

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

Πωτήθηκαν 25 μαθητές μιας τάξης ενός Λυκείου πόσα λογοτεχνικά βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Βιβλία x_i	Μαθητές n_i	Σχετική Συχνότητα f%	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i \cdot n_i$
1	4				
2					
3	8				
4	7				
Αθροίσματα					

A) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε. **Μονάδες 10**

B) Να υπολογίσετε τη διάμεσο. **Μονάδες 5**

Γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή. **Μονάδες 5**

Δ) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον δύο (2) βιβλία ; **Μονάδες 5**

2009 ΕΠΑΛ

- Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές x_i , $i=1,2,3,4$ μιας μεταβλητής X με τις αντίστοιχες συχνότητες τους n_i , $i=1,2,3,4$.

x_i	n_i
1	1
3	2
5	1
7	4

Να υπολογίσετε:

α. τη μέση τιμή $\bar{x}$, **Μονάδες 8**

β. τη διάμεσο δ , **Μονάδες 8**

γ. τη διακύμανση s^2 . **Μονάδες 9**

2009 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Η ηλικία των κατοίκων μιας πόλης ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 50 έτη και τυπική απόκλιση 15 έτη.

α. Να βρείτε τη διάμεσο της κατανομής της ηλικίας των κατοίκων. **Μονάδες 4**

β. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής και να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές. **Μονάδες 8**

γ. Αν ο αριθμός των κατοίκων της πόλης είναι 4000, να βρείτε πόσοι περίπου κάτοικοι είναι ηλικίας

(i) μεταξύ 35 και 65 ετών, **Μονάδες 6**

(ii) μεταξύ 5 και 35 ετών. **Μονάδες 7**

2009 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές x_i , $i=1,2,3,4$ μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες n_i , $i=1,2,3,4$. Η συχνότητα n_3 που αντιστοιχεί στην τιμή $x_3=3$ είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με $\bar{x}=4$.

x_i	n_i
2	6
3	;
5	3
8	4

α. Να αποδείξετε ότι $n_2=7$. **Μονάδες 9**

β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9. **Μονάδες 9**

γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής X είναι ομοιογενές.

Δίνεται ότι $\sqrt{4,9} \approx 2,2$

2009 ΓΕΝ. ΛΥΚ

Μονάδες 7

- Έστω x_1, x_2, x_3, x_4 οι τιμές μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους $n=72$ με αντίστοιχες (απόλυτες) συχνότητες n_1, n_2, n_3, n_4 , όπου $n_4=3n_3$. Λίανται επίσης ότι τα τόξα του κυκλικού διαγράμματος συχνότητων που αντιστοιχούν στις τιμές x_1 και x_2 είναι αντίστοιχα 50° και 30° .

α. Να βρεθούν οι συχνότητες n_i , $i=1,2,3,4$ **Μονάδες 10**

β. Να βρεθούν τα τόξα που αντιστοιχούν στις τιμές x_3 και x_4 **Μονάδες 8**

γ. Λίανται ότι $x_1 < 7$, $x_2 = 7$, $x_3 = 3$, και $x_4 > 3$. Να δείχθεί ότι

$$10R + 72\bar{x} = 52\delta$$

όπου $R, \bar{x}, \delta$ είναι αντίστοιχα το εύρος, η μέση τιμή και η διάμεσος των παρατηρήσεων.

2009 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΠΑΝΑΛ

Μονάδες 7

- Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το πλήθος των τηλεφωνικών κλήσεων που πραγματοποίησαν 25 συνδρομητές μιας εταιρείας κινητής τηλεφωνίας κατά τη διάρκεια μιας ημέρας.

Πλήθος κλήσεων x_i	Πλήθος συνδρομητών n_i	Σχετική συχνότητα f%	Αθροιστική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)	$x_i \cdot n_i$
2	4				
3	6				
4	5				
5	7				
6	2				
7	1				
Αθροίσματα	25				

α. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε. **Μονάδες 8**

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του πλήθους των κλήσεων. **Μονάδες 6**

γ. Να βρείτε πόσοι συνδρομητές πραγματοποίησαν το πολύ 4 κλήσεις. **Μονάδες 6**

δ. Να βρείτε το ποσοστό των συνδρομητών που πραγματοποίησαν τουλάχιστον 5 κλήσεις. **Μονάδες 5**

2009 ΤΕΕ

- Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα ήταν :

8, 14, 20, 12, 16

α. Να υπολογισθεί η μέση βαθμολογία του μαθητή. **Μονάδες 4**

β. Να προσδιορισθεί η διάμεσος. **Μονάδες 3**

γ. Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση. **Μονάδες 6**

δ. Να υπολογισθεί το εύρος. **Μονάδες 3**

ε. Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και στη συνέχεια να εξεταστεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

2008 ΤΕΕ

Μονάδες 9

Λίανται ο πίνακας

x_i	n_i
1	5
2	10
3	20
4	2a
5	5
Αθροίσματα	

με τις τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής X και τις αντίστοιχες συχνότητες.

α. Να υπολογίσετε το φυσικό αριθμό a εάν ισχύει ότι η μέση τιμή είναι 3. **Μονάδες 15**

β. Για $a = 5$ να υπολογίσετε:

i) Τη διάμεσο **Μονάδες 5**

ii) Την επικρατούσα τιμή. **Μονάδες 5**

2008 ΤΕΕ ΕΣΠΕΡΙΝΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Στο παρακάτω δείγμα των 10 παρατηρήσεων:

1, 2, 4, 2, 6, 1, 3, 6, α, 6

όπου α πραγματικός αριθμός,

η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 4$.

Α) Να βρείτε την τιμή του α.

Μονάδες 5

Β) Για α=9

α) Να βρείτε τη διάμεσο.

Μονάδες 7

β) Να βρείτε τη διακύμανση.

Μονάδες 8

2008 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

γ) Αν όλες οι παραπάνω παρατηρήσεις αυξηθούν κατά 2008, τότε ποια θα είναι η μέση τιμή των νέων παρατηρήσεων;

2008 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

Μονάδες 5

- Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται η βαθμολογία των 150 μαθητών ενός Λυκείου σε τέσσερις κατηγορίες: «Άριστα», «Λίαν καλώς», «Καλώς» και «Σχεδόν καλώς». Το 20% των μαθητών έχουν επίδοση «Λίαν καλώς». Η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση «Άριστα» είναι 36°. Οι μαθητές με βαθμό «Καλώς» είναι τετραπλάσιοι των μαθητών με «Άριστα».

α) Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Χαρακτηρισμός βαθμολογίας	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	Σχετική συχνότητα %	Γωνία κυκλ. τομέα σε μοίρες
i	x_i	n_i	f_i	α_i
1	Άριστα			
2	Λίαν καλώς			
3	Καλώς			
4	Σχεδόν καλώς			
Σύνολο				

Μονάδες 16

β) Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας το βαρβόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων ($f_i\%$).

2008 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

Μονάδες 9

- Η μέση βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης σε ένα τεστ είναι 70. Χωρίζουμε τη βαθμολογία σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [-)	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα f_i
20 - 40			
40 - 60			
60 - 80			
80 - 100			
Σύνολο			

Δίνεται επιπλέον ότι το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 20 έως 40 είναι ίσο με το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 40 έως 60, ενώ στο κυκλικό διάγραμμα των δεδομένων, η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση από 80 έως 100 είναι 108°.

α. Να δείξετε ότι $f_1 = f_2 = \frac{1}{10}$, $f_3 = \frac{5}{10}$, $f_4 = \frac{3}{10}$.

Μονάδες 10

β. Αν ο αριθμός των μαθητών της τάξης είναι 50, τότε:

i. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα συχνοτήτων και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία του.

Μονάδες 5

ii. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έχουν βαθμολογία τουλάχιστον 60.

Μονάδες 5

iii. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμολογία από 50 έως 70.

2008 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΠΑΝΑΛ

Μονάδες 5

- Για δύο τύπους μπαταριών Α και Β επιλέχθηκαν δύο δείγματα μεγέθους 5 το καθένα. Οι χρόνοι ζωής των μπαταριών για το κάθε δείγμα (σε χιλιάδες ώρες) δίνονται στον επόμενο πίνακα:

A	B
20	26
26	32
24	19
22	20
18	23

α. Να βρείτε τη μέση διάρκεια ζωής μιας μπαταρίας τύπου Α και μιας μπαταρίας τύπου Β.

Μονάδες 5

β. Αν μια μπαταρία τύπου Α στοιχίζει 38 ευρώ και μια μπαταρία τύπου Β στοιχίζει 40 ευρώ, ποιον τύπο μπαταρίας συμφέρει να αγοράσετε; (Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας).

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε τις τυπικές αποκλίσεις S_A και S_B της διάρκειας ζωής των δύο τύπων μπαταριών.

Μονάδες 7

δ. Να βρείτε ποιος από τους δύο τύπους μπαταριών Α και Β παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ομοιογένεια ως προς τη διάρκεια ζωής του.

Δίνεται ότι $\sqrt{11} \approx 3,3$.

Μονάδες 8

2008 ΓΕΝ. ΛΥΚ.

- Έστω $x_1, x_2, \dots, x_{11}$ ένα δείγμα με παρατηρήσεις:

7, 5, α, 2, 5, β, 8, 6, γ, 5, 3,

όπου α, β, γ φυσικοί αριθμοί με $\alpha < \beta < \gamma$. Δίνεται ότι η μέση τιμή, η διάμεσος και το εύρος των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 6$, $d = 6$ και $R = 8$ αντίστοιχα.

α. Να βρεθούν οι τιμές των α, β, γ, έτσι ώστε να ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 217$.

Μονάδες 8

β. Για τις τιμές των α, β, γ, που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, να δείχθεί ότι η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι ίση με $s_x = \sqrt{\frac{58}{11}}$ και να εξετασθεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 8

γ. Έστω $y_1, y_2, \dots, y_{11}$ οι παρατηρήσεις που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε τις $x_1, x_2, \dots, x_{11}$ επί μια θετική σταθερά c_1 και στη συνέχεια προσθέσουμε μια σταθερά c_2 . Αν $\bar{y} = 9$ και $s_y = 2s_x$, να βρεθούν οι τιμές των σταθερών c_1 και c_2 .

2007 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΠΑΝΑΛ

Μονάδες 9

- Θεωρούμε δύο δείγματα Α και Β με παρατηρήσεις:

Δείγμα Α: 12, 18, $t_3, t_4, \dots, t_{25}$

Δείγμα Β: 16, 14, $t_3, t_4, \dots, t_{25}$.

Δίνεται ότι $t_3 + t_4 + \dots + t_{25} = 345$.

α. Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές $\bar{x}_A$ και $\bar{x}_B$ των δύο δειγμάτων Α και Β αντίστοιχα είναι $\bar{x}_A - \bar{x}_B = 15$.

Μονάδες 7

β. Αν s_A^2 είναι η διακύμανση του δείγματος Α και s_B^2 είναι η διακύμανση του δείγματος Β, να αποδείξετε ότι $s_A^2 - s_B^2 = \frac{16}{25}$.

Μονάδες 8

γ. Αν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος Α είναι ίσος με $CV_A = \frac{1}{15}$, να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής CV_B του δείγματος Β.

Μονάδες 10

2007 ΓΕΝ. ΛΥΚ.

- Οι βαθμοί των μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών μιας τάξης ενός Λυκείου ακολουθούν κανονική κατανομή. Το 50% των μαθητών έγραψε τουλάχιστο 13, ενώ το 34% από 13 έως 14:

α) Να βρείτε τη διάμεσο δ, τη μέση τιμή $\bar{x}$ και την τυπική απόκλιση s των βαθμών των μαθητών.

Μονάδες 12

β) Αν 95 μαθητές της τάξης έγραψαν από 11 έως 13:

i. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών της τάξης.

Μονάδες 7

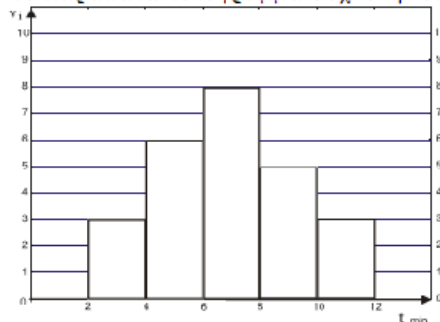
ii. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έγραψαν από 14 έως 15 στο διαγώνισμα αυτό.

2007 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

Μονάδες 6

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Οι χρόνοι καθυστέρησης που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:



- Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

Διάστημα	Συχνότητα ν_i	Μέσο διαστήματος K_i	$\nu_i \cdot K_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Σχετική απόκλιση ή απόκλιση g_i
[2, 4)					
[4, 6)					
[6, 8)					
[8, 10)					
[10, 12)					
Αθροίσματα					

Μονάδες 10

- Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστέρησης των δρομολογίων.

Μονάδες 5

- Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;

Μονάδες 5

- Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

Μονάδες 5

2007 ΤΕΕ

- Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = x^3 - sx^2 + 2x + \bar{x}$, όπου $\bar{x}$ η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση ενός δείγματος n παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X . Αν στο σημείο $M(1, 5)$ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f η εφαπτομένη σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα x' :

- Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και την τυπική απόκλιση s του δείγματος.

Μονάδες 15

- Αν $\bar{x} = 4$ και $s = 2$, τότε:

- Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 4

- Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της παραγώγου της συνάρτησης f στο $x_0 = 1$.

2007 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

Μονάδες 6

- Στον παρακάτω (ελλιπή) πίνακα παρουσιάζονται οι σχετικές συχνότητες f_i των τιμών σε Ευρώ ενός συγκεκριμένου προϊόντος σε 50 καταστήματα μιας πόλης:

Τιμή προϊόντος (σε Ευρώ)	Σχετική Συχνότητα f_i
[-)	
8 - 10	0,2
10 - 12	f_2
12 - 14	0,3
14 - 16	f_4

- Αν η μέση τιμή των τιμών του προϊόντος στα καταστήματα αυτά είναι $\bar{x} = 11,60$ Ευρώ, να βρείτε τις σχετικές συχνότητες f_2 και f_4 .

Μονάδες 10

- Αν $f_2 = 0,4$ και $f_4 = 0,1$ τότε:

- να βρείτε σε πόσα καταστήματα η τιμή του προϊόντος είναι μεγαλύτερη ή ίση των 10 Ευρώ.

Μονάδες 8

- να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Μονάδες 7

2007 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Σε ένα δείγμα n παρατηρήσεων $x_1, x_2, \dots, x_n$ μιας μεταβλητής X είναι $\bar{x} = 8$ και $s_x^2 = 4$.

- Αν $y_1, y_2, \dots, y_n$ είναι το δείγμα των παρατηρήσεων που προκύπτουν αντιστοίχως από τις $x_1, x_2, \dots, x_n$ όταν κάθε μία αυξηθεί κατά 10% τότε:

- Να εξετάσετε αν το δείγμα $y_1, y_2, \dots, y_n$ είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

- Να συγκριθούν μεταξύ τους τα δύο δείγματα ως προς την ομοιογένεια.

Μονάδες 5

- Αν $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x}$ για κάθε $i = 1, 2, \dots, n$

- να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{z}$ και την τυπική απόκλιση s_z των $z_1, \dots, z_n$.

Μονάδες 10

- να εξετάσετε αν ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής (CV) των $z_1, \dots, z_n$.

2007 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

Μονάδες 5

- Οι απουσίες των μαθητών της Γ' τάξης ενός Ενιαίου Λυκείου κατά τους μήνες Ιανουάριο - Φεβρουάριο - Μάρτιο - Απρίλιο του έτους 2006 έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους και εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων:

Απουσίες μαθητών	Κέντρο κλάσης x_i	Σχετική συχνότητα f_i
[... - ...)	...	0,1
[... - 7)	...	...
[... - ...)	...	0,3
[... - ...)	10	...
Σύνολο	////////////////	1

Αν επιπλέον δίνεται ότι η σχετική συχνότητα της 4^{ης} κλάσης f_4 είναι διλάσια της σχετικής συχνότητας της 2^{ης} κλάσης f_2 τότε:

- Να αποδείξετε ότι το πλάτος c των κλάσεων ισούται με 2.

Μονάδες 10

- Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα σχετικών συχνοτήτων στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.

Μονάδες 5

- Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$.

Μονάδες 4

- Να βρείτε την τυπική απόκλιση s .

Μονάδες 6

Δίνεται ο τύπος: $s^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^k x_i^2 \nu_i - \frac{(\sum_{i=1}^k x_i \nu_i)^2}{n} \right]$.

2006 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΠΑΝΑΛ

- Κατά την αρχή της σχολικής χρονιάς οι 50 μαθητές της τρίτης τάξης ενός Λυκείου ερωτήθηκαν σχετικά με τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν την περίοδο των θερινών διακοπών. Σύμφωνα με τις απαντήσεις που δόθηκαν, συντάχθηκε ο παρακάτω πίνακας:

Αριθμός Βιβλίων x_i	Αριθμός Μαθητών ν_i
0	$a+4$
1	$5a+8$
2	$4a$
3	$a-1$
4	$2a$
Σύνολο	50

- Να υπολογίσετε την τιμή του a .

Μονάδες 3

Στη συνέχεια να βρείτε:

- Τη μέση τιμή του αριθμού των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές.

Μονάδες 7

- Τη διάμεσο του αριθμού των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές.

Μονάδες 7

- Την πιθανότητα ένας μαθητής να έχει διαβάσει τουλάχιστο 3 βιβλία.

2006 ΓΕΝ. ΛΥΚ

Μονάδες 8

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Για τη μελέτη του αριθμού των τροχαίων ατυχημάτων, που γίνονται σε μια κεντρική διασταύρωση κάποιας επαρχιακής πόλης, πήραμε δείγμα πέντε παρατηρήσεων που αφορούν στον αριθμό των ατυχημάτων σε κάθε έναν από τους πέντε τελευταίους μήνες. Οι παρατηρήσεις είναι αντίστοιχα :

1, 2, 3, 3, 1.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διασπορά του δείγματος. **Μονάδες 10**

- β) Να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος. **Μονάδες 5**

- γ) Ποια είναι η (απόλυτη) συχνότητα και ποια η σχετική συχνότητα της τιμής 3; **Μονάδες 5**

- δ) Ποιο είναι το εύρος του δείγματος; **Μονάδες 5**
2006 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Ο χρόνος αναμονής των πολιτών μέχρι να εξυπηρετηθούν σε μια δημόσια υπηρεσία ακολουθεί κανονική κατανομή, με μέση τιμή 5λεπτά και τυπική απόκλιση 1 λεπτό.

- I. Να βρείτε πόσο είναι περίπου το ποσοστό των πολιτών που εξυπηρετούνται σε χρόνο

α) από 4 έως 6 λεπτά.

β) από 3 έως 6 λεπτά. **Μονάδες 10**

- II. Να βρείτε τη διάμεσο και το εύρος της κατανομής του χρόνου αναμονής των πολιτών. **Μονάδες 10**

- III. Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής της κατανομής του χρόνου αναμονής. **Μονάδες 5**
2006 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

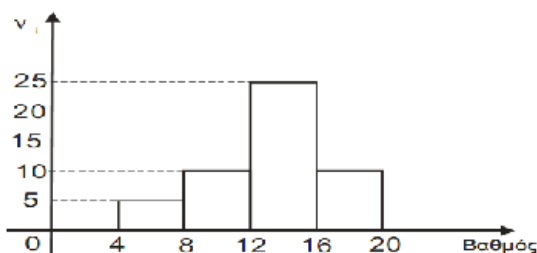
- Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 50% των παρατηρήσεων έχουν τιμή μεγαλύτερη του 20. Το 81,5% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα (16,22) με άκρα του διαστήματος χαρακτηριστικές τιμές της κανονικής κατανομής $\bar{x} \pm 3s$, $\bar{x} \pm 2s$, $\bar{x} \pm s$.

- α. Να δείξετε ότι $\bar{x} = 20$ και $s = 2$. **Μονάδες 10**

- β. Να βρείτε το $\alpha \in \mathbb{N}^*$, αν είναι γνωστό ότι στο διάστημα $(\bar{x} - \alpha \cdot s, \bar{x} + \alpha \cdot s)$ ανήκει το 95% περίπου των παρατηρήσεων. **Μονάδες 5**

- γ. Αν R είναι το εύρος της κατανομής, να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = \frac{R}{2}x^2 - (\bar{x} + 4)x + 9s$. **Μονάδες 10**
2005 ΓΕΝ. ΛΥΚ.

- Σε ένα διαγώνισμα Βιολογίας η βαθμολογία των μαθητών δίνεται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων v_i :



- α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις βαθμολογίας I_i	Κέντρο κλάσης x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθρ. σχετ. συχνότητα F_i
[4, 8)					
[8, 12)					
[12, 16)					
[16, 20)					
Σύνολο					

Μονάδες 11

- β. Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών. **Μονάδες 8**

- γ. Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μέχρι και 10; **Μονάδες 6**
2005 ΓΕΝ. ΛΥΚ.

- Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής X με τις αντίστοιχες συχνότητές τους. Το μέγεθος του δείγματος είναι $n = 80$ και η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 2,6$.

x_i	v_i
1	12
2	μ
3	λ
4	25
Σύνολο	$n = 80$

- α) Να αποδείξετε ότι $\mu = 33$ και $\lambda = 10$. **Μονάδες 10**

- β) Να υπολογίσετε τη διάμεσο του δείγματος. **Μονάδες 6**

- γ) Να υπολογίσετε τη διακύμανση του δείγματος. **Μονάδες 9**

Για τον υπολογισμό της διακύμανσης του δείγματος μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον τύπο:

$$s^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right]$$

2005 ΓΕΝ. ΛΥΚ

- Οι μηνιαίοι μισθοί των υπαλλήλων μιας Αμερικανικής εταιρείας έχουν μέση τιμή $\bar{x}_A = 1.000$ δολάρια και τυπική απόκλιση $s_A = 125$ δολάρια. Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας Ευρωπαϊκής εταιρείας έχουν μέση τιμή $\bar{x}_E = 800$ ευρώ και τυπική απόκλιση $s_E = 90$ ευρώ.

- α) Να βρείτε ποια από τις δύο εταιρείες έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια μισθών. **Μονάδες 8**

- β) Η Αμερικανική εταιρεία αποφασίζει να αυξήσει το μηνιαίο μισθό κάθε υπαλλήλου κατά 250 δολάρια. Επίσης η Ευρωπαϊκή εταιρεία αποφασίζει να αυξήσει το μηνιαίο μισθό κάθε υπαλλήλου κατά 20%.

Να βρείτε τη νέα μέση τιμή και τη νέα τυπική απόκλιση των μηνιαίων μισθών και για τις δύο εταιρείες.

Μονάδες 10

- γ) Ποια από τις δύο εταιρείες έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια των μηνιαίων μισθών μετά τις αυξήσεις;

2005 ΓΕΝ. ΛΥΚ

Μονάδες 7

- Οι ώρες παρακολούθησης τηλεοπτικών προγραμμάτων από 20 άτομα σε διάστημα μιας εβδομάδας αναγράφονται στον παρακάτω (ελλειπτή) πίνακα:

Ώρες παρακολούθησης x_i	Συχνότητα v_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
2			
3	6		
9			
11	2		
Σύνολο	$n = 20$		

Στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων του παραπάνω πίνακα δίνεται ότι η γωνία του κυκλικού τομέα, που αντιστοιχεί στην παρατήρηση $x_1 = 2$ ώρες, είναι $\alpha_1 = 72^\circ$.

- α) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε. **Μονάδες 12**

- β) Θεωρώντας γνωστό ότι για τη διακύμανση ισχύει ο τύπος

$$s^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right]$$

να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση s.

Μονάδες 5

- γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος. **Μονάδες 8**

2005 ΓΕΝ. ΛΥΚ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες πρωινής εργασίας των μαθητών ενός τμήματος Εσπερινού Λυκείου:

Ώρες εργασίας μαθητών	Συχνότητα
x_i	v_i
1	α
2	5
3	β
4	2
5	1

Όπου α και β είναι οι τιμές του τοπικού μεγίστου και του τοπικού ελαχίστου αντίστοιχα της συνάρτησης $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha=4 \text{ και } \beta=3.$$

Μονάδες 10

β) Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και τη διάμεσο δ των ωρών πρωινής εργασίας των μαθητών.

Μονάδες 10

γ) Πόσοι μαθητές εργάστηκαν το πολύ 4 ώρες.

Μονάδες 5

2005 ΓΕΝ. ΛΥΚ

- Η μέση τιμή των βαθμών που πήραν οι 25 μαθητές της Γ' τάξης ενός Λυκείου στα Μαθηματικά είναι 14, ενώ η μέση τιμή των βαθμών των 10 μαθητών που παρουσίασαν τη μικρότερη βαθμολογία είναι 11.

α. Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας των 15 υπόλοιπων μαθητών.

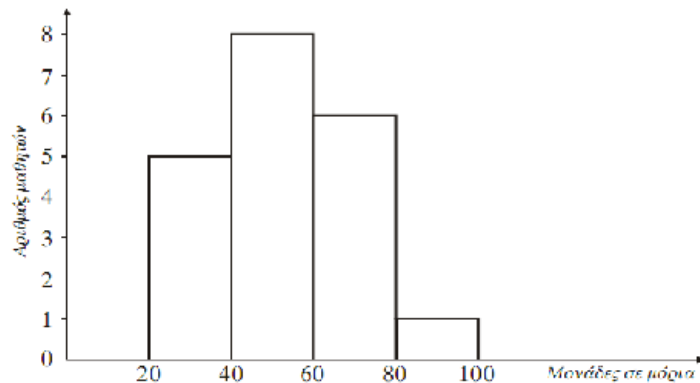
Μονάδες 12

β. Αν το άθροισμα των τετραγώνων των βαθμών των 25 αυτών μαθητών είναι 5000, να βρείτε το συντελεστή μεταβολής (CV).

2004 ΓΕΝ. ΛΥΚ

Μονάδες 13

- Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι βαθμολογίες, στην εκατοντάβαθμη κλίμακα, των μαθητών ενός τμήματος της Δ' τάξης, κάποιου Εσπερινού Ενιαίου Λυκείου, στα μαθηματικά γενικής παιδείας.



α. Να βρείτε πόσοι είναι οι μαθητές του τμήματος.

Μονάδες 7

β. Να βρείτε πόσοι είναι οι μαθητές που έχουν βαθμό από 40 μόρια και πάνω.

Μονάδες 7

γ. Να κατασκευάσετε τον πίνακα με τις συχνότητες v_i , τις κεντρικές τιμές x_i και τα γινόμενα $x_i v_i$. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμών των μαθητών του τμήματος.

2004 ΓΕΝ. ΛΥΚ

Μονάδες 11

- Τα βάρη μιας ομάδας, πέντε μαθητών, είναι:

$$62, 77, 65, 72, 69 \text{ κιλά}$$

α. Να αποδείξετε ότι το μέσο βάρος των πέντε μαθητών είναι 69 κιλά.

Μονάδες 5

β. Να υπολογίσετε τη διάμεσο των τιμών των βαρών.

Μονάδες 5

γ. Να υπολογίσετε το εύρος των τιμών των βαρών.

Μονάδες 5

δ. Αν προστεθεί στην ομάδα ένας έκτος μαθητής και το μέσο βάρος των έξι μαθητών γίνει 72 κιλά, να βρείτε το βάρος του έκτου μαθητή που προστέθηκε στην ομάδα.

2004 ΓΕΝ. ΛΥΚ

Μονάδες 10

- Οι εισπράξεις (σε χιλιάδες ευρώ) ενός δείγματος δέκα υποκαταστημάτων μιας εμπορικής επιχείρησης, κατά το μήνα Απρίλιο του 2004, ήταν:

50, 15, 15, 20, 15, 30, 15, 20, 50, 50.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των εισπράξεων.

Μονάδες 5

β) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία του.

Εισπράξεις (σε χιλιάδες ευρώ)	Συχνότητα	Σχετική συχνότητα	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
x_i	v_i	f_i			
15					
20					
30					
50					
Σύνολο					

Μονάδες 15

γ) Θεωρώντας γνωστό ότι για τη διακύμανση ισχύει ο τύπος $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 v_i$, να υπολογίσετε:

γ₁) τη διακύμανση των εισπράξεων,

Μονάδες 3

γ₂) την τυπική απόκλιση.

Μονάδες 2

2004 ΓΕΝ. ΛΥΚ

- Ένα δείγμα εργαζομένων μιας εταιρείας εξετάστηκε ως προς το χρόνο (σε ώρες) υπερωριακής απασχόλησης κατά τη διάρκεια ενός μηνός και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

Ώρες υπερωριακής απασχόλησης Κλάσεις [-)	Αθροιστική συχνότητα N_i
0 - 2	5
2 - 4	15
4 - 6	20
6 - 8	35
8 - 10	40

Να βρείτε :

α) το μέγεθος του δείγματος,

Μονάδες 5

β) τις συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες των κλάσεων και

Μονάδες 10

γ) τη μέση τιμή.

Μονάδες 10

2003 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Το βάρος ενός δείγματος μαθητών λυκείου ακολουθεί κανονική ή περίπου κανονική κατανομή. Το 50% των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ 65 Kg, ενώ περίπου το 47,5% αυτών έχουν βάρος από 65 Kg έως 75 Kg.

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση του βάρους των μαθητών του δείγματος.

Μονάδες 6

β. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών του δείγματος, που έχουν βάρος από 55 Kg έως 70 Kg.

Μονάδες 6

δ. Ο αριθμός των μαθητών του δείγματος αυτού που έχουν βάρος από 55 Kg έως 60 Kg, είναι 27. Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του δείγματος.

2003 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΠΑΝΑΛ

Μονάδες 7

- Ένα προϊόν πωλείται σε 10 διαφορετικά καταστήματα στις παρακάτω τιμές, σε Ευρώ:

8, 10, 13, 13, 15, 16, 18, 14, 14, 9.

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επιζωοδόσα τιμή.

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής.

Μονάδες 6

γ. Αν οι τιμές του προϊόντος σε όλα τα καταστήματα υποστούν έκπτωση 10%, να εξετάσετε αν θα μεταβληθεί ο συντελεστής μεταβολής.

2002 ΓΕΝ. ΛΥΚ

Μονάδες 13

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 2ου ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

- Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η χρηματική παροχή από τους γονείς, σε Ευρώ, δείγματος έξι μαθητών της πρώτης τάξης (ομάδα Α) και έξι μαθητών της δεύτερης τάξης (ομάδα Β) ενός Γυμνασίου.

Ομάδα Α	Ομάδα Β
1	7
8	14
9	6
5	4
3	12
4	5

- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε ομάδας.
Μονάδες 6
 - Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες.
Μονάδες 5
 - Αν σε κάθε παρατήρηση της ομάδας Α γίνει αύξηση 20% και οι παρατηρήσεις της ομάδας Β αυξηθούν κατά 5 Ευρώ η κάθε μία, πώς διαμορφώνονται οι νέες μέσες τιμές των δύο ομάδων;
Μονάδες 8
 - Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες με τα νέα δεδομένα.
Μονάδες 6
- 2003 ΓΕΝ. ΛΥΚ.

- Η εξέταση ενός δείγματος 20 υπαλλήλων μιας επιχείρησης, ως προς τον αριθμό των ημερών που αυτοί απουσίασαν κατά το μήνα Δεκέμβριο του 2002, έδωσε τις εξής παρατηρήσεις:

0, 1, 1, 3, 0, 0, 2, 4, 0, 1, 1, 2, 0, 1, 3, 0, 0, 0, 0, 0.

- Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία που λείπουν.

Ημέρες απουσίας	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα
x_i	n_i	f_i	N_i	F_i
0				
1				
2				
3				
4				
Σύνολο				

Μονάδες 10

- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των παρατηρήσεων.
Μονάδες 5
 - Να βρείτε τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων.
Μονάδες 5
- 2003 ΓΕΝ. ΛΥΚ. ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ:

16, 14, 22, 18, 20 + α, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλιση τους (s) είναι 4, τότε:

- Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 20$.
Μονάδες 7
 - Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α.
Μονάδες 10
 - Για την τιμή του α που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.
Μονάδες 5
 - Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.
Μονάδες 3
- 2006 ΤΕΕ

- Τα αποτελέσματα των εκλογών σε ένα εκλογικό τμήμα δίνονται από τον παρακάτω (ελλιπή) πίνακα:

Κόμμα	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
x_i	n_i	f_i
A		0,15
B	150	0,30
Γ		0,35
Δ		
Σύνολο		

- Να βρείτε πόσοι εκλογείς ψήφισαν στο τμήμα αυτό.
Μονάδες 10
 - Να βρείτε πόσες ψήφους πήρε κάθε κόμμα σε αυτό το εκλογικό τμήμα.
Μονάδες 10
 - Να σχεδιάσετε το γραβδόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων.
Μονάδες 5
- 2002 ΤΕΕ ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Μια εταιρεία απασχολεί 20 εργαζόμενους εκ των οποίων οι 10 εργάζονται στο τμήμα Α και οι 10 στο τμήμα Β.

Η μέση τιμή των μηνιαίων μισθών του τμήματος Α είναι 720 ευρώ και ο μεγαλύτερος μισθός του τμήματος είναι 900 ευρώ.

Οι μισθοί των εργαζομένων στο τμήμα Β είναι : 950, 900, 1060, 980, 920, 945, 975, 930, 900, 940.

Να βρείτε :

- Το άθροισμα των μηνιαίων μισθών του τμήματος Α.
Μονάδες 6
 - Τη μέση τιμή, το εύρος και την επικρατούσα τιμή των μισθών του τμήματος Β.
Μονάδες 9
 - Τη μέση τιμή και τη διάμεσο των μισθών όλων των εργαζομένων στην επιχείρηση.
Μονάδες 10
- 2002 ΤΕΕ ΕΣΠΕΡΙΝΑ

- Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα χρόνια υπηρεσίας ενός δείγματος εργαζομένων σε μια εταιρεία.

Χρόνια υπηρεσίας x	[0 - 10)	[10 - 20)	[20 - 30)	[30 - 40)
Εργαζόμενοι n_i	10	α	20	5

- Αν ο μέσος χρόνος υπηρεσίας των εργαζομένων του δείγματος είναι $\bar{x} = 19$ χρόνια, να αποδείξετε ότι $\alpha = 15$.
Μονάδες 9
 - Για $\alpha = 15$ να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων (n_i), αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (f_i %).
Μονάδες 10
 - Να υπολογίσετε το πλήθος των εργαζομένων του δείγματος που έχουν λιγότερα από 30 χρόνια υπηρεσίας.
Μονάδες 3
 - Να υπολογίσετε το ποσοστό (%) των εργαζομένων του δείγματος που έχουν τουλάχιστον 20 χρόνια υπηρεσίας.
Μονάδες 3
- 2006 ΤΕΕ ΕΣΠΕΡΙΝΑ