



ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

8ο φύλλο εργασίας

1. Με τη βοήθεια ορθοκανονικού συστήματος αξόνων να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 225° .
2. Με τη βοήθεια ορθοκανονικού συστήματος αξόνων να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\angle OM$, με $M(-3, 4)$.
3. Με τη βοήθεια ορθοκανονικού συστήματος αξόνων να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\angle OM$, με $M(12, -5)$.
4. Να μετατρέψετε σε *rad* τις γωνίες:
α. 60° β. 150° γ. 420° δ. 1620° ε. -840°
5. Να μετατρέψετε σε μοίρες τις γωνίες:
α. $\frac{7\pi}{6}$ β. $\frac{3\pi}{10}$ γ. $\frac{31\pi}{3}$ δ. $\frac{\pi}{36}$ ε. $\frac{5\pi}{6}$
6. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:
α. $\frac{25\pi}{6}$ β. $\frac{10\pi}{3}$ γ. $\frac{91\pi}{3}$ δ. $\frac{3\pi}{4}$ ε. $\frac{5\pi}{6}$
7. Να βρείτε το πρόσημο των παρακάτω γινομένων:
α. $\eta\mu 80^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 260^\circ$
β. $\sigma\upsilon\nu 120^\circ \cdot \epsilon\varphi 310^\circ$
γ. $\eta\mu 100^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 100^\circ \cdot \epsilon\varphi 100^\circ$
δ. $\epsilon\varphi 240^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 320^\circ \cdot \sigma\varphi 510^\circ$
8. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:
α. $\frac{25\pi}{4}$ β. $\frac{28\pi}{3}$ γ. 91π δ. $-\frac{3\pi}{4}$ ε. $\frac{5\pi}{6}$
9. Εάν $\eta\mu x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ και $90^\circ < x < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .
10. Εάν $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{3}{4}$ και $180^\circ < x < 270^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .
11. Εάν $\epsilon\varphi x = -1$ και $270^\circ < x < 360^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

12. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sin^2 0 + \sin^2 \frac{\pi}{6} + \eta\mu^2 \frac{\pi}{4} - \eta\mu^2 \frac{\pi}{3} - \varepsilon\varphi^2 \frac{\pi}{4}$$

13. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. (\kappa\sigma\upsilon\nu x + \lambda\eta\mu x)^2 + (\kappa\eta\mu x - \lambda\sigma\upsilon\nu x)^2 = \kappa^2 + \lambda^2$$

$$\beta. \sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu^2 x = 1 - 2\eta\mu^2 x$$

$$\gamma. \sigma\varphi^2 x - \sigma\upsilon\nu^2 x = \sigma\varphi^2 x \sigma\upsilon\nu^2 x, \text{ αν } \eta\mu x \neq 0$$

14. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = 2$$

$$\beta. (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 - (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = 4\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x$$

$$\gamma. \eta\mu^4 x - \sigma\upsilon\nu^4 x = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2 x$$

15. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. (1 - \varepsilon\varphi x)(1 + \sigma\varphi x) = (\varepsilon\varphi x + 1)(\sigma\varphi x - 1)$$

$$\beta. \sigma\varphi\alpha \cdot \sigma\varphi\beta = \frac{\sigma\varphi\alpha + \sigma\varphi\beta}{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}$$

$$\gamma. \frac{1 + \varepsilon\varphi^2 \alpha}{1 - \varepsilon\varphi^2 \alpha} = \frac{1}{1 - 2\eta\mu^2 \alpha}$$

16. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. \eta\mu^3 x + \sigma\upsilon\nu^3 x = (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)(1 - \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x)$$

$$\beta. (\eta\mu^2 x - \sigma\upsilon\nu^2 x)^2 + (2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x)^2 = 1$$

$$\gamma. \eta\mu^4 x - \eta\mu^2 x = \sigma\upsilon\nu^4 x - \sigma\upsilon\nu^2 x$$

17. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. \frac{1 - \varepsilon\varphi^2 x}{1 + \varepsilon\varphi^2 x} = 1 - 2 \cdot \eta\mu^2 x$$

$$\beta. 1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x} = \eta\mu x$$

18. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. \frac{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x + 1}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x - 1} = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \eta\mu x}$$

$$\beta. \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$$

19. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. \frac{\varepsilon\phi x + \sigma\phi y}{\varepsilon\phi y + \sigma\phi x} = \frac{\varepsilon\phi x}{\varepsilon\phi y}$$

$$\beta. \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x} = \varepsilon\phi x$$

20. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. \frac{\varepsilon\phi x - \eta\mu x}{\eta\mu^3 x} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu^2 x}$$

$$\beta. \varepsilon\phi x - \sigma\phi x = \frac{1 - 2\sigma\upsilon\nu^2 x}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$$

21. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα

$\eta\mu(-x) =$	$\eta\mu(\pi - x) =$	$\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\sigma\upsilon\nu(-x) =$	$\sigma\upsilon\nu(\pi - x) =$	$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\varepsilon\phi(-x) =$	$\varepsilon\phi(\pi - x) =$	$\varepsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\sigma\phi(-x) =$	$\sigma\phi(\pi - x) =$	$\sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) =$
$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\eta\mu(\pi + x) =$	$\eta\mu(2\pi - x) =$
$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\upsilon\nu(\pi + x) =$	$\sigma\upsilon\nu(2\pi - x) =$
$\varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\varepsilon\phi(\pi + x) =$	$\varepsilon\phi(2\pi - x) =$
$\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\phi(\pi + x) =$	$\sigma\phi(2\pi - x) =$
$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\eta\mu(2\pi + x) =$
$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\upsilon\nu(2\pi + x) =$
$\varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\varepsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\varepsilon\phi(2\pi + x) =$
$\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$	$\sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) =$	$\sigma\phi(2\pi + x) =$

22. Αν $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, να αποδειχθεί ότι:

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{6\pi}{2}-\alpha\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi-\alpha) \cdot \eta\mu\alpha} = -1$$

23. Έστω $A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)}{\sigma\upsilon\nu(2\pi-x)}$ $B = \sigma\upsilon\nu\left(x-\frac{\pi}{2}\right) \eta\mu(\pi+x)$

$$\Gamma = \sigma\upsilon\nu(\pi+x) \cdot \eta\mu\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$$

Να αποδειχθεί ότι:

$$\alpha. \Gamma = B + 1$$

$$\beta. B + A = \sigma\upsilon\nu^2\alpha$$

$$\gamma. A + B = \Gamma$$

24. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu 1^\circ + \eta\mu 2^\circ + \eta\mu 3^\circ + \eta\mu 181^\circ + \eta\mu 182^\circ + \eta\mu 183^\circ = 0$.

25. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\alpha) \eta\mu(A+B) = \eta\mu\Gamma$$

$$\beta) \eta\mu(B+\Gamma) = \eta\mu A$$

$$\gamma) \eta\mu(\Gamma+A) = \eta\mu B$$

26. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\alpha) \sigma\phi(A+B) = -\sigma\phi\Gamma$$

$$\beta) \sigma\phi(B+\Gamma) = -\sigma\phi A$$

$$\gamma) \sigma\phi(\Gamma+A) = -\sigma\phi B$$

27. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\alpha) \varepsilon\phi(A+B) + \varepsilon\phi\Gamma = 0$$

$$\beta) \eta\mu(B+2A) + \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \Gamma - A) = 0$$