

ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (θέμα Α)

A. Να αποδείξετε ότι: $|α \cdot β| = |α| \cdot |β|$ με $α, β \in R$.

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

i. Ισχύει η σχέση: $(α-β)^2 = α^2 - β^2$.

ii. Για κάθε $α \in R$ ισχύει: $α^2 \geq 0$.

iii. Για κάθε $α \in R$ ισχύει: $|α|^2 = α^2$.

iv. Η εξίσωση $0 \cdot x = 0$ είναι αδύνατη.

v. Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, με $α \neq 0$, έχει μία διπλή ρίζα, όταν $Δ = 0$.

vi. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$, με $α \neq 0$, τότε: $S = x_1 + x_2 = \frac{β}{α}$.

vii. Αν x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $αx^2 + βx + γ$, με $α \neq 0$, τότε: $αx^2 + βx + γ = (x - x_1)(x - x_2)$.

viii. Αν $Δ$ η διακρίνουσα του τριωνύμου $αx^2 + βx + γ$, με $α \neq 0$, τότε αν $Δ > 0$ το τριώνυμο είναι ομόσημο του $α$ για τις τιμές του x που βρίσκονται εντός των ριζών του.

ix. Ο νιοστός όρος αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και διαφορά $ω$ είναι:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot ω.$$

x. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = αx + β$, με $α \neq 0$ και $β \neq 0$ είναι μία ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων $O(0, 0)$.

1

ΑΣΚΗΣΕΙΣ (θέμα Γ)**ΘΕΜΑ Γ1**

Θεωρούμε τους πραγματικούς αριθμούς x, y για τους οποίους ισχύουν οι ανισότητες:
 $2 < x < 3$ και $4 < y < 5$

α) Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή κάθε μιας από τις παρακάτω παραστάσεις:

i. $2x + 3$

Μονάδες 9

ii. $3y - 4$

Μονάδες 9

β) Να δείξετε ότι: $1 < 3x - y < 5$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ2

Δίνεται η παράσταση $A = |x - 2|$, όπου x πραγματικός αριθμός.

α) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A σε κάθε μια από τις τρεις επόμενες περιπτώσεις: i) $x = 3$ ii) $x = 2$ iii) $x = 1$.
 Μονάδες 9

β) Αν $x < 2$ να γράψετε την τιμή της παράστασης A χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.
 Μονάδες 7

γ) Να λύσετε τις εξισώσεις: i. $|x - 2| = 3$ ii. $|x - 2| = 0$ iii. $|x - 3| = -4$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ3

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x + 6 = 0$.

- α) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου $x^2 - 5x + 6$ είναι $\Delta = 1$. *Μονάδες 9*
 β) Πόσες ρίζες έχει η εξίσωση; *Μονάδες 7*
 γ) Να λύσετε την εξίσωση. *Μονάδες 9*

ΘΕΜΑ Γ4

Μια εξίσωση δευτέρου βαθμού έχει δυο ρίζες, τις $x_1 = 3$ και $x_2 = 2$.

- α) Να γράψετε το άθροισμα S των ριζών της εξίσωσης. *Μονάδες 8*
 β) Να γράψετε το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης. *Μονάδες 8*
 γ) Να γράψετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τις $x_1 = 3$ και $x_2 = 2$. *Μονάδες 9*

ΘΕΜΑ Γ5

Δίνονται οι ανισώσεις $|x| \leq 9$ (1) και $7x - 8 \geq -3(x - 4)$ (2).

- α) Να λυθεί η ανίσωση (1). *Μονάδες 9*
 β) Να λυθεί η ανίσωση (2). *Μονάδες 9*
 γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις. *Μονάδες 7*

ΘΕΜΑ Γ6

- α) Να βρείτε τις ρίζες του τριωνύμου $x^2 + x - 12$ (1). *Μονάδες 9*
 β) Αν οι ρίζες του τριωνύμου (1) είναι $x_1 = 3$ και $x_2 = -4$, να λύσετε την ανίσωση $x^2 + x - 12 < 0$ και να γράψετε τις λύσεις της σε μορφή διαστήματος. *Μονάδες 9*
 γ) Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς που είναι λύσεις της ανίσωσης του ερωτήματος (β). *Μονάδες 7*

ΘΕΜΑ Γ7

- α) Να λυθεί η εξίσωση: $|2x - 1| = 7$. *Μονάδες 9*
 β) Να λυθεί η ανίσωση: $x^2 - 5x + 6 < 0$. *Μονάδες 9*
 γ) Να εξετάσετε αν οι λύσεις της εξίσωσης (α) ανήκουν στις λύσεις της ανίσωσης (β). *Μονάδες 7*

ΘΕΜΑ Γ8

- α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 10x + 9 \geq 0$. *Μονάδες 9*
 β) Να γράψετε τις λύσεις της ανίσωσης (α) σε μορφή διαστήματος και να τις παραστήσετε (σχεδιάζοντας) στον άξονα των πραγματικών αριθμών. *Μονάδες 9*
 γ) Είναι ο αριθμός -1 λύση της ανίσωσης (Ι); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. *Μονάδες 7*

ΘΕΜΑ Γ9

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος : 1, 4, 7, 10 ...

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο a_1 και την διαφορά ω της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε τον δέκατο όρο a_{10} της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 9

γ) Να βρείτε το άθροισμα s_{10} των 10 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ10

Έστω η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$.

Μονάδες 7

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της $f(x)$.

Μονάδες 9

γ) Να βρείτε τις τιμές $f(-1), f(0), f(1)$.

Μονάδες 7