§2.2 Σχήμα Horner

Διαίρεση με σχήμα Horner → για να γίνει η διαίρεση διαιρούμε το $P(x)$ με πολυώνυμα της μορφής $x-p$ → πρωτοβάθμια

πχ 1ο

$$(x^3-2x^2+7x+3):(x-1)$$

$x-p$

1	-2 +	7 +	3 +	1=p
↓	1	-1	6	
1 ·p	-1 ·p	6 ·p	$\boxed{9}$	

συντελεστές του πηλίκου με βαθμό 1 λιγότερο από αρχικό πολυώνυμο

↓ υπόλοιπο της διαίρεσης

$(x-p)$

ΤΔ: $\Delta(x)=\delta(x)\,\pi(x)+\upsilon(x)$

$$x^3-2x^2+7x+3=(x^2-x+6)\cdot(x-1)+9$$

πχ 2ο

$$(x^4-2x^3+x-8):(x+2)$$

συντελεστής του x^2

1	-2 ⊕	0 ⊕	1 ⊕	-8	p=-2
↓	-2	8	-16	30	
1	-4	8	-15	$\boxed{22}$	

υπόλοιπο

συντελεστές του $\pi(x)$ με δύναμη x κατά 1 μικρότερη από δύναμη 4

tip → αν $\underbrace{\text{λείπει δύναμη}}_{}$ του x στον συντελεστή βάζω 0

πίσω από τον μέγιστο βαθμό

$x+2$ → στην μορφή $x-p$

$x-\boxed{(-2)}$

$x-\boxed{p}$

$$\pi(x)=x^3-4x^2+8x-15$$

$$\upsilon(x)=22$$

ΤΔ : $\Delta(x) = \delta(x)\cdot\pi(x) + \upsilon(x)$

$$x^4-2x^3+x-8 = (x+2)\cdot(x^3-4x^2+8x-15)+22$$

πχ 3ο να γίνει η διαίρεση $(x^3-3x+2):(x+2)$

το φέρνω στην μορφή $x-\rho$

$x-(-2)$

$x-\rho$

συντελεστής του x^2

1	0	−3	2	ρ=−2
↓	−2	4	−2	
1	−2	1	$\boxed{0}$	

συντελεστές του π(x)

υπόλοιπο

άρα $\pi(x) = x^2-2x+1$

$x-\rho$

Τ.Δ: $\Delta(x) = \delta(x)\cdot\pi(x)+\upsilon(x)$

$$x^3-3x+2 = (x+2)\cdot(x^2-2x+1)$$

$$x^3-3x+2 = (x+2)\cdot(x-1)^2$$

εφόσον υπόλοιπο = 0 το σχήμα Horner μας βοηθάει να παραγοντοποιήσω το πολυώνυμο

H/W 4/σελ 139/σχολικό

Θεώρημα I Διαίρεση πολυωνύμου με $x-\rho$

Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$ Δηλαδή $\upsilon=P(\rho)$

πχ $P(x)=x^3+3x^2-13x-15$

υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x-2)$ → ρ

προφανώς μπορώ να κάνω Horner ή

χρηση του θεωρηματος

$$υ = P(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 13 \cdot 2 - 15 = 8 + 12 - 26 - 15 = 20 - 41 = -21$$

για να το βρω πάω στο $P(x)$
ή βάζω όπου x το 2

(πχ) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 13x - 15$, υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x+1)$

$x+1 \to x-p$
$x-(-1) \rightsquigarrow$ άρα $p=-1$

$$υ = P(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 - 13(-1) - 15$$
$$= -1 + 3 + 13 - 15 = -16 + 16 = 0$$

Αφού $P(-1)=0$ → τότε -1 ρίζα του $P(x)$

Θεώρημα II $x-p$ παράγοντας του $P(x)$

Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-p$ αν και μόνο αν το p είναι ρίζα του πολυωνύμου. Δηλαδή αν και μόνο αν $P(p)=0$

το $x+1$ είναι παράγοντας του $P(x)$

4+5 → σελ 139 / HW new τεύχος