***ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ: Στοιχεία θεωρίας***

**Κύμα** ονομάζεται ο **μηχανισμός διάδοσης μιας διαταραχής** με ορισμένη ταχύτητα, η οποία ονομάζεται **ταχύτητα διάδοσης** του κύματος. Ο όρος διαταραχή μπορεί να εκφράζει την απομάκρυνση των σημείων ενός ελαστικού μέσου από τη θέση ισορροπίας (ΘΙ) τους, τη μεταβολή της πίεσης του αέρα, τη διακύμανση της έντασης ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού πεδίου.

*Κατά τη διάδοση του κύματος* ***μεταφέρεται ενέργεια και ορμή,*** *χωρίς να μεταφέρεται ύλη.*

Τα κύματα διακρίνονται σε: (i) **μηχανικά** ή ελαστικά (ii) **ηλεκτρομαγνητικά** (Η/Μ)

Τα μηχανικά για να διαδοθούν χρειάζεται να υπάρχει ελαστικό μέσο, ενώ τα Η/Μ διαδίδονται και στο κενό με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του φωτός co=3x108 m/s

Τα **μηχανικά** κύματα διακρίνονται σε:

1. **Γραμμικά**, τα οποία διαδίδονται σε μία μόνο διεύθυνση (κύμα κατά μήκος ελαστικής χορδής)
2. **Επιφανειακά**, τα οποία διαδίδονται σε δύο διαστάσεις (κύματα στην επιφάνεια υγρού)
3. **Κύματα χώρου,** τα οποία διαδίδονται σε τρεις διαστάσεις (ηχητικά)

Για τη δημιουργία μηχανικού κύματος, απαιτείται η πηγή του κύματος, δηλαδή η αιτία που προκαλεί τη διαταραχή και το ελαστικό μέσο στο οποίο θα διαδοθεί. Στα **αρμονικά κύματα** όλα τα σημεία του μέσου εκτελούν **αρμονική ταλάντωση**, με συχνότητα ίση με τη συχνότητα της αρμονικής ταλάντωσης της πηγής.

Κατά τη διάδοση του κύματος, μεταφέρεται ενέργεια από σημείο σε σημείο του μέσου, χωρίς να μεταφέρεται ύλη. Τα μόρια του μέσου παραμένουν στη θέση τους, εκτελώντας αρμονική ταλάντωση γύρω από τη ΘΙ τους.

**Εγκάρσια** ονομάζονται τα κύματα όπου τα μόρια του μέσου **ταλαντώνονται κάθετα** στη **διεύθυνση διάδοσης** του κύματος. Το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου κύματος αποτελείται από «όρη» και «κοιλάδες», τα οποία απομακρύνονται από την πηγή του κύματος. Για να διαδοθεί εγκάρσιο κύμα πρέπει το μέσο στο οποίο διαδίδεται να εμφανίζει **ελαστικότητας σχήματος** . Εγκάρσια κύματα διαδίδονται μόνο στα **στερεά** και κατά προσέγγιση στην επιφάνεια των υγρών.

 

**Διαμήκη** ονομάζονται τα κύματα όπου τα σημεία του μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Το στιγμιότυπο ενός διαμήκους κύματος αποτελείται από «πυκνώματα» και «αραιώματα» τα οποία απομακρύνονται από την πηγή. Για να διαδοθεί διάμηκες κύμα, πρέπει το μέσο να εμφανίζει ελαστικότητα όγκου. Άρα τα διαμήκη κύματα διαδίδονται και στα στερεά κα στα υγρά και στα αέρια. Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη, που δημιουργούνται με μεταβολή της πίεσης του αερίου στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

**Συχνότητα** (f) κύματος ονομάζεται η συχνότητα της αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί η πηγή, άρα και όλα τα σημεία του μέσου διάδοσης.

Η συχνότητα έχει ορισμένη τιμή και δεν εξαρτάται από τη φύση του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα, δηλαδή δεν μεταβάλλεται όταν το κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης. Η συχνότητα εκφράζει τον αριθμό των κορυφών ή των πυκνωμάτων που φθάνουν σε ορισμένο σημείο του μέσου, στη μονάδα του χρόνου.

**Περίοδος** (Τ) του κύματος ονομάζεται η περίοδος της αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί η πηγή, άρα και όλα τα σημεία του μέσου διάδοσης. Δεν εξαρτάται από τη φύση του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα, δηλαδή δεν μεταβάλλεται όταν το κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης.

**Ταχύτητα διάδοσης:**  όπου Δχ η μετατόπιση της διαταραχής στο χρονικό διάστημα Δt

Εξαρτάται:

α) από τη **φύση του μέσου** στο οποίο διαδίδεται το κύμα (π.χ στα στερεά ο ήχος διαδίδεται πιο γρήγορα από τα αέρια)

β) από το **είδος του κύματος** (π.χ στα στερεά τα διαμήκη διαδίδονται πιο γρήγορα από τα εγκάρσια)

Η ταχύτητα διάδοσης δεν εξαρτάται από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή (π.χ την ένταση του ήχου)

Δεν πρέπει να συγχέεται η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, η οποία για ορισμένο μέσο είναι σταθερή, με την ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του μέσου, η οποία για ορισμένο σημείο του μέσου είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

**Μήκος κύματος** (λ) ονομάζεται η απόσταση στην οποία διαδίδεται η διαταραχή σε χρονικό διάστημα μίας περιόδου:  ή ονομάζεται η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων του μέσου, που είναι σε συμφωνία φάσης, δηλαδή κάθε στιγμή έχουν ίδια απομάκρυνση και κινούνται προς την ίδια φορά με την ίδια ταχύτητα.

***ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ*** 



Στο **ίδιο μέσο**, κύματα διαφορετικής συχνότητας  διαδίδονται με την **ίδια ταχύτητα**.

Όταν το κύμα **αλλάζει μέσο** διάδοσης, η συχνότητα παραμένει σταθερή,  επειδή όμως μεταβάλλεται η ταχύτητα διάδοσης  , μεταβάλλεται και το μήκος κύματος 

***Εξίσωση αρμονικού τρέχοντος κύματος***

i) Θεωρούμε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα χ’χ. Κατά μήκος του μέσου διαδίδεται κατά τη θετική φορά με ταχύτητα υ, εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους Α και συχνότητας f. Τη χρονική στιγμή t=0, η μορφή του μέσου είναι η ακόλουθη:

Το σημείο αναφοράς στη θέση χ=0, αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση: y=Aημ(ωt)

Προφανώς η πηγή του κύματος δε βρίσκεται στη θέση χ=0. Δε γνωρίζουμε σε ποια θέση βρίσκεται, αλλά αυτό δεν έχει καμία σημασία για να γράψουμε την εξίσωση του κύματος y=f(x,t), τη συνάρτηση δηλαδή που θα μας δίνει την εγκάρσια απομάκρυνση y, τυχαίου σημείου στη θέση χ τη χρονική στιγμή t.

Κάθε σημείο του μέσου εκτελεί αρμονική ταλάντωση με ίδιο πλάτος Α, ίδια συχνότητα f και ίδια αρχική φάση με το «σημείο αναφοράς», που στη συγκεκριμένη περίπτωση βρίσκεται στη θέση χ=0. Αυτό που διαφέρει από σημείο σε σημείο είναι ο χρόνος ταλάντωσης. Εφόσον θεωρούμε ως αρχή του χρόνου t=0 τη στιγμή που το κύμα φθάνει στο σημείο χ=0, ένα τυχαίο σημείο στη θέση χ>0 θα αρχίζει να ταλαντώνεται με καθυστέρηση Δt=x/υ, ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα, όπως ακριβώς και το σημείο στη θέση χ=0.

Έτσι η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου στη θέση χ έχει τη μορφή:

y=Αημω(t-x/υ)=Aημ2π(t/T-x/λ) (1)

Στην εξίσωση αυτή το σύμβολο χ εκφράζει την τετμημένη θέσης του σημείου της χορδής. Αν το σημείο βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα Οχ , τότε χ>0, ενώ αν βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα Οχ΄, τότε χ<0.

Η πιο πάνω σχέση (1) εκφράζει την εγκάρσια απομάκρυνση y εφόσον το σημείο στη θέση χ, έχει αρχίσει να ταλαντώνεται, δηλαδή η φάση της ταλάντωσής του έχει τιμή:



Με δεδομένο ό,τι το κάθε σημείο του μέσου έχει τη δικιά του εξίσωση ταλάντωσης και τη δικιά του χρονική συνάρτηση φάσης, **με τα δικά τους πεδία ορισμού,** η εξίσωση του παραπάνω κύματος έχει τη μορφή:

 όπου 

ii) Θεωρούμε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα χ’χ. Κατά μήκος του μέσου διαδίδεται κατά την αρνητική φορά με ταχύτητα υ, εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους Α και συχνότητας f. Τη χρονική στιγμή t=0, η μορφή του μέσου είναι η ακόλουθη:

Το σημείο αναφοράς στη θέση χ=0, αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση: y=Aημ(ωt)

Προφανώς και στην περίπτωση αυτή, η πηγή του κύματος δε βρίσκεται στη θέση χ=0.

Εφόσον θεωρούμε ως αρχή του χρόνου t=0 τη στιγμή που το κύμα φθάνει στο σημείο χ=0, ένα τυχαίο σημείο στη θέση χ>0 θα έχει ξεκινήσει να ταλαντώνεται νωρίτερα από το σημείο στη θέση χ=0 κατά Δt=x/υ, ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα, όπως ακριβώς και το σημείο στη θέση χ=0.

Έτσι η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου στη θέση χ έχει τη μορφή:

y=Αημω(t+x/υ)=Aημ2π(t/T+x/λ) (2)

Στην εξίσωση αυτή το σύμβολο χ εκφράζει την τετμημένη θέσης του σημείου της χορδής.

Η πιο πάνω σχέση (2) εκφράζει την εγκάρσια απομάκρυνση y εφόσον το σημείο στη θέση χ, έχει αρχίσει να ταλαντώνεται, δηλαδή η φάση της ταλάντωσής του έχει τιμή:



Με δεδομένο ό,τι το κάθε σημείο του μέσου έχει τη δικιά του εξίσωση ταλάντωσης και τη δικιά του χρονική συνάρτηση φάσης, **με τα δικά τους πεδία ορισμού,** η εξίσωση του παραπάνω κύματος έχει τη μορφή:

 όπου 

Αν όμως θεωρούσαμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου t=0, τη στιγμή που το κύμα φθάνει σε σημείο του μέσου στη θέση , τότε ακολουθώντας την ίδια συλλογιστική θα είχαμε:

iii) Θεωρούμε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα χ’χ. Κατά μήκος του μέσου διαδίδεται κατά τη θετική φορά με ταχύτητα υ, εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους Α και συχνότητας f. Τη χρονική στιγμή t=0, η μορφή του μέσου είναι η ακόλουθη:

Το σημείο αναφοράς στη θέση χ=χ1, αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση: y=Aημ(ωt)

Προφανώς και στην περίπτωση αυτή, η πηγή του κύματος δε βρίσκεται στη θέση χ=0.

Εφόσον θεωρούμε ως αρχή του χρόνου t=0 τη στιγμή που το κύμα φθάνει στο σημείο χ=χ1, ένα τυχαίο σημείο στη θέση χ>χ1 θα αρχίζει να ταλαντώνεται με καθυστέρηση Δt=(x-χ1)/υ, ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα, όπως ακριβώς και το σημείο στη θέση χ=χ1 .

Έτσι η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου στη θέση χ έχει τη μορφή:

 (3)

Στην εξίσωση αυτή το σύμβολο χ εκφράζει την τετμημένη θέσης του σημείου της χορδής.

Η πιο πάνω σχέση (3) εκφράζει την εγκάρσια απομάκρυνση y εφόσον το σημείο στη θέση χ>χ1, έχει αρχίσει να ταλαντώνεται, δηλαδή η φάση της ταλάντωσής του έχει τιμή:



Με δεδομένο ό,τι το κάθε σημείο του μέσου έχει τη δικιά του εξίσωση ταλάντωσης και τη δικιά του χρονική συνάρτηση φάσης, **με τα δικά τους πεδία ορισμού,** η εξίσωση του παραπάνω κύματος έχει τη μορφή:

 όπου 

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφεί και στη μορφή: 

iv) Θεωρούμε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα χ’χ. Κατά μήκος του μέσου διαδίδεται κατά την αρνητική φορά με ταχύτητα υ, εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους Α και συχνότητας f. Τη χρονική στιγμή t=0, η μορφή του μέσου είναι η ακόλουθη:

Το σημείο αναφοράς στη θέση χ=χ1, αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση: y=Aημ(ωt)

Προφανώς και στην περίπτωση αυτή, η πηγή του κύματος δε βρίσκεται στη θέση χ=0.

Εφόσον θεωρούμε ως αρχή του χρόνου t=0 τη στιγμή που το κύμα φθάνει στο σημείο χ=χ1, ένα τυχαίο σημείο στη θέση χ>χ1 θα έχει ξεκινήσει να ταλαντώνεται νωρίτερα από το σημείο στη θέση χ=χ1 κατά Δt=(χ-χ1)/υ, ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα, όπως ακριβώς και το σημείο στη θέση χ=χ1 .

Έτσι η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου στη θέση χ έχει τη μορφή:

 (4)

Στην εξίσωση αυτή το σύμβολο χ εκφράζει την τετμημένη θέσης του σημείου της χορδής.

Η πιο πάνω σχέση (4) εκφράζει την εγκάρσια απομάκρυνση y εφόσον το σημείο στη θέση χ<χ1, έχει αρχίσει να ταλαντώνεται, δηλαδή η φάση της ταλάντωσής του έχει τιμή:



Με δεδομένο ό,τι το κάθε σημείο του μέσου έχει τη δικιά του εξίσωση ταλάντωσης και τη δικιά του χρονική συνάρτηση φάσης, **με τα δικά τους πεδία ορισμού,** η εξίσωση του παραπάνω κύματος έχει τη μορφή:

 όπου 

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφεί και στη μορφή: 

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα συχνότητας f=2Hz και πλάτους Α=0,1m διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου x’x με ταχύτητα υ=20m/s. Να γραφούν οι εξισώσεις που περιγράφουν τα αρμονικά κύματα, τα οποία τη χρονική στιγμή **t=0,** έδωσαν τα παρακάτω στιγμιότυπα:

