

1. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = x + 1$ και $(\varepsilon_2): y = x - 4$.

α) Να εξετάσετε αν το σημείο $A(0,1)$ ανήκει και στις δύο ευθείες $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$.

(Μονάδες 13)

β) Να εξετάσετε αν έχει λύση το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ -x + y = -4 \end{cases}$$

(Μονάδες 12)

2. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$.

α) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

(Μονάδες 15)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών $(\varepsilon_1): 3x + 2y = 8$ και

$(\varepsilon_2): 2x - y = 3$.

(Μονάδες 10)

3. ΘΕΜΑ 2

α) Να λυθεί το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} 2x + 7y = -5 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

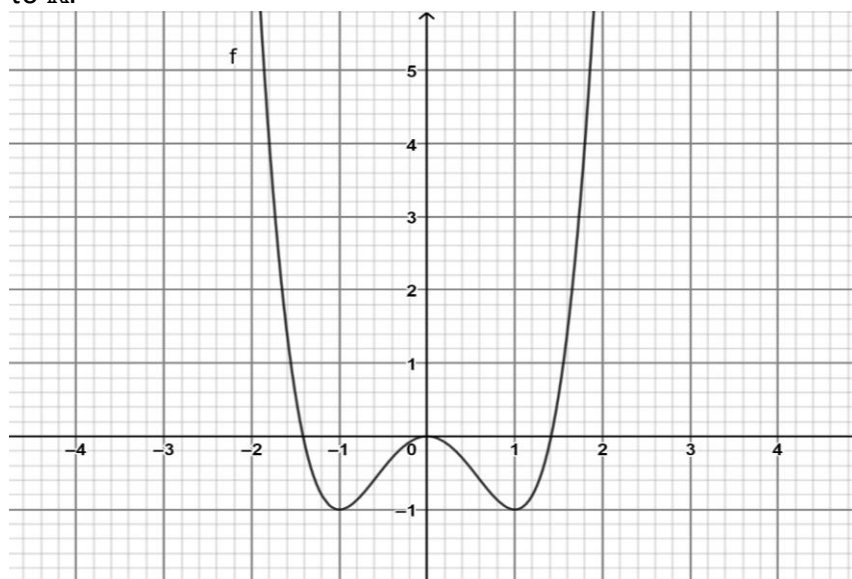
(Μονάδες 15)

β) Ποιο είναι το σημείο τομής των ευθειών που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος (Σ) ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

4. ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .



α) Να μεταφέρετε στο τετραδιό σας το σχήμα και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x) + 1$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε ποια από τις παρακάτω συναρτήσεις έχει γραφική παράσταση που προκύπτει αν μετατοπίσουμε τη γραφική παράσταση της f κατά δύο μονάδες προς τα κάτω και κατά μία μονάδα αριστερά. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

A. $h_1(x) = f(x + 1) + 2$

Γ. $h_3(x) = f(x) - 2$

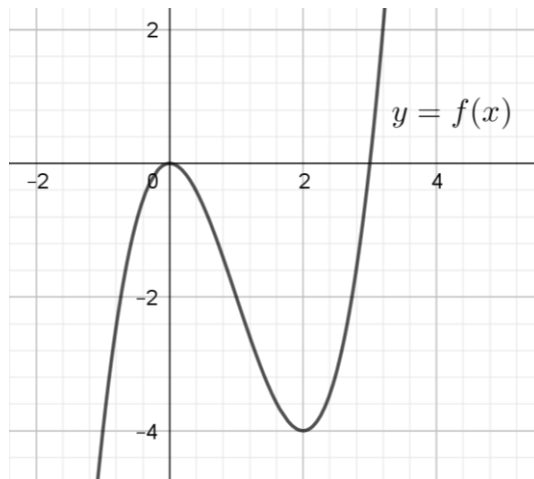
B. $h_2(x) = f(x + 1) - 2$

Δ. $h_4(x) = f(x + 1)$

(Μονάδες 12)

5. ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα 1, δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 3x^2$ με $x \in \mathbb{R}$.



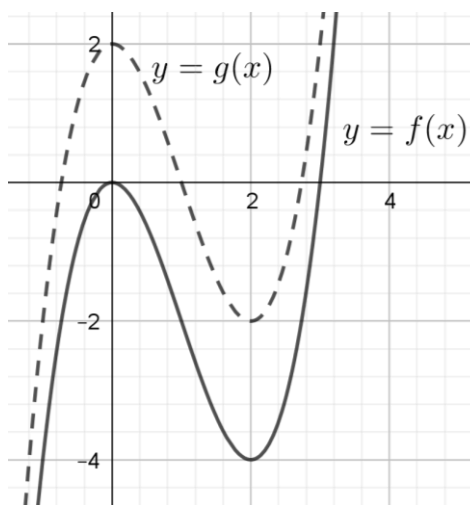
Σχήμα 1

α) Με βάση τη γραφική παράσταση, να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα και γνησίως φθίνουσα.

(Μονάδες 14)

β) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g του σχήματος 2, η οποία προκύπτει με κατακόρυφη μετατόπιση της f .

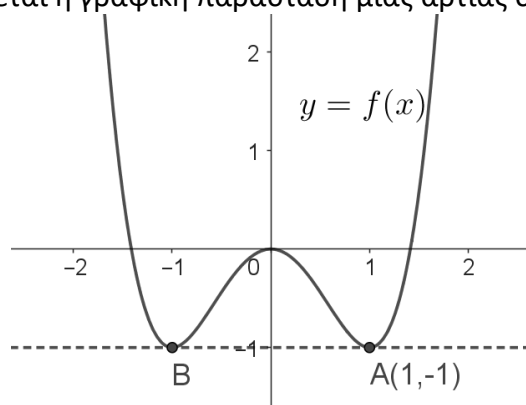
(Μονάδες 11)



Σχήμα 2

6. ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης f .



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου B .

(Μονάδες 12)

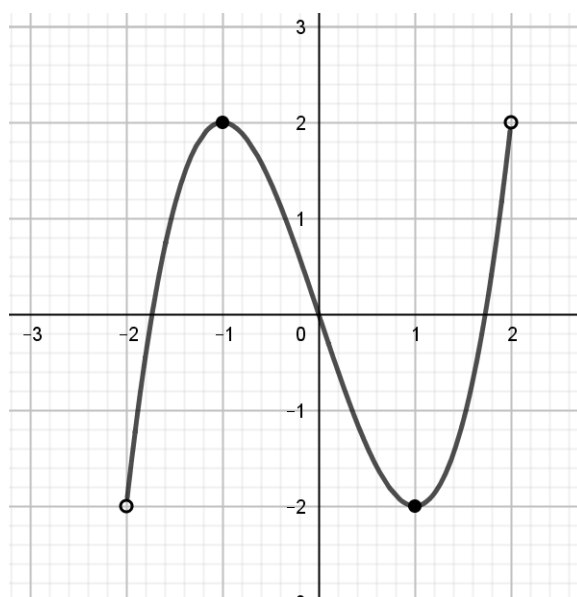
β) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι:

- i. γνησίως αύξουσα,
- ii. γνησίως φθίνουσα.

(Μονάδες 13)

7. ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(-2, 2)$.



α) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.

(Μονάδες 12)

8. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3 \cdot \eta\mu x$.

α) Να βρείτε την περίοδο T της f .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

(Μονάδες 10)

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο $[0, 2\pi]$.

(Μονάδες 10)

9. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot \eta\mu x$.

α) Να βρείτε την περίοδο T της f .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

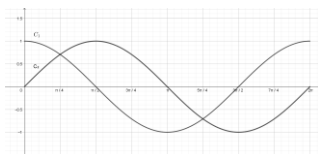
(Μονάδες 10)

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο $[0, 2\pi]$.

(Μονάδες 10)

10. ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων έχουμε σχεδιάσει δύο γραφικές παραστάσεις C_1 και C_2 στο διάστημα $[0, 2\pi]$.



α) Αν οι γραφικές παραστάσεις είναι των συναρτήσεων $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ και $g(x) = \eta\mu x$, ποια από τις C_1 , C_2 είναι η γραφική παράσταση της $f(x) = \sigma\upsilon\nu x$ και ποια της $g(x) = \eta\mu x$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

β) Με την βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής των C_1 , C_2 στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

(Μονάδες 15)

11. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\eta\mu x, x \in [0, 2\pi]$.

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x)$					

(Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της $f(x)$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

(Μονάδες 15)

12. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 4$.

α) Να εξετάσετε αν το $x - 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $P(x)$: $(x - 2)$.

(Μονάδες 13)

13. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = -2x^4 + 4x^2 + 2(x^4 - 1) + 2x \text{ και } Q(x) = 4x^2 + \alpha x - 2, \alpha \in \mathbb{R}.$$

α) Να δείξετε ότι $P(x) = 4x^2 + 2x - 2$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

14. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2(x-1)^{20} - 3(x-1)^{10} + 5x^2 - 3x - 2$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή $P(1)$.

(Μονάδες 13)

β) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$.

(Μονάδες 12)

15. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9 \text{ και } Q(x) = \alpha x^2 + 7, \alpha \in \mathbb{R}.$$

α) Να δείξετε ότι $P(x) = 4x^2 + 7$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

16. ΘΕΜΑ 2

α) Να αποδείξετε ότι: $2x^3 + x^2 - x = x(2x^2 + x - 1)$.

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση $2x^3 + x^2 - x = 0$.

(Μονάδες 15)

17. ΘΕΜΑ 2

Έστω $P(x)$ πολυώνυμο το οποίο έχει παράγοντα το $x-1$. Αν η διαίρεση $P(x):(x-1)$ δίνει ηλίκο $x^2 + 1$, τότε:

α) Να αιτιολογήσετε γιατί $P(x) = (x-1)(x^2 + 1)$

(Μονάδες 13)

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

(Μονάδες 12)

18. ΘΕΜΑ 2

α) Να αποδείξετε ότι $\log 1000 = 3$.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίστε την τιμή της παράστασης $\Sigma = 3 \cdot \log 5 + \log 72 - \log 9$.

(Μονάδες 15)

19. ΘΕΜΑ 2

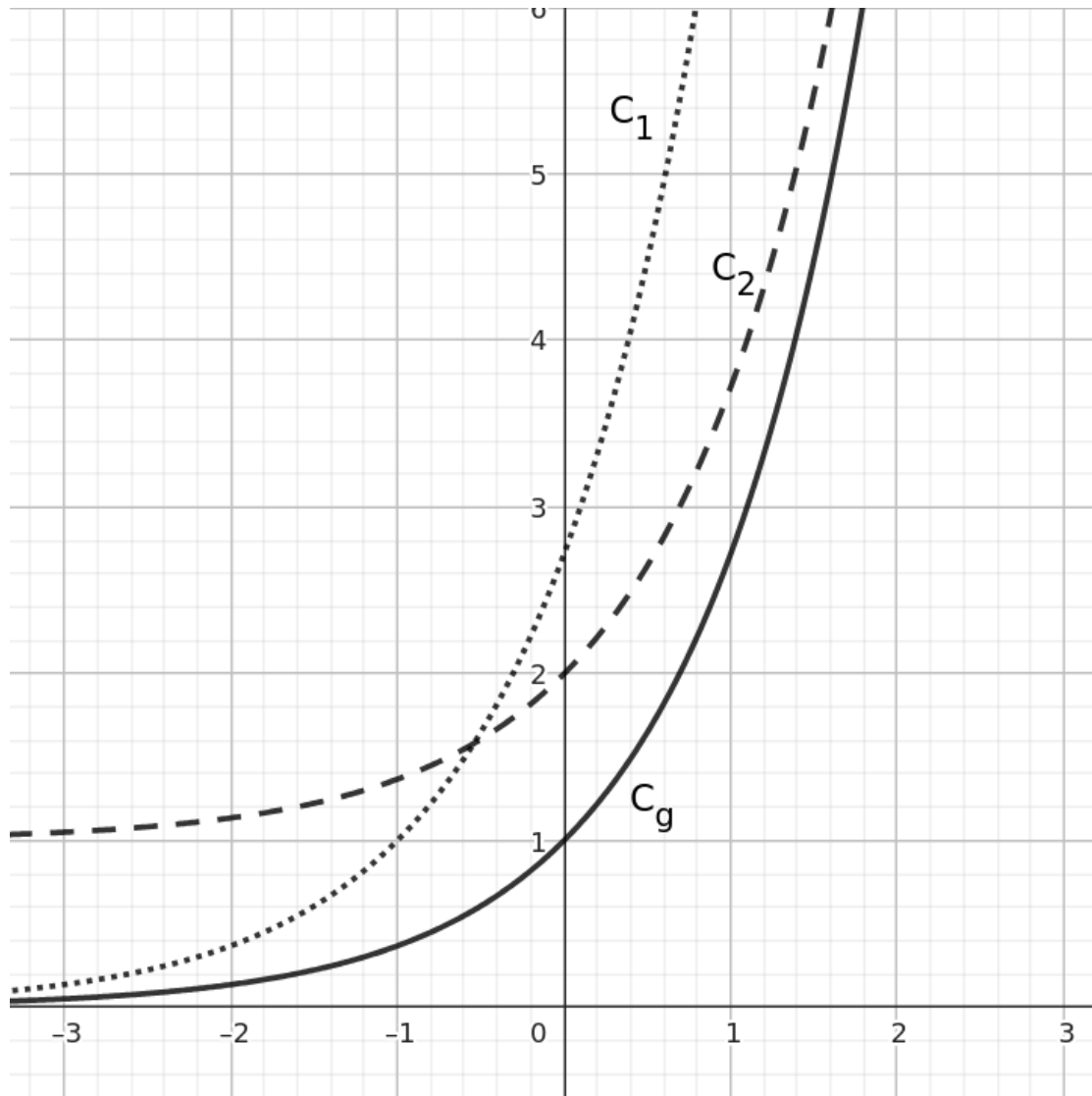
Δίνεται ότι η συνάρτηση $f(x) = e^{x+1}$.

α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς $f(-1), f(0)$.

(Μονάδες 12)

β) Αν η συνάρτηση $g(x) = e^x$ έχει γραφική παράσταση όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να επιλέξετε ποια από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2 αποτελεί τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

(Μονάδες 13)



20. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση $A = \ln e^2 - \ln \sqrt{e}$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{3}{2}$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή του $\ln\left(\frac{2}{3} \cdot A\right)$

(Μονάδες 12)

21. ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τον αριθμό $p = \log 4 + 2 \cdot \log 5$.

α) Να αποδείξετε $\log 4 = 2 \log 2$ και στη συνέχεια ότι $p = 2$.

(Μονάδες 15)

β) Να βρείτε τον θετικό αριθμό x ώστε $\ln x = p$.

(Μονάδες 10)

22. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \log 2$ και $\beta = \log 5$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 1$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $\ln(\alpha + \beta)$.

(Μονάδες 12)

23. ΘΕΜΑ 2

α) Να αποδείξετε ότι $\log 27 + \log 3 = \log 81$.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $\log 27 + \log 3 = 4 \log 3$.

(Μονάδες 13)

24. ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση $A = \log 4 + 2 \log 5$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = 2$.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή του $\log \frac{A}{2}$

(Μονάδες 12)