

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

2^ο φύλλο εργασίας

ΕΝΟΤΗΤΑ: Συναρτήσεις (Μονοτονία – Ακρότατα)

1. Να μελετηθούν ως προς τη μονοτονία οι παρακάτω συναρτήσεις:

α. $f(x) = 3x + 3$

β. $f(x) = 2 - \sqrt{2x - 7}$

γ. $f(x) = \sqrt{5 - x} + 3$

δ. $f(x) = x + \sqrt{x - 2}$

ε. $f(x) = -\frac{1}{x} + 6$

στ. $f(x) = \frac{1}{x^2} - 1$

2. Να μελετηθούν ως προς τη μονοτονία οι παρακάτω συναρτήσεις, στα αντίστοιχα κάθε φορά διαστήματα:

α. $f(x) = x(x - 3)$, $x \in (-\infty, 2]$

β. $f(x) = x^2 - 5x$, $x \in \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

γ. $f(x) = 2x^4 + 3$, $x \in (0, +\infty)$

δ. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $x \in [-2, 0)$

ε. $f(x) = 2x^3 + 1$, $x \in (-\infty, 0]$

στ. $f(x) = x^4 + 2$, $x \in (0, +\infty)$

ζ. $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 1}$, $x \in (0, +\infty)$

η. $f(x) = \frac{x}{x - 1}$, $x \in (-\infty, 1)$

3. Να μελετήσετε την μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = 2 - \sqrt{3 - x}$ και, στη συνέχεια, να κατατάξετε από τη μικρότερη προς το μεγαλύτερη τις τιμές:

$$f(0,5), f(1/3), f(-10), f(-2), f(1), f(0), f(-0,8), f(\sqrt{2}), f(1,5), f(\sqrt{3})$$

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (|\lambda| - 3)x + 10$. Να προσδιοριστεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η f να είναι γνησίως αύξουσα.

5. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία η συνάρτηση $f(x) = |\alpha + 1|x + 3(2 - x)$.

6. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

Κατόπιν, να συγκρίνετε τους αριθμούς $\frac{2014}{2015}$ και $\frac{2013}{2014}$.

7. Να μελετηθούν ως προς τα ακρότατα οι παρακάτω συναρτήσεις:

α. $f(x) = -2(x+1)^2 + 3$

β. $f(x) = -2x^2 + 2$

γ. $f(x) = 1 - \sqrt{2x+3}$

δ. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

ε. $f(x) = x^4 + x^2 - 1$

στ. $f(x) = |x-5|$

8. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x^2 - \sqrt{2}x$

β. $f(x) = x^2 + 2x + \frac{3}{2}$

9. Να μελετηθούν ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα οι συναρτήσεις:

α. $f(x) = |x-4| + 3$

β. $f(x) = 1 + \sqrt{9-x^2}$

γ. $f(x) = 3 - \sqrt{x^2 - 4}$

10. Να βρεθούν το πεδίο ορισμού και τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x) = x + 1 - 2\sqrt{x}$.

11. Να μελετηθούν ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα οι παρακάτω συναρτήσεις, στα αντίστοιχα διαστήματα:

α. $f(x) = x^2 + 3, x \in [-2, -1]$

β. $f(x) = 2\sqrt{3-x^2} + 3, x \in [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

γ. $f(x) = \sqrt{7 + \sqrt{6-x}}, x \in [2, 5]$

δ. $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x^2 - 4} + 2}, x \in (-\infty, -2]$

12. Να προσδιοριστεί ο $\kappa \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε όταν η συνάρτηση $f(x) = (3\kappa + 1) \cdot x^2$ παρουσιάζει ελάχιστο, τότε για την ίδια τιμή του x , η συνάρτηση $g(x) = (3 - |\kappa + 2|) \cdot x^2$ να παρουσιάζει μέγιστο.