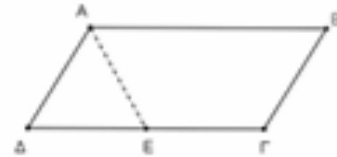


5.2 Παραλληλόγραμμο

1. ΘΕΜΑ_2_14580

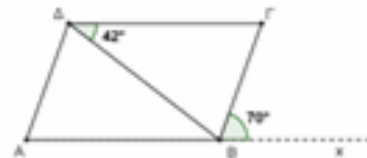
Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με $AD < AB$. Η διχοτόμος της γωνίας του $\hat{A}$ τέμνει την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε σημείο E .



- α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες $B\hat{A}E$ και $A\hat{E}\Delta$ είναι ίσες και στη συνέχεια να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.
β) Αν είναι $AB = 2AD$, να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = 2\Delta E$.

2. ΘΕΜΑ_2_14516

Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο και Bx η προέκταση της πλευράς του AB προς το B .



- α) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένη την ακόλουθη πρόταση: «Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος παράλληλες μεταξύ τους είναι οι πλευρές όπως και οι πλευρές, απέναντι δε γωνίες είναι οι και οι».
β) Λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου και τις γωνίες που σημειώνονται πάνω στο σχήμα, να υπολογίσετε με τη σειρά που ζητούνται:
i. το μέτρο της γωνίας $\hat{A}$.
ii. το μέτρο της γωνίας $\hat{\Gamma}$.
iii. το μέτρο της γωνίας $\Delta\hat{B}A$.
Σε κάθε περίπτωση να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

3. ΘΕΜΑ_2_14515

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{A} = 70^\circ$, $AB = 5$ και $B\Gamma = 3AB$.



- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{B} = 110^\circ$.
β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\Gamma}$, $\hat{\Delta}$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.

4. ΘΕΜΑ_2_14504

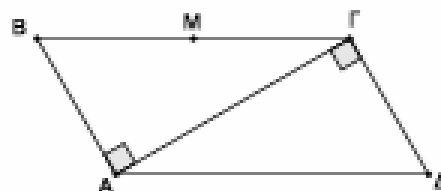
Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο και Bx προέκταση της πλευράς του AB προς το B .



- α) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένη την ακόλουθη πρόταση: Στο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος παράλληλες είναι οι πλευρές και απέναντι γωνίες είναι οι
- β) Αξιοποιώντας τα δεδομένα του σχήματος να δείξετε ότι $\hat{\omega} = 60^\circ$.
- γ) Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών $\hat{A}$, $\hat{\Delta}$ και $\hat{\Gamma}$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$. Να τεκμηριώσετε με επιχειρήματα την απάντησή σας.

5. ΘΕΜΑ_2_14503

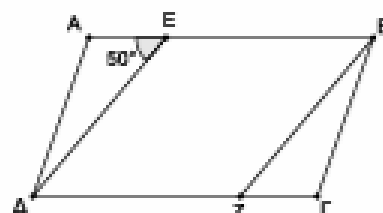
Τα δύο ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Gamma\Delta$ του σχήματος έχουν κοινή πλευρά την $A\Gamma$ και $AB = \Gamma\Delta$.



- α) Να αιτιολογήσετε γιατί οι AB και $\Gamma\Delta$ είναι παράλληλες.
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο) Αν M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και $A\Delta = 8$, να βρείτε το μήκος του BM .

6. ΘΕΜΑ_2_14501

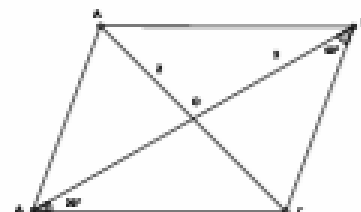
Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία E , Z των πλευρών AB , $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, ώστε $BE = \Delta Z$ και $\hat{A\acute{E}\Delta} = 50^\circ$.



- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $BZ\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο.
- β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B\acute{E}\Delta}$ και $\hat{B\acute{Z}\Delta}$.

7. ΘΕΜΑ_2_20946

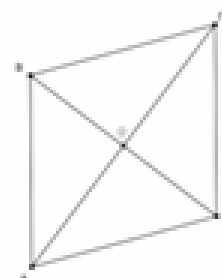
Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος ισχύουν $AB = \Gamma\Delta$ και $AB \parallel \Gamma\Delta$. Παίρνοντας υπόψη και τα υπόλοιπα δεδομένα όπως αυτά φαίνονται στο σχήμα, να υπολογίσετε:



- α) Τα μήκη των τμημάτων $O\Gamma$, $O\Delta$, όπου O είναι το σημείο τομής των $A\Gamma$, $B\Delta$.
- β) Τα μέτρα των γωνιών A , B , Γ , Δ του τετραπλεύρου.

8. ΘΕΜΑ_2_19833

Το τετράπλευρο του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με παράλληλες πλευρές τις AB , $\Delta\Gamma$ και $A\Delta$, $B\Gamma$, το σημείο O είναι το κέντρο του, και $A\Delta = \Delta\Gamma = 5$. Να απαντήσετε στα ερωτήματα που ακολουθούν, αιτιολογώντας την απάντησή σας.



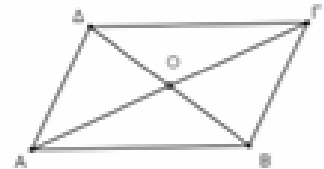
- α) Να βρείτε το είδος του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ και να υπολογίσετε την περίμετρό του.

β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\widehat{A\hat{O}A}$.

γ) Αν είναι $OA = 3$ και $AF = 8$, να βρείτε τα μήκη των τμημάτων AB και OF .

9. ΘΕΜΑ_2_19832

Το τετράπλευρο του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με παράλληλες πλευρές τις AB , $ΔΓ$ και $ΑΔ$, $ΒΓ$ και διαγωνίους $ΑΓ$ και $ΔΒ$, οι οποίες τέμνονται σε σημείο O . Αν επιπλέον είναι $ΑΓ = 5$, $OA = 2,1$ και $AB = 4,2$, να απαντήσετε στις ερωτήσεις που ακολουθούν, αιτιολογώντας την απάντησή σας.



α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $ΔΓ$.

β) Να βρείτε:

- i. το μήκος της διαγωνίου $ΔΒ$,
- ii. το μήκος του τμήματος OF .

10. ΘΕΜΑ_2_19824

Στο σχήμα, το τετράπλευρο $ΑΒΓΕ$ είναι παραλληλόγραμμο με $ΒΓ = 5$ και $ΑΒ = 8$. Στην προέκταση της $ΓΕ$ προς το E θεωρούμε σημείο $Δ$ τέτοιου ώστε $ΑΕ = ΕΔ$ και $\widehat{ΑΕΔ} = 60^\circ$.



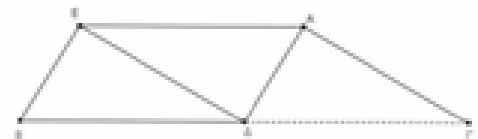
α) Να δείξετε ότι:

- i. $AE = 5$ και $ΕΓ = 8$
- ii. $ΔΕ = ΑΔ = 5$

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο Π του τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$.

11. ΘΕΜΑ_2_19819

Στο σχήμα, το τετράπλευρο $ΒΕΑΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. Η παράλληλη από το A προς την $ΕΔ$ (δηλαδή η $ΑΓ$), τέμνει την προέκταση της $ΒΔ$ προς το $Δ$ σε σημείο $Γ$.



α) Να εξηγήσετε γιατί το τμήμα $ΕΑ$ είναι παράλληλο στο τμήμα $ΔΓ$.

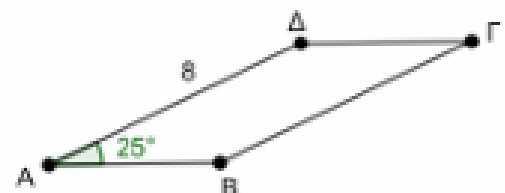
β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΔΕΑΓ$ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Αν $\widehat{ΑΓΔ} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{ΑΕΔ}$.

12. ΘΕΜΑ_2_18199

Στο παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ είναι $\widehat{Α} = 25^\circ$ και $ΑΔ = 8$. Να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της γωνίας $\widehat{Γ}$ του παραλληλογράμμου $ΑΒΓΔ$.



- β) Το μήκος της πλευράς ΒΓ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
- γ) Τα μέτρα των υπόλοιπων γωνιών του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

13. ΘΕΜΑ_4_14554

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AD < AB$, τη διχοτόμο της γωνίας του $\hat{A}$ η οποία τέμνει την πλευρά του ΔΓ σε σημείο Ε και τους ισχυρισμούς:

Ισχυρισμός 1: «Το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία Α, Δ και Ε είναι ισοσκελές».

Ισχυρισμός 2: «Το τμήμα ΔΕ είναι ίσο με την πλευρά ΒΓ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ».

- α) Να χαρακτηρίσετε κάθε έναν από τους παραπάνω ισχυρισμούς ως αληθή ή ψευδή, αιτιολογώντας την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.
- β) Ποιο θα είναι το μέτρο των γωνιών του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ ώστε το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία Α, Δ και Ε να είναι ισόπλευρο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.