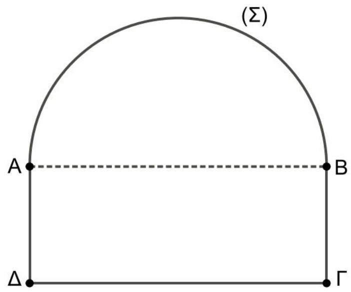
1. ΘΕΜΑ_2_22310



Το διπλανό σχήμα (Σ) αποτελείται από το ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ και το ορθογώνιο ΑΒΓΔ. Το ημικύκλιο και το ορθογώνιο έχουν ίσα εμβαδά. Δίνεται $AB = 8$ cm.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. το εμβαδόν του ημικυκλίου είναι $E = 8\pi$ cm^2,

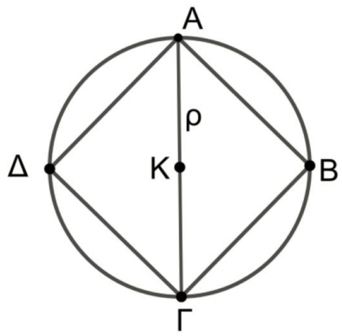
ii. το μήκος του ημικυκλίου είναι $L = 4\pi$ cm.

β) Να βρείτε:

i. το μήκος της πλευράς ΑΔ του ορθογωνίου,

ii. την περίμετρο του σχήματος (Σ).

2. ΘΕΜΑ_2_21301



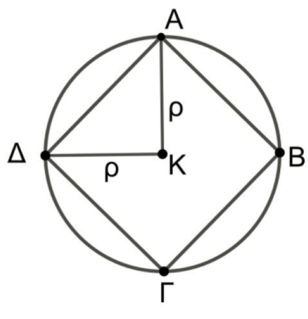
Σε κύκλο (K,ρ) εμβαδού $E = 4\pi$ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο ΑΒΓΔ, όπως στο διπλανό σχήμα. Να υπολογίσετε:

α) την ακτίνα ρ του κύκλου (K,ρ).

β) το μήκος της διαμέτρου ΑΓ του κύκλου (K,ρ) και της πλευράς ΑΒ του τετραγώνου ΑΒΓΔ .

γ) το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ .

3. ΘΕΜΑ_2_21300



Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ, το οποίο είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (K,ρ), όπως στο διπλανό σχήμα.

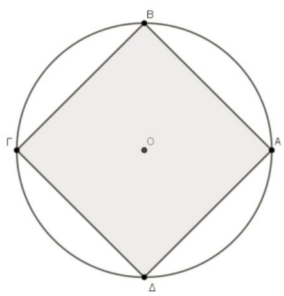
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΚΔ είναι ορθογώνιο.

β) Αν επιπλέον το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου ΑΚΔ είναι 4:

i. Να αποδείξετε ότι $\rho = \sqrt{8}$.

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κύκλου (K,ρ).

4. ΘΕΜΑ_2_21075



Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο, ακτίνα ρ και εμβαδόν ίσο με 16π.

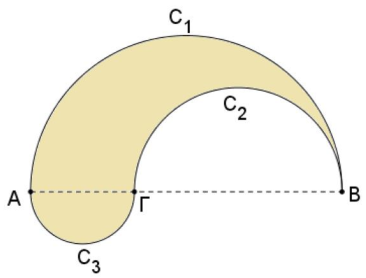
α) Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου.

β) Αν η ακτίνα ρ του κύκλου είναι 4 να υπολογίσετε:

i. την πλευρά του εγγεγραμμένου τετραγώνου στον κύκλο,

ii. το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται ανάμεσα στο τετράγωνο και στον κύκλο.

5. **ΘΕΜΑ_2_20672**



Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα $AB = 6$, και σημείο του Γ, ώστε $B\Gamma = 4$. Στο ίδιο ημιεπίπεδο που ορίζει η AB σχεδιάζουμε τα ημικύκλια C_1 και C_2 με διαμέτρους AB και ΒΓ αντίστοιχα και στο άλλο ημιεπίπεδο σχεδιάζουμε ημικύκλιο C_3 με διάμετρο ΑΓ.

α) Να αποδείξετε ότι τα εμβαδά των ημικυκλίων C_1, C_2, C_3 είναι $\frac{9\pi}{2}$, 2π και $\frac{\pi}{2}$ αντίστοιχα.

β) Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.

6. **ΘΕΜΑ_4_22154**

Δίνονται τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ, που η κοινή κορυφή τους Α βρίσκεται στο κέντρο τριών ομόκεντρων κύκλων (A,ρ_1), (A,ρ_2) και (A,ρ_3), η κορυφή Γ βρίσκεται στον κύκλο (A,ρ_3), οι κορυφές Β και Ε στον κύκλο (A,ρ_2) και η κορυφή Δ στον κύκλο (A,ρ_1), όπως στο σχήμα, με $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$. Ονομάζουμε $E_{E\Gamma}$ το εμβαδόν του σκιασμένου δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A,ρ_2) και (A,ρ_3), E_1 το εμβαδόν του κύκλου (A,ρ_1), E_2 το εμβαδόν του κύκλου (A,ρ_2) και E_3 το εμβαδόν του κύκλου (A,ρ_3).

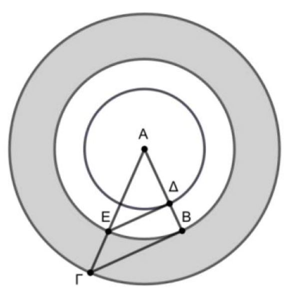
α) Αν $\frac{E_{E\Gamma}}{E_2} = \frac{7}{9}$, να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{3}{4}$ **ii.** $\frac{E_2}{E_3} = \frac{9}{16}$

iii. Αν επιπλέον οι ΔΕ και ΒΓ είναι παράλληλες να αποδείξετε ότι $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{3}{4}$.

β) Αν $E_{E\Gamma} = E_2$ και επιπλέον οι ΔΕ και ΒΓ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι $E_{\Delta B} = E_1$, όπου $E_{\Delta B}$ είναι το εμβαδόν του δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A,ρ_1) και (A,ρ_2).

7. **ΘΕΜΑ_4_22151**



Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB < A\Gamma$. Στην πλευρά ΑΒ παίρνουμε σημείο Δ και στην πλευρά ΑΓ σημείο Ε ώστε $AE = AB$. Με κέντρο το σημείο Α και ακτίνες $\rho = A\Delta$, $r = AB = AE$ και $R = A\Gamma$ γράφουμε τρεις ομόκεντρους κύκλους (A,ρ), (A,r) και (A,R) όπως στο σχήμα. Έστω $E_{E\Gamma}$ το εμβαδόν του σκιασμένου δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A,r) και (A,R), $E_{\Delta B}$ το εμβαδόν του δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A,ρ) και (A,r), E_{AE} το εμβαδόν του κύκλου (A,r) και $E_{A\Delta}$ το εμβαδόν του κύκλου (A,ρ).

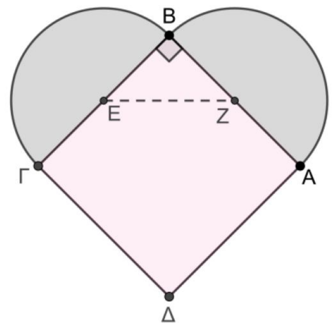
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\dfrac{E_{EΓ}}{E_{AE}} = \dfrac{R^2 - r^2}{r^2}$ **ii.** $\dfrac{E_{ΔB}}{E_{AE}} = \dfrac{r^2 - ρ^2}{ρ^2}$

β) Αν επιπλέον οι ΔΕ και ΒΓ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι: $\dfrac{E_{EΓ}}{E_{AE}} = \dfrac{E_{ΔB}}{E_{AΔ}}$.

8. ΘΕΜΑ_4_21103

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 2α και με διαμέτρους τις ΒΓ και ΒΑ φτιάχνουμε εξωτερικά του τετραγώνου ημικύκλια, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να αποδείξετε ότι το μήκος κάθε ημικυκλίου ισούται με $π \cdot α$.

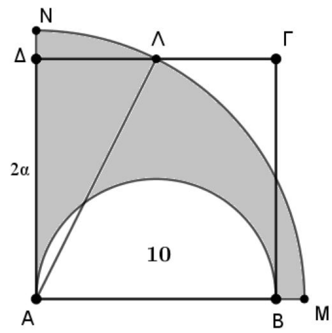
β) **i.** Αν η περίμετρος της καρδιάς είναι $2π + 4$, να υπολογίσετε το α.

ii. Αν $α = 1$ να βρείτε το μήκος του τμήματος που ενώνει τα κέντρα των δύο ημικυκλίων.

γ) Αν (τ) είναι το άθροισμα των εμβαδών των δυο ημικυκλίων να συγκρίνετε τον λόγο $\dfrac{(τ)}{(ΑΒΓΔ)}$ με την μονάδα. Να αιτιολογήστε την απάντησή σας.

9. ΘΕΜΑ_4_21197

Στο παρακάτω σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς 2α και Λ το μέσο της πλευράς του ΓΔ. Έστω ότι το ημικύκλιο, που σχεδιάζεται στο εσωτερικό του τετραγώνου με διάμετρο την πλευρά του ΑΒ, έχει εμβαδόν 10. Τότε:



α) Να αποδείξετε ότι:

i. το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι $(ΑΒΓΔ) = \dfrac{80}{π}$,

ii. $ΑΛ^2 = \dfrac{100}{π}$.

β) Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΛ κατασκευάζουμε τεταρτοκύκλιο $\overset{\frown}{A\,MN}$, και έστω Μ, Ν είναι τα σημεία τομής του με τις προεκτάσεις των πλευρών του τετραγώνου ΑΒ, ΑΔ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

i. το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου ΑΒΜΝΑ,

ii. τον λόγο του εμβαδού του τεταρτοκυκλίου $\overset{\frown}{A\,MN}$, προς το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ.