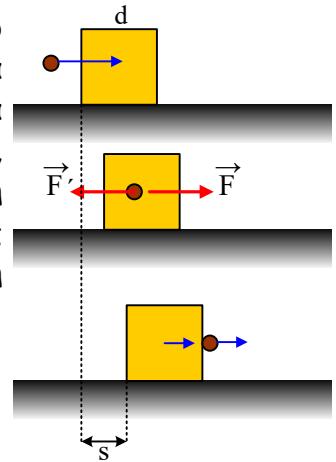


Κεντρική Ανελαστική κρούση και η δύναμη αλληλεπίδρασης

Κύβος μάζας $M=5\text{Kg}$ και ακμής $d=29,7\text{cm}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m=M/50$ το οποίο κινείται οριζόντια συναντά τον κύβο με ταχύτητα $u_1=300\text{ m/s}$. Το βλήμα διαπερνά τον κύβο κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τα κέντρα των δύο απέναντι εδρών του, χωρίς να προκληθεί μετρήσιμη μεταβολή μάζας του κύβου. Το βλήμα τη στιγμή που βγαίνει από τον κύβο έχει ταχύτητα $u_1/3$. Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ κύβου-βλήματος θεωρούνται σταθερές σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο, η οποία δεν είναι αμελητέα.



Να υπολογίσετε:

α. Το κλάσμα της απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση ως προς την αρχική ενέργεια του βλήματος.

1η Εκδοχή

β. Το μέτρο της δύναμης αλληλεπίδρασης μεταξύ κύβου-βλήματος.

γ. Το διάστημα που διανύει ο κύβος στο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να βγει το βλήμα από αυτόν.

δ. Το χρονικό διάστημα κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο.

2η Εκδοχή

β. Το διάστημα που διανύει ο κύβος στο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να βγει το βλήμα από αυτόν.

γ. Το χρονικό διάστημα κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο.

δ. Το μέτρο της δύναμης αλληλεπίδρασης μεταξύ κύβου-βλήματος.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης F, F' μεταξύ κύβου- βλήματος είναι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος κύβος-βλήμα. Επειδή το δάπεδο είναι λείο δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ κύβου-δαπέδου και το σύστημα είναι μονωμένο. Οπότε διατηρείται η ορμή του σε όλη τη διάρκεια της κρούσης. Υπολογίζουμε την ταχύτητα του κύβου μόλις το βλήμα βγει από αυτόν:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \Leftrightarrow m u_1 = m \frac{u_1}{3} + M u_2 \Leftrightarrow u_2 = \frac{2m u_1}{3M} \Leftrightarrow u_2 = 4 \frac{m}{s} \quad (1)$$

α. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι ίση με:

$$|\Delta E| = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετα)} = \frac{1}{2} m u_1^2 - \left(\frac{1}{2} m \frac{u_1^2}{9} + \frac{1}{2} M u_2^2 \right) \Rightarrow |\Delta E| = \frac{4}{9} m u_1^2 - \frac{1}{2} M u_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = 4 \times 10^3 \text{ J} - 40 \text{ J} = 3960 \text{ J}$$

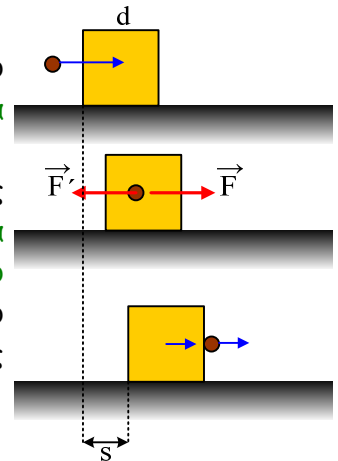
$$\text{Άρα: } \frac{|\Delta E|}{K_{ολ(πριν)}} = \frac{|\Delta E|}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{3960}{4500} \Rightarrow \frac{|\Delta E|}{K_{ολ(πριν)}} = 0,88$$

1η Εκδοχή

β. Έστω s είναι το διάστημα που διανύει ο κύβος στο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να βγει το βλήμα από αυτόν. Προφανώς το βλήμα διανύει διάστημα $s+d$ στο σύστημα αναφοράς του ακίνητου παρατηρητή.

Κατά τη διάρκεια της κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο, το έργο της δύναμης F' που δέχεται το βλήμα, $W_F = -F'(s+d)$, εκφράζει απώλεια ενέργειας για το βλήμα, η οποία κατά ένα μέρος μεταφέρεται στον κύβο μέσω του έργου της δύναμης F , $W_F = Fs$, που δέχεται ο κύβος και το υπόλοιπο, Fd , εκφράζει την απώλεια μηχανικής ενέργειας αφού $F=F'$ ως δράση-αντίδραση:

$$|\Delta E| = F \cdot d \Rightarrow F = \frac{|\Delta E|}{d} \Rightarrow F = \frac{4}{3} \times 10^4 \text{ N}$$



γ. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ στο σύστημα αναφοράς ακίνητου παρατηρητή στην επιφάνεια του δαπέδου,

$$\text{για τον κύβο: } \Delta K = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}Mv_2^2 = Fs \Rightarrow s = \frac{Mv_2^2}{2F} \Rightarrow s = 3 \times 10^{-3} \text{ m} = 3 \text{ mm}$$

δ. Από τη γενικευμένη μορφή του 2ου Νόμου Newton για τον κύβο έχουμε:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{Mv_2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{Mv_2}{F} \Rightarrow \Delta t = 1,5 \times 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 1,5 \text{ ms}$$

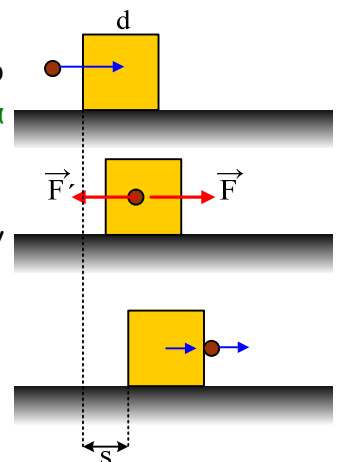
2η Εκδοχή

β. Έστω s είναι το διάστημα που διανύει ο κύβος στο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να βγει το βλήμα από αυτόν. Προφανώς το βλήμα διανύει διάστημα $s+d$ στο σύστημα αναφοράς του ακίνητου παρατηρητή.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ στο σύστημα αναφοράς ακίνητου παρατηρητή στην επιφάνεια του δαπέδου, για τον κύβο και το βλήμα χωριστά:

$$\Delta K = W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2}Mv_2^2 = Fs \Leftrightarrow Fs = 40 \text{ J} \quad (2)$$

$$\Delta K = W_{F'} \Rightarrow \frac{1}{2}m\frac{v_1^2}{9} - \frac{1}{2}mv_1^2 = -F'(s+d) \Rightarrow \frac{4}{9}mv_1^2 = F(s+d) \Rightarrow F(s+d) = 4000 \text{ J} \quad (3)$$



αφού $F=F'$ ως δράση-αντίδραση.

Διαιρώντας τις (2) , (3) κατά μέλη έχουμε:

$$\frac{s}{s+d} = \frac{40}{4000} \Rightarrow \frac{s}{s+d} = \frac{1}{100} \Rightarrow 100s = s+d \Rightarrow s = \frac{d}{99} \Rightarrow s = 0,3cm = 3 \times 10^{-3}m \quad (4)$$

γ. Από τη γενικευμένη μορφή του 2ου Νόμου Newton για τον κύβο έχουμε:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{Mv_2}{\Delta t} \Rightarrow F \Delta t = M \cdot v_2 \Rightarrow F \Delta t = 20Kg \frac{m}{s} \quad (5)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (2), (5) έχουμε:

$$\frac{s}{\Delta t} = 2 \Rightarrow \Delta t = \frac{s}{2} \Rightarrow \Delta t = 1,5 \times 10^{-3}s = 1,5ms \quad (6)$$

$$\delta. (5) \Rightarrow F = \frac{20}{1,5 \times 10^{-3}} N \Rightarrow F = \frac{4}{3} \times 10^4 N$$

Θοδωρής Παπασγουρίδης
 parasgou@gmail.com