσμα να προκύπτουν πιο οικονομικές κατασκευές (χρήση λιγότερων Ο.Κ.)

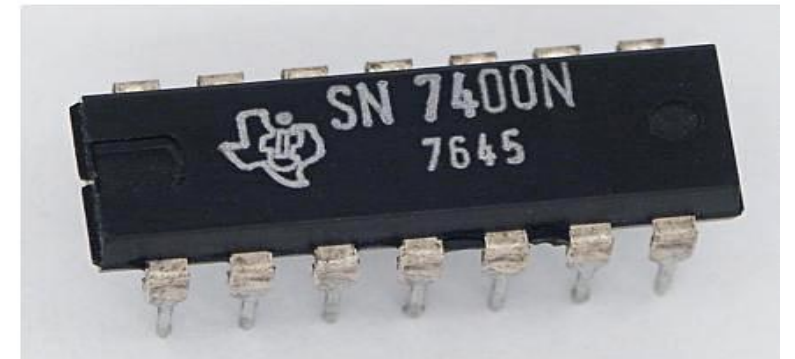
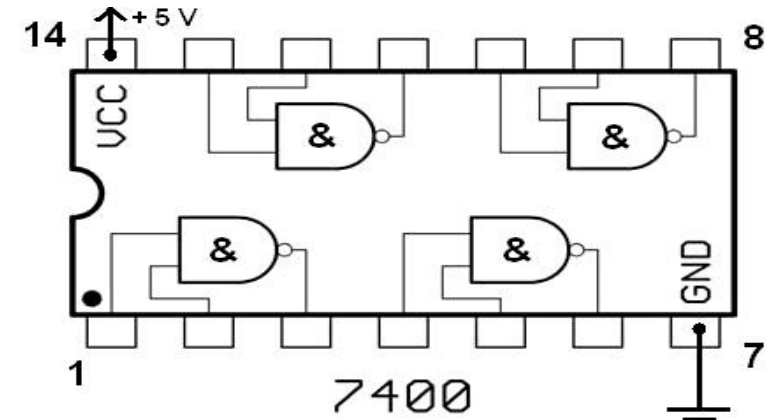
Πύλες NOT, AND, NOT



Υλοποίηση NOT, AND, NOT με
χρήση οικουμενικών πυλών



Ολοκληρωμένο Κύκλωμα
με οικουμενικές πύλες



Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Κατασκευή κυκλώματος μόνο με πύλες NAND

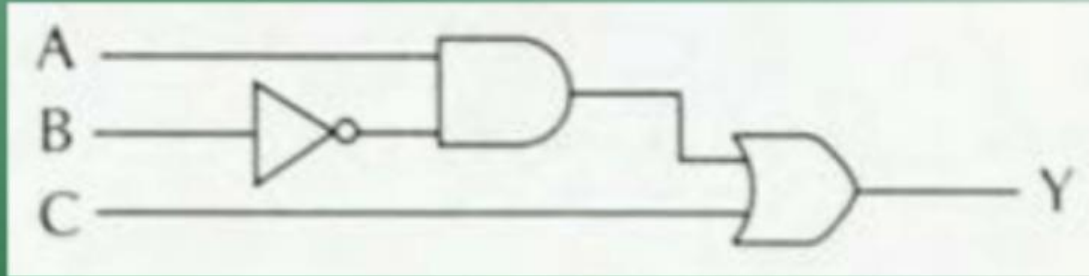
- Σχεδιάζουμε το ΣΚ με πύλες AND, NOT και OR.
- Αντικαθιστούμε όλες τις πύλες με αντίστοιχους συνδυασμούς από πύλες NAND
- Διαγράφουμε δύο συνεχόμενες πύλες NAND που λειτουργούν ως πύλες NOT (με βραχυκυκλωμένες εισόδους), καθώς η δεύτερη αναιρεί τον λόγο ύπαρξης της πρώτης.

Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

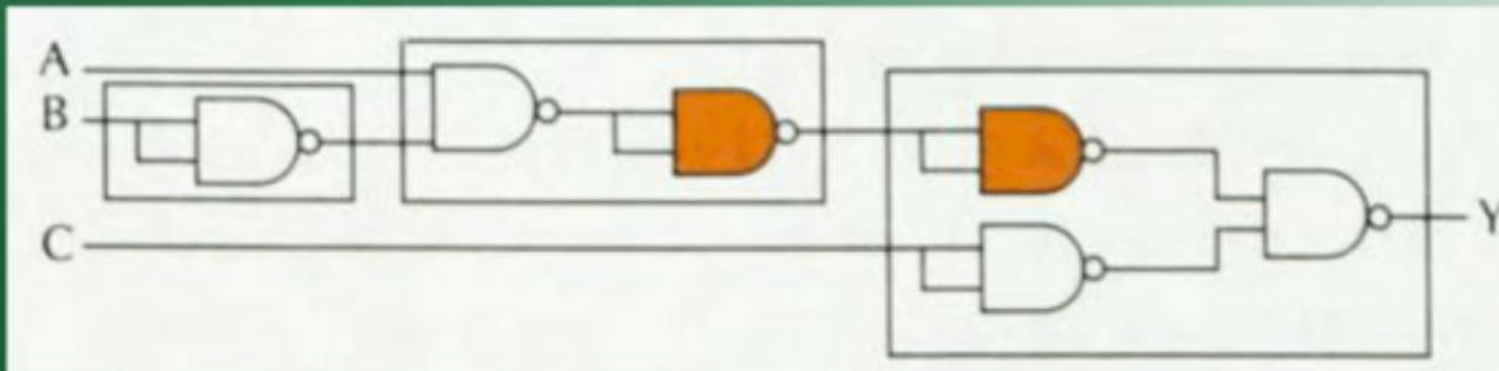
Κατασκευή κυκλώματος μόνο με πύλες NAND

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- Σχεδιάζουμε το ΣΚ με πύλες AND, NOT και OR.



- Αντικαθιστούμε όλες τις πύλες με αντίστοιχους συνδυασμούς από πύλες NAND

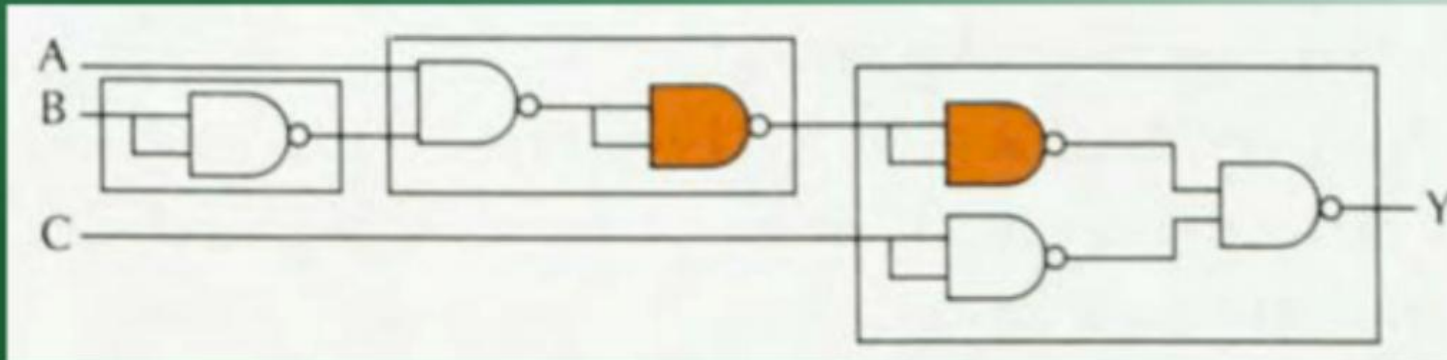


Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

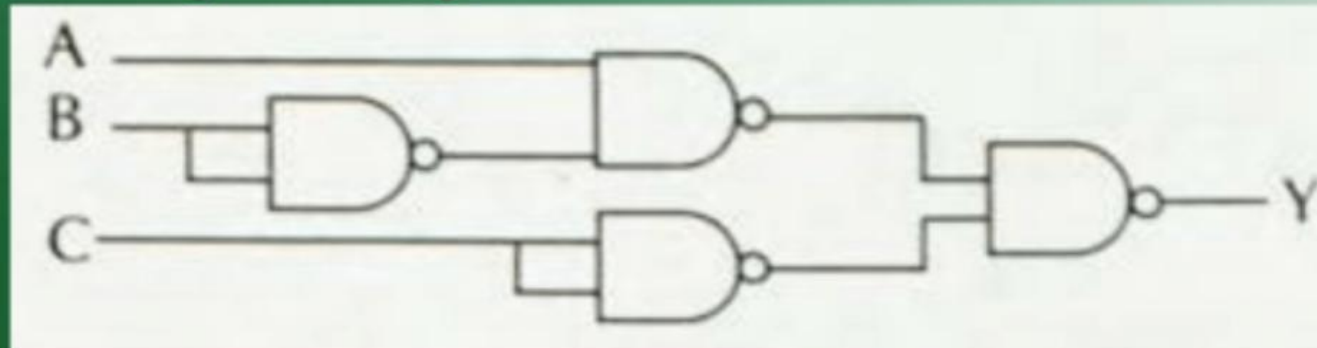
Κατασκευή κυκλώματος μόνο με πύλες NAND

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- Αντικαθιστούμε όλες τις πύλες με αντίστοιχους συνδυασμούς από πύλες NAND



- Διαγράφουμε δύο συνεχόμενες πύλες NAND που λειτουργούν ως πύλες NOT



Ανάλυση και Σχεδίαση Συνδυαστικών Κυκλωμάτων

Κατασκευή κυκλώματος μόνο με πύλες NAND

Άσκηση:

Να υλοποιηθεί μια πύλη NOR δύο εισόδων μόνο με πύλες NAND.

Λύση

Η πύλη NOR δύο εισόδων είναι μια πύλη OR ακολουθούμενη από μια πύλη NOT. Η αντικατάσταση των πυλών OR και NOT από πύλες NAND, οδηγεί στην υλοποίηση της πύλης NOR με τέσσερις πύλες NAND.

