# Μερικά διαγράμματα στην στροφορμή

1) Ένα σώμα, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο κινείται κυκλικά, διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο, σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου νήματος, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο Ο. Κάποια στιγμή t=0 και ενώ το σώμα έχει ταχύτητα υο, δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης σταθερού μέτρου F, η οποία μπορεί να έχει μια από τις κατευθύνσεις που φαίνονται στο σχήμα, όπου η F1 διατηρείται εφαπτόμενη, με την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα υ0, η F2 έχει πάντα αντίθετη κατεύθυνση, η F3 έχει πάντα την διεύθυνση της ακτίνας και τέλος η F4 σχηματίζει κάθε στιγμή μια σταθερή γωνία θ, με την διεύθυνση της F3, όπως στο σχήμα.

i) Να αντιστοιχίσετε τις παραπάνω δυνάμεις με ένα από τα παρακάτω διαγράμματα τη στροφορμής του σώματος, ως προς κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το κέντρο Ο του κύκλου, σε συνάρτηση με το χρόνο, δικαιολογώντας τις επιλογές σας. Οι μονάδες στο S.Ι.



ii) Πόση είναι η γωνία θ μεταξύ της διεύθυνσης της F3 και της διεύθυνσης της F4;

2) Ένα υλικό που μπορεί να εκτελεί κυκλική κίνηση, διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δέχεται μια δύναμη η ροπή της οποίας, ως προς το κέντρο του κύκλου μεταβάλλεται όπως το διάγραμμα 1 ή το διάγραμμα 2. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα για την στροφορμή του υλικού σημείου ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του κύκλου, είναι σωστό για κάθε περίπτωση;



**Διαγράμματα στην στροφορμή**

Σε ένα αρχικά ακίνητο δίσκο, ασκείται εφαπτομενικά μια μεταβλητή δύναμη, η ροπή της οποίας ως προς τον άξονα περιστροφής z, δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα.



i) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την στροφορμή του δίσκου, ως προς τον άξονα z, σε συνάρτηση με το χρόνο;



ii) Αν τη χρονική στιγμή t1=4s ο δίσκος έχει στροφορμή μέτρου 5 kgm2/s, τότε την στιγμή t2=8s θα έχει στροφορμή, μέτρου:

α) 5 kgm2/s, β) 10 kgm2/s, γ) 15 kgm2/s, δ) 20 kgm2/s.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**Διατήρηση Στροφορμής σε κρούση.**



Ομογενής και αβαρής ράβδος ΑΓ με μήκος l=1m

μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο  
άξονα που είναι κάθετος σε αυτή και διέρχεται από το μέσον της Ο. Στα δύο άκρα της ράβδου έχουμε στερεώσει δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=0,2kg το καθένα. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας m=0,2kg αμελητέων διαστάσεων, κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου υ0= 10m/s και ενσωματώνεται ακαριαία στο σφαιρίδιο στο άκρο Α της ράβδου. Να υπολογίσετε:  
i) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.  
ii) Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που χάθηκε κατά την κρούση.  
iii) Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.  
iv) Το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου στο άκρο Γ της ράβδου, τη στιγμή που αυτή γίνεται  
κατακόρυφη.

**Τα δύο χελωνάκια (14 ομάδα Β)**

Στην ήρεμη επιφάνεια μιας λίμνης επιπλέει ένας αβαρής δίσκος ακτίνας R=1m.  
Ο δίσκος, εξ αιτίας ενός ανεμοστρόβιλου που προηγήθηκε, περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του με κυκλική συχνότητα ω0=6rad/s.  
Πάνω στον δίσκο και στα άκρα μιας διαμέτρου του κάθονται, "γαντζωμένα", δυο χελωνάκια μάζας m=0,2kg το κάθε ένα, τα οποία κάποια χρονική στιγμή ξεκινούν προς συνάντησή τους με ταχύτητες ίσου μέτρου. Αν γνωρίζουμε ότι τα χελωνάκια ζαλίζονται και αποκοιμούνται όταν η κυκλική συχνότητα με την οποία περιστρέφονται γίνει ω=9rad/s:

Α. Να δικαιολογηθεί γιατί:

i) η κυκλική συχνότητα μεγαλώνει καθώς πλησιάζουν τα χελωνάκια

ii) τα χελωνάκια θα αποκοιμηθούν.

Β. Να βρεθούν:

iii) η απόσταση από το κέντρο του δίσκου στην οποία θα βρεθεί κάθε χελωνάκι τη στιγμή που θα αποκοιμηθεί

iv) η ενέργεια που δαπάνησε το κάθε ένα κατά τη μετακίνησή του.

Οι τριβές που συναντά ο δίσκος κατά την κίνησή του στο νερό θεωρούνται ασήμαντες.  
Τα χελωνάκια θεωρούνται υλικά σημεία.

**Μεταβάλλοντας την ακτίνα της τροχιάς (44 ομάδα Δ)**

Ένα σφαιρίδιο μάζας m=0,3kg βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς νήματος μήκους l=1m. Το νήμα αφού περάσει από μια τρύπα Ο, στην επιφάνεια του τραπεζιού στο άλλο του άκρο Α, όπου (ΟΑ)=0,4m, μπορούμε να ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη F. Κάποια στιγμή προσδίδουμε στο σφαιρίδιο μια αρχική οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ1=2m/s, με διεύθυνση κάθετη στο νήμα, ενώ ταυτόχρονα ασκούμε στο άκρο  
Α του νήματος, κατακόρυφη δύναμη μέτρου F1=3N.



i) Να υπολογισθεί η αρχική επιτάχυνση την οποία θα αποκτήσει το σφαιρίδιο.

ii) Τι πρόκειται να κάνει το άκρο Α του νήματος:

α) Θα παραμείνει ακίνητο,

β) θα κινηθεί προς τα πάνω,

γ) θα κινηθεί προς τα κάτω.

iii) Αυξάνοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, κατεβάζουμε το άκρο Α του νήματος κατά h=0,3m, διατηρώντας το σταθερό στην τελική θέση, ασκώντας του δύναμη μέτρου F2.  
α) Να υπολογιστεί η τελική ταχύτητα υ2 του σφαιριδίου.

β) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F2

γ) Πόσο είναι το έργο της δύναμης κατά την διάρκεια της μετακίνησης του άκρου Α του νήματος;  
Δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ νήματος (κατά το πέρασμά του από την τρύπα) και της επιφάνειας τους τραπεζιού.

**Δύο αστροναύτες (45 ομάδα Δ)**

Δύο αστροναύτες A και Β, ο καθένας μάζας Μ=60kg, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές τεντωμένο σχοινί μήκους ℓ=10m και αμελητέας μάζας. Οι αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα, μακριά από άλλα ουράνια σώματα, και περιστρέφονται γύρω από το μέσο Ο του σχοινιού με ταχύτητες του ίδιου μέτρου υ=2m/s, όπως φαίνεται στο σχήμα.



i) Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του συστήματος ως προς το σημείο Ο, θεωρώντας τους αστροναύτες ως υλικά σημεία.

ii) Οι αστροναύτες αρχίζουν και τραβούν σχοινί προς το μέρος τους και ελαττώνουν τη μεταξύ τους. Να εξηγήσετε γιατί οι αστροναύτες θα συνεχίσουν να στρέφονται γύρω από το κέντρο Ο.

iii) Αν το σχοινί κόβεται, όταν η τάση του ξεπερνάει την τιμή Τmax=750Ν, ποια είναι η ελάχιστη απόσταση Lmin των αστροναυτών, ώστε το σχοινί να μην κοπεί;

iv) Να γίνει το διάγραμμα της στροφορμής και της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση R από το κέντρο Ο. Να θεωρηθεί ότι η μετακίνηση των αστροναυτών γίνεται πολύ αργά ώστε να αποκαθίσταται σχεδόν αμέσως κυκλική τροχιά.

**Ψίχουλο πάνω σε δίσκο(22 ομάδα Γ)**

Ομογενής δίσκος μάζας Μ και ακτίνας R είναι αρχικά ακίνητος. Πάνω στο δίσκο και σε απόσταση r από το κέντρο του βρίσκεται ένα ψίχουλο μάζας m αμελητέων διαστάσεων. Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στην περιφέρεια του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου F, η οποία εφάπτεται συνεχώς στο δίσκο.



Αν η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι αγων=2m/s2

α. να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του ψίχουλου τη στιγμή t=2s.

β. να εξηγήσετε γιατί η στατική τριβή που ασκείται στο ψίχουλο δεν διέρχεται από το κέντρο Ο του δίσκου

γ. να υπολογίσετε τη στατική τριβή που δέχεται το ψίχουλο σε συνάρτηση με το χρόνο

δ. αν ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ δίσκου και ψίχουλου είναι μορ, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t1, κατά την οποία το ψίχουλο ολισθαίνει. Δίνονται Μ, R, m, r, F, μορ

**Αβαρής ράβδος**

Αβαρής ράβδος μήκους L, μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή. Στο άλλο άκρο Γ και στο μέσο της ράβδου είναι στερεωμένες δύο σφαίρες μάζας M αμελητέων διαστάσεων. Η ράβδος είναι αρχικά ακίνητη.



Κάποια στιγμή την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί. Τη στιγμή αυτή να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

# Ένα σύστημα δύο σφαιρών σε κίνηση

Από ένα σταθερό σημείο Ο, κρέμονται με νήματα μήκους l=0,45m, δύο μικρές σφαίρες Α και Β με μάζες m και 2m, αντίστοιχα. Φέρνουμε τις σφαίρες στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα, όπου τα δυο νήματα είναι οριζόντια και σε μια στιγμή τις αφήνουμε ταυτόχρονα να κινηθούν.

i) Αφού αποδείξετε ότι η επιτρόχια επιτάχυνση της σφαίρας Β, όταν το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, είναι ανεξάρτητη της μάζας της, να εξηγήσετε σε ποια θέση πρόκειται να συγκρουστούν οι δυο σφαίρες.

ii) Για την χρονική στιγμή που η σφαίρα Β πέφτει και το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση όπου ημθ=4/9, να βρεθούν η στροφορμή κάθε σφαίρας και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, ως προς οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το σημείο Ο.

iii) Αν οι δυο σφαίρες μετά από λίγο συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, να υπολογιστούν ως προς τον άξονα στο Ο:

α) Η ολική στροφορμή του συστήματος ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση.

β) Η μεταβολή της στροφορμής της σφαίρας Α ως προς το Ο, η οποία οφείλεται στην κρούση.

Δίνεται g=10m/s2, m=0,1kg ενώ οι δυο σφαίρες έχουν ίσες ακτίνες, αμελητέες σε σχέση με το

μήκος του νήματος.