

ΘΕΜΑ 1

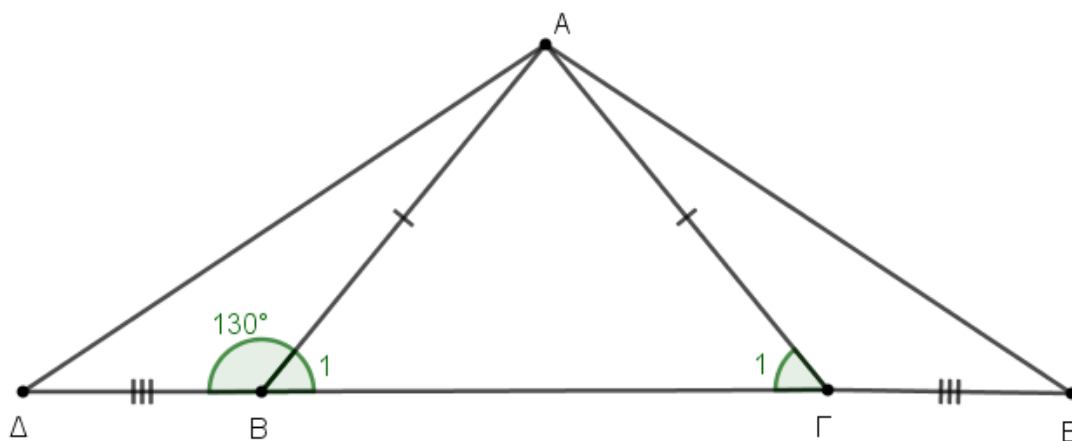
Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) προεκτείνουμε την $B\Gamma$ προς το μέρος του B και προς το μέρος του Γ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE αντίστοιχα.

α) Αν $\widehat{B}_{\text{εξωτ}} = 130^\circ$, τότε:

i. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 9)

ii. Να αποδείξετε ότι $AD = AE$. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις των σημείων B και Γ από τις AD και AE αντίστοιχα, είναι ίσες. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

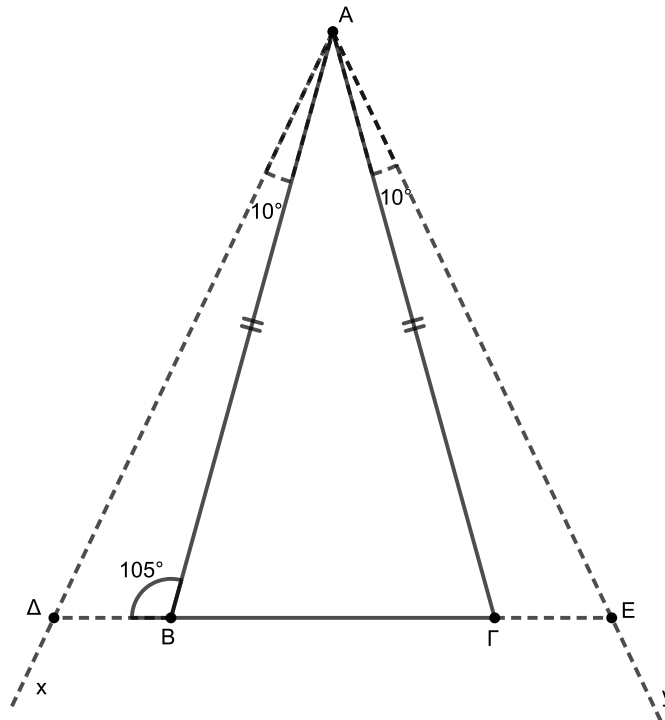
Έστω το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με $\widehat{B}_{\text{εξ}} = 105^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{B}$ και $\widehat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 10)

β) Φέρουμε τις ημιευθείες $A\chi$ και $B\gamma$ τέτοιες ώστε $\chi\widehat{A}B = \gamma\widehat{A}\Gamma = 10^\circ$, οι οποίες τέμνουν τις προεκτάσεις της $B\Gamma$, προς το B και προς το Γ , στα σημεία Δ και E αντίστοιχα, όπως στο σχήμα.

i. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{A\Delta B}$ και $\widehat{AE\Gamma}$. (Μονάδες 9)

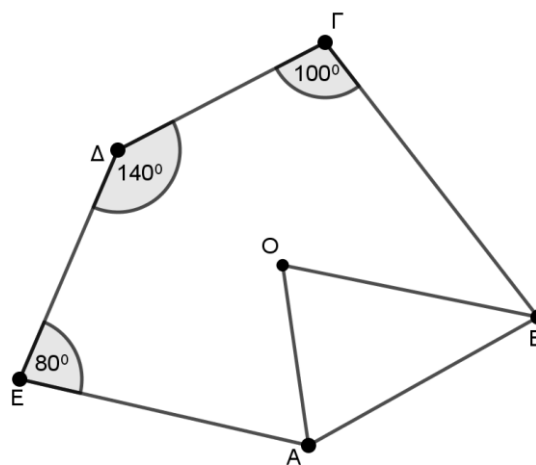
ii. Δικαιολογήστε γιατί το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 3

Στο κυρτό πολύγωνο ΑΒΓΔΕ, οι διχοτόμοι των γωνιών του Α και Β τέμνονται στο Ο. Αν η γωνία του Γ ισούται με 100° , η γωνία του Δ ισούται με 140° και η γωνία του Ε ισούται με 80° τότε, να υπολογίσετε:

- σε μοίρες, το μέτρο του αθροίσματος $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} + \hat{\Delta} + \hat{E}$. (Μονάδες 9)
- σε μοίρες, το μέτρο του αθροίσματος $\hat{A} + \hat{B}$. (Μονάδες 9)
- σε μοίρες, το μέτρο της γωνίας ΑΟΒ. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

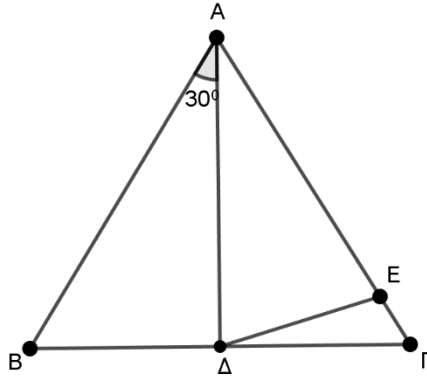
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και η διάμεσός του AD τέτοια, ώστε $\widehat{B\hat{A}D} = 30^\circ$.

Θεωρούμε σημείο E στην $A\Gamma$ τέτοιο, ώστε $AD = AE$.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta A\Gamma$. (Μονάδες 9)

β) Να αιτιολογήσετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $E\Delta\Gamma$. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 5

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $A\Delta B$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος της γωνίας του $A\hat{\Delta}B$ η οποία τέμνει την AB σε σημείο E . Στην προέκταση της $A\Delta$ (προς το Δ) θεωρούμε σημείο Γ τέτοιο ώστε $\Delta\Gamma = \Delta B$.

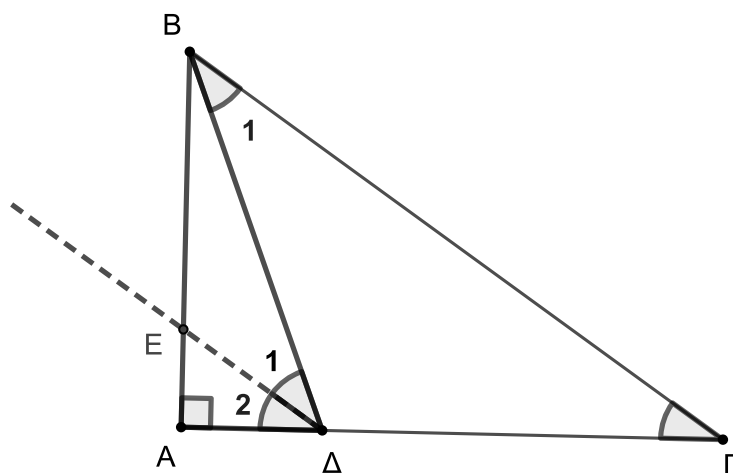
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\widehat{B}_1 = \widehat{\Gamma}$. (Μονάδες 5)

ii. $\widehat{\Delta}_1 = \widehat{\Gamma}$. (Μονάδες 7)

iii. Η διχοτόμος της γωνίας $A\hat{\Delta}B$ είναι παράλληλη στο τμήμα $B\Gamma$. (Μονάδες 6)

β) Αν $\widehat{A\hat{\Delta}B} = 70^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 6

Θεωρούμε τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 οι οποίες τέμνονται από τις ευθείες ϵ_3 και ϵ_4 στα σημεία A, B και Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ.

(Μονάδες 9)

β) Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου ABΓ ως προς τις πλευρές του και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ) i. Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{\Gamma\hat{A}\Delta}$.

ii. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι «η AG είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Delta}$ ».

Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

