

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΟΥ – ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ (ΑΤΟΜΙΚΟ)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο - 2.4 ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

N-ΟΣΤΗ ΡΙΖΑ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να κατασκευάσουμε μια κυβική δεξαμενή χωρητικότητας 64 κυβικών μέτρων και ζητάμε την πλευρά της.

Αν x μέτρα είναι η πλευρά της δεξαμενής, τότε ο όγκος της θα είναι:

x^3 κυβικά μέτρα και επομένως θα ισχύει: $x^3 = 64$.

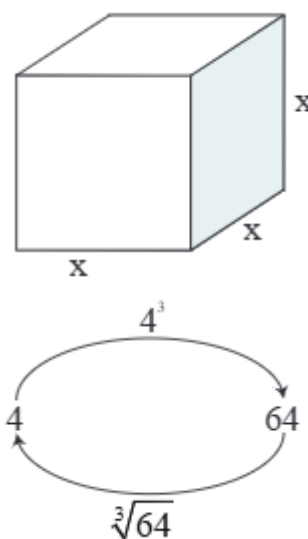
Αναζητούμε έναν αριθμό x που όταν υψωθεί στο κύβο, θα μας δώσει

64. Ο αριθμός αυτός, αφού παριστάνει μήκος, πρέπει

να είναι θετικός. Με δοκιμές βρίσκουμε ότι ο ζητούμενος αριθμός

είναι ο αριθμός 4, διότι: $4^3 = 64$. Ο αριθμός 4 λέγεται **τρίτη ρίζα** του 64

και συμβολίζεται με $\sqrt[3]{64}$



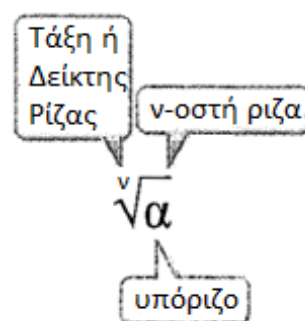
ΟΡΙΣΜΟΣ N-ΟΣΤΗΣ ΡΙΖΑΣ

Η **n -οστή ρίζα** ενός μη αρνητικού αριθμού a συμβολίζεται με $\sqrt[n]{a}$ και είναι ο μη αρνητικός αριθμός που όταν υψωθεί στη δύναμη n , δίνει τον a .

- Επίσης γράφουμε: $\sqrt[n]{a} = a$ και $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Μπορούμε επομένως να πούμε ότι:

- Αν $a \geq 0$, τότε η $\sqrt[n]{a}$ παριστάνει τη μη αρνητική λύση της εξίσωσης: $x^n = a$.



ΣΧΟΛΙΟ

Είναι $10^4 = 10.000$, οπότε $\sqrt[4]{10.000} = 10$. Είναι επίσης και $(-10)^4 = 10.000$. Όμως, **δεν επιτρέπεται** να γράφουμε $\sqrt[4]{10.000} = -10$, αφού σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό, η $\sqrt[4]{10.000}$ είναι η μη αρνητική λύση της εξίσωσης: $x^4 = 10.000$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Να βρείτε τις παρακάτω n -οστές ρίζες, με την προϋπόθεση ότι ορίζονται:

(α) $\sqrt[3]{27}$, (β) $\sqrt[4]{16}$, (γ) $\sqrt[6]{0}$, (δ) $\sqrt[3]{-8}$.

ΛΥΣΗ

(α) $\sqrt[3]{27} = 3$, διότι $3^3 = 27$, (β) $\sqrt[4]{16} = 2$, διότι $2^4 = 16$, (γ) $\sqrt[6]{0} = 0$, διότι $0^6 = 0$.

(δ) $\sqrt[3]{-8}$ είναι αδύνατη αφού $-8 < 0$.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ Ν-ΟΣΤΗΣ ΡΙΖΑΣ

1. Αν $\alpha \geq 0$, τότε: $(\sqrt[n]{\alpha})^n = \alpha$ και $\sqrt[n]{\alpha^n} = \alpha$.
2. Αν $\alpha \leq 0$ και n είναι άρτιος, τότε ισχύει: $\sqrt[n]{\alpha^n} = |\alpha|$.
3. Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta \geq 0$ τότε: $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$
4. Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta > 0$ τότε: $\frac{\sqrt[n]{\alpha}}{\sqrt[n]{\beta}} = \sqrt[n]{\frac{\alpha}{\beta}}$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2 (Ιδιότητες ν-οστής Ρίζας)

Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις, με την προϋπόθεση ότι ορίζονται:

(α) $\sqrt[3]{7^3}$, (β) $\sqrt[4]{6^4}$, (γ) $\sqrt[6]{(-5)^6}$, (δ) $\sqrt[7]{(-4)^7}$,

(ε) $\sqrt[12]{3^5} \cdot \sqrt[12]{3^7}$, (στ) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$.

ΛΥΣΗ

(α) $\sqrt[3]{7^3} = 7$, (β) $\sqrt[4]{6^4} = 6$, (γ) $\sqrt[6]{(-5)^6} = |-5| = 5$,

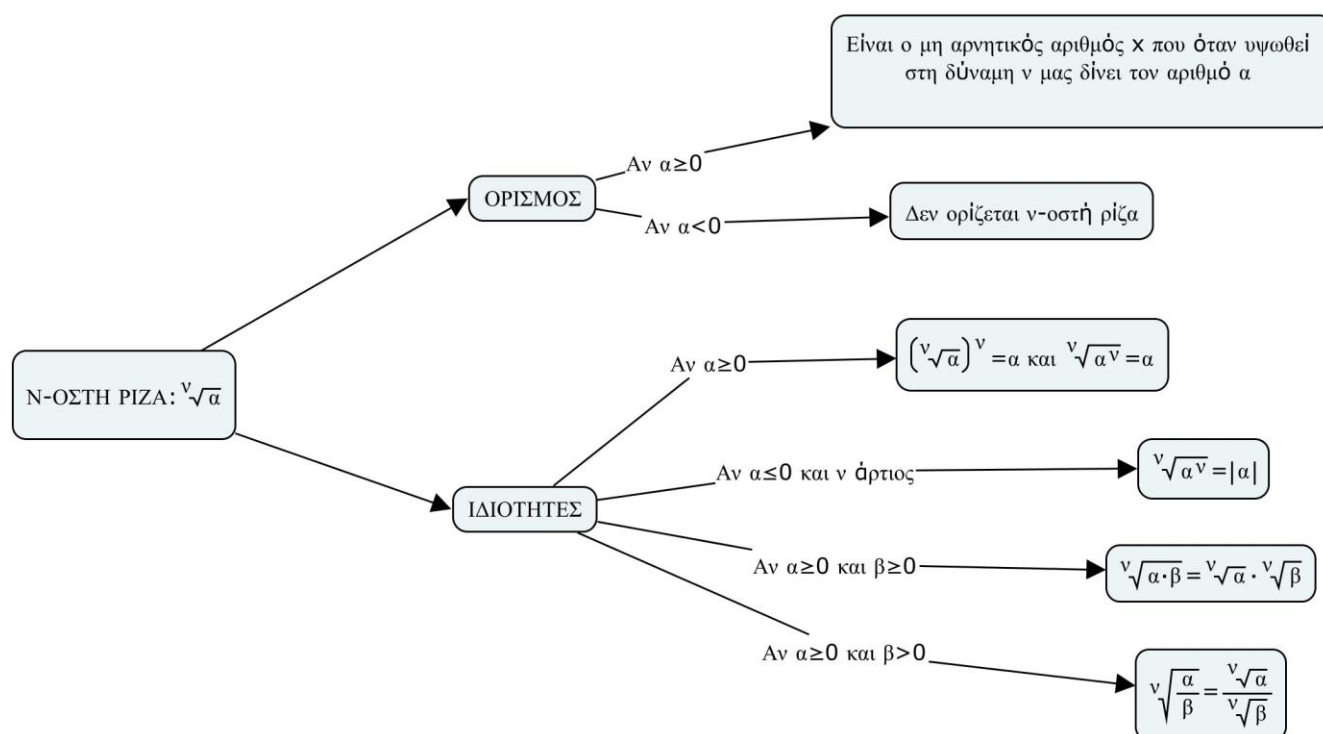
(δ) $\sqrt[7]{(-4)^7}$ είναι αδύνατη αφού το $-4 < 0$,

(ε) $\sqrt[12]{3^5} \cdot \sqrt[12]{3^7} = \sqrt[12]{3^5 \cdot 3^7} = \sqrt[12]{3^{5+7}} = \sqrt[12]{3^{12}} = 3$, (στ) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$.

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

- $\alpha^v \cdot \alpha^\mu = \alpha^{v+\mu}$
- $\frac{\alpha^v}{\alpha^\mu} = \alpha^v : \alpha^\mu = \alpha^{v-\mu}$

ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΟΣ ΧΑΡΤΗΣ – Ν-ΟΣΤΩΝ ΡΙΖΩΝ & ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΟΥ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (ΑΤΟΜΙΚΟ)

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα:

Ημερομηνία:

(Α) Ερωτήσεις Κατανόησης

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν κυκλώνοντας δίπλα από κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

(1) Αν $\alpha \geq 0$ τότε η $\sqrt[n]{\alpha}$ παριστάνει τη μη αρνητική λύση της εξίσωσης $x^n = \alpha$. **Σωστό ή Λάθος**

(2) Αν $\alpha \leq 0$ και n άρτιος τότε $\sqrt[n]{\alpha^n} = |\alpha|$. **Σωστό ή Λάθος**

(3) Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$, τότε μπορούμε πάντοτε να γράφουμε ότι: $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$. **Σωστό ή Λάθος**

(4) Αν $\beta \geq 0$, τότε ισχύει ότι: $\sqrt[4]{\alpha^4 \cdot \beta} = \alpha \cdot \sqrt[4]{\beta}$. **Σωστό ή Λάθος**

(Β) Ασκήσεις υπολογισμού Ν-οστών Ριζών

Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $\sqrt[4]{16}$, (β) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$, (γ) $\sqrt[6]{0}$, (δ) $\sqrt[5]{2^5}$, (ε) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$, (στ) $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}$

ΛΥΣΗ

ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΟ)

Μετά τον χωρισμό των μαθητών σε ομάδες των τριών και τεσσάρων, ζητείται από τον εκπαιδευτικό, να επιλύσουν τις παρακάτω ασκήσεις:

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΜΑΔΩΝ

(Α) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

(i) $\sqrt{9}$, (ii) $\sqrt[3]{27}$, (iii) $\sqrt[4]{81}$, (iv) $\sqrt[5]{243}$.

ΛΥΣΗ

(Β) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \sqrt[5]{241 + \sqrt[4]{4 + 3 \cdot \sqrt[3]{64}}}.$$

ΛΥΣΗ

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

(1) Άσκηση 1 Α΄ Ομάδας σελ. 74 του σχολικού βιβλίου.

(2) **Τράπεζα Θεμάτων_14299**

ΘΕΜΑ 2

α) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \sqrt[3]{8} - 2\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{27}$.

(Μονάδες 13)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $B = \sqrt[7]{4 - \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{121}}}$.

(Μονάδες 12)

(3) **e-me – Επαναληπτικά Θέματα**

(α) Θεωρία:

https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1410627

(β) Ασκήσεις:

https://content.e-me.edu.gr/wp-admin/admin-ajax.php?action=h5p_embed&id=1410762