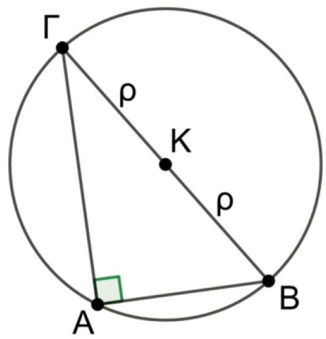
1. ΘΕΜΑ_2_21298

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, με $\hat{A}$ ορθή γωνία και ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου, που έχει κέντρο το Κ και ακτίνα ρ. Επίσης δίνεται ότι το μήκος του κύκλου ισούται με 10π.



α) Να αποδείξετε ότι η ακτίνα ρ του κύκλου έχει μήκος 5.

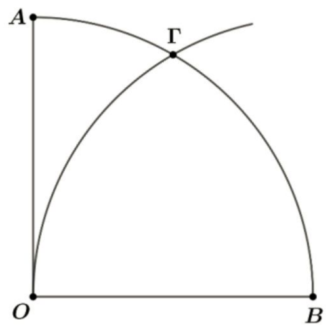
β) Αν η χορδή ΑΒ έχει μήκος 6 να υπολογίσετε:

i. το μήκος της χορδής ΑΓ του κύκλου,

ii. το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ.

2. ΘΕΜΑ_2_21192

Δίνεται τεταρτοκύκλιο Ο ΑΒ κέντρου Ο και ακτίνας R. Αν ο κύκλος κέντρου Β και ακτίνας R τέμνει το τόξο ΑΒ στο σημείο Γ όπως στο σχήμα, τότε:



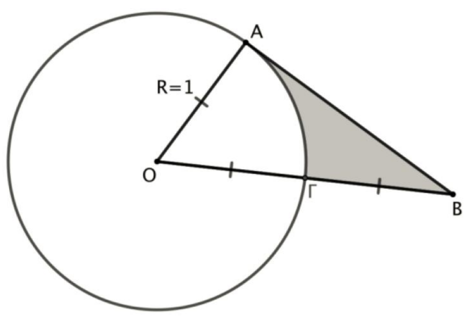
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΒΓ είναι ισόπλευρο και το μήκος $\ell_{ΒΓ}$ του τόξου ΒΓ είναι $\ell_{ΒΓ} = \frac{\pi R}{3}$.

β) Να αποδείξετε ότι το μήκος του τόξου ΑΓ είναι $\ell_{ΑΓ} = \frac{\pi R}{6}$.

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΟΑΓ που αποτελείται από το ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ και τα τόξα ΑΓ και ΟΓ.

3. ΘΕΜΑ_2_22046

Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα $R = 1$. Θεωρούμε ακτίνα ΟΓ την οποία προεκτείνουμε κατά τμήμα $ΓΒ = ΟΓ = R$ και το εφαπτόμενο τμήμα ΒΑ, όπως φαίνεται στο σχήμα.



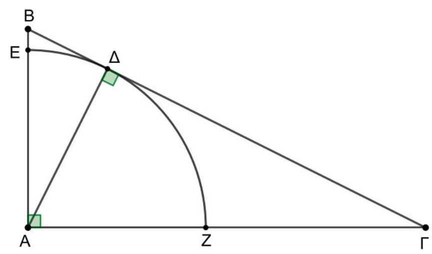
α) Να αποδείξετε ότι $O\hat{B}A = 30°$.

β) Να αποδείξετε ότι $AB = \sqrt{3}$.

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

4. ΘΕΜΑ_2_21112

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος, το Δ είναι η προβολή της κορυφής Α στην υποτείνουσα ΒΓ και είναι $ΒΔ = 1$ και $ΔΓ = 4$.

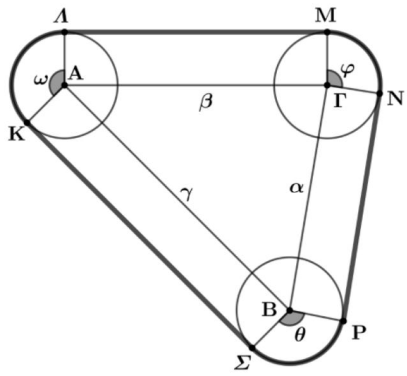


α) Να αποδείξετε ότι $ΑΔ = 2$.

β) Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΔ γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ, στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου ΕΔΖ.

5. ΘΕΜΑ_4_21193

Στο διπλανό σχήμα τρεις κυκλικοί τροχοί με ίσες ακτίνες μήκους R, έχουν τα κέντρα τους στις κορυφές τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β και γ. Ένας τεντωμένος ιμάντας μήκους L συνδέει τους τρεις ίσους τροχούς όπως στο σχήμα και εφάπτεται σε αυτούς στα σημεία Κ, Λ, Μ, Ν, Ρ, Σ.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. το τετράπλευρο ΑΛΜΓ είναι ορθογώνιο,

ii. η κυρτή γωνία $Κ\hat{Α}Λ$ και η γωνία $\hat{Α}$ του τριγώνου ΑΒΓ είναι παραπληρωματικές.

β) Αν $Κ\hat{Α}Λ = \hat{ω}$, $Σ\hat{Β}Ρ = \hat{θ}$, $Μ\hat{Γ}Ν = \hat{φ}$, να αποδείξετε ότι $\hat{ω} + \hat{θ} + \hat{φ} = 360°$.

γ) Να αποδείξετε ότι το μήκος του ιμάντα L είναι $L = 2(τ + πR)$ όπου τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ.