

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΡΕΥΣΤΩΝ

1. Ένα δοχείο κυλινδρικού σχήματος αμελητέας μάζας με εμβαδό βάσης $A=100\text{cm}^2$ περιέχει νερό μέχρι ύψους $H=0,5\text{m}$. Η ελεύθερη επιφάνεια του δοχείου είναι σε επαφή με την ατμόσφαιρα. Από την κάτω πλευρά του δοχείου που εφάπτεται με το δάπεδο επιτρέπεται να μπαίνει ατμοσφαιρικός αέρας.

i) Υπολογίστε την πίεση στον πυθμένα του δοχείου και την δύναμη που δέχεται από το ρευστό.

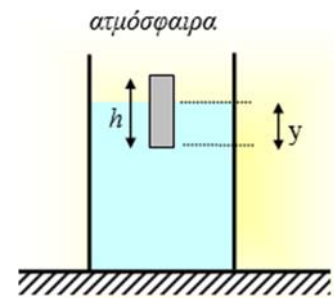
ii) Βρείτε τη δύναμη επαφής που δέχεται ο πυθμένας από το δάπεδο.

Στη συνέχεια βυθίζουμε έναν κύλινδρο μάζας $m_k=0,3\text{kg}$ πυκνότητας $\rho_{\text{κυλ}}=750\text{kg/m}^3$ και εμβαδού βάσης $A_k=20\text{cm}^2$ στο νερό, και αυτός επιπλέει βυθισμένος κατά y .

iii) Υπολογίστε το ύψος h του κυλίνδρου και το ύψος y που βυθίζεται στο νερό.

iv) Βρείτε πόσο ανυψώνεται η στάθμη του νερού λόγω της βύθισης του κυλίνδρου.

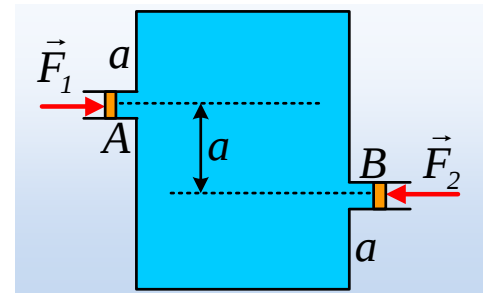
v) Υπολογίστε την νέα τιμή της πίεσης στον πυθμένα του δοχείου και βρείτε πόσο μεταβάλλεται η δύναμη που δέχεται από το ρευστό.



Σχήμα 2

Δίνονται $p_{\text{atm}}=10^5\text{Pa}$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=10^3\text{kg/m}^3$ και το μέτρο της $g=10\text{m/s}^2$.

2. Στο επόμενο σχήμα, βλέπετε μια κατακόρυφη τομή ενός κυλινδρικού δοχείου ύψους $h=3a=3\text{m}$ το οποίο είναι γεμάτο νερό, στο οποίο υπάρχουν δύο αβαρή έμβολα A και B, τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές, σε ισορροπία. Τα εμβαδά των εμβόλων είναι $A=4\text{cm}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{Pa}$ και $g=10\text{m/s}^2$.



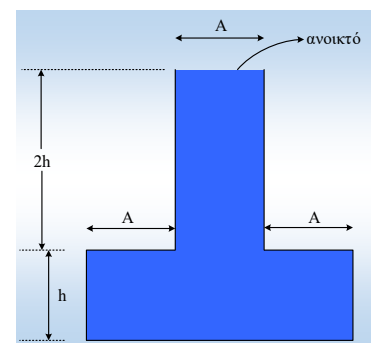
i) Αν $F_1=20\text{N}$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_2 .

ii) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που το νερό ασκεί στην πάνω και κάτω βάση του κυλίνδρου, εμβαδού $A_1=2\text{m}^2$

3. Το δοχείο του πιο πάνω σχήματος είναι αβαρές, γεμάτο με νερό και βρίσκεται πάνω σε ακίνητη ζυγαριά, η οποία με τη σειρά της βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Το δοχείο είναι γεμάτο με νερό, πυκνότητας $\rho=10^3\text{Kg/m}^3$. Μεταξύ του πυθμένα του δοχείου και της ζυγαριάς υπάρχει αέρας, με αποτέλεσμα το δοχείο να μην κολλά στη ζυγαριά σα βεντούζα.

Το εμβαδό διατομής του ανοίγματος του δοχείου στην ατμόσφαιρα, είναι $A=100\text{cm}^2$, το εμβαδό του πυθμένα είναι $A'=3A$, ενώ δίνονται $h=0,2\text{m}$,

$g=10\text{m/s}^2$, $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$. Να βρείτε:

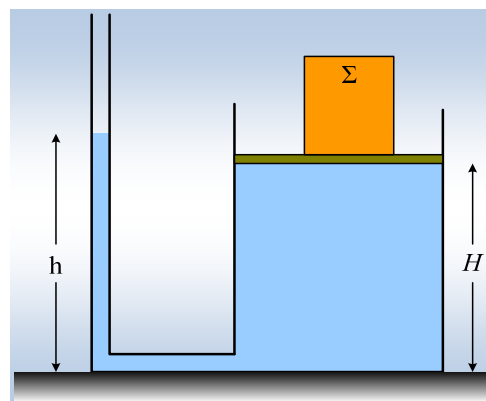


α) Το βάρος του νερού που περιέχεται στο δοχείο β) Τη δύναμη που ασκεί το νερό στον πυθμένα του δοχείου

γ) Τη δύναμη που ασκεί η ατμόσφαιρα κατακόρυφα προς τα πάνω στον πυθμένα του δοχείου

δ) Την ένδειξη της ζυγαριάς

4. Το δεξιό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος κλείνεται με έμβολο, εμβαδού $A=0,6\text{m}^2$ και αμελητέου βάρους και περιέχει νερό μέχρι ύψος $H=50\text{cm}$. Το δοχείο συνδέεται με λεπτό κατακόρυφο σωλήνα, όπως στο σχήμα, στον οποίο το νερό φτάνει μέχρι ύψος h .



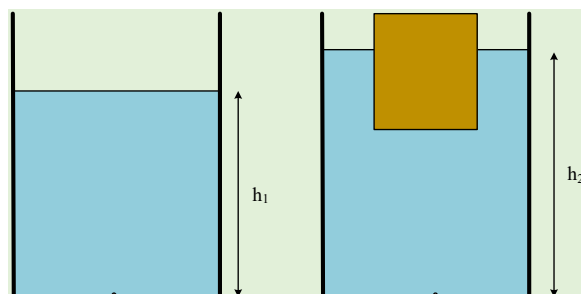
i) Για το ύψος h του νερού (χωρίς το σώμα Σ στο έμβολο) στον λεπτό σωλήνα, ισχύει: α) $h < H$, β) $h=H$, γ) $h > H$.

ii) Τοποθετούμε πάνω στο έμβολο ένα σώμα Σ , βάρους $w=600\text{N}$. Για να μην μετακινηθεί το έμβολο, προτείνεται να προσθέσουμε νερό στον σωλήνα. Να υπολογισθεί το νέο ύψος της στήλης h_1 στο σωλήνα, ώστε να μην μετακινηθεί το έμβολο, παραμένοντας σε ύψος H .

iii) Να υπολογιστεί το βάρος του νερού που προσθέσαμε στο σωλήνα, για να εξισορροπήσει την τοποθέτηση του σώματος Σ , πάνω στο έμβολο, αν ο σωλήνας έχει διατομή με εμβαδόν $S=4\text{cm}^2$.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

5. Σε ανοικτό δοχείο με εμβαδόν βάσης A περιέχεται νερό μέχρι ύψος h_1 . Βάζουμε μέσα στο δοχείο έναν κύλινδρο, βάρους W και εμβαδού βάσης S , με τον άξονά του κατακόρυφο. Ο κύλινδρος ισορροπεί και η στάθμη του νερού ανεβαίνει σε ύψος h_2 .



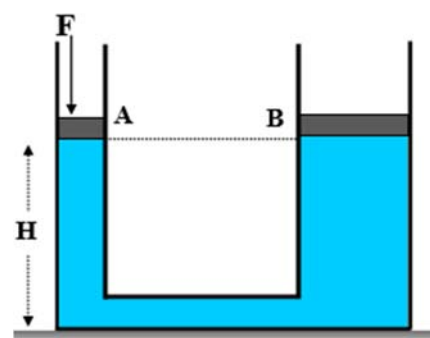
Η πίεση στη βάση του δοχείου υπολογίζεται από τη σχέση:

i) $p = p_{atm} + \rho g h_1$ ii) $p = p_{atm} + \rho g h_2$

iii) $p = p_{atm} + \rho g h_1 + \frac{W}{S}$ iv) $p = p_{atm} + \rho g h_1 + \frac{W}{A}$

p_{atm} η ατμοσφαιρική πίεση και ρ η πυκνότητα του υγρού. Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;

6. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται ένας υδραυλικός ανυψωτήρας που περιέχει νερό. Ο υδραυλικός ανυψωτήρας φέρει δύο έμβολα Α και Β κυλινδρικού σχήματος με διατομές, $A_1=10\text{cm}^2$ και $A_2=40\text{cm}^2$ και μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=10\text{kg}$ αντίστοιχα. Τα έμβολα ισορροπούν στο ίδιο ύψος H με τη βοήθεια δύναμης F που ασκείται στο έμβολο Α.



i. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης F .

Κατόπιν αρχίζουμε να **κατεβάζουμε** το έμβολο Α **μεταβάλλοντας** τη δύναμη F με τέτοιο τρόπο ώστε τα έμβολα να **κινούνται πολύ αργά** σχεδόν με μηδενική ταχύτητα ώστε σε **κάθε** θέση να **θεωρείται ότι ισορροπούν**. Αν το έμβολο Α κατεβαίνει κατά $y_1=40\text{cm}$ από την αρχική του θέση τότε:

ii. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης F σε συνάρτηση της μετακίνησης y_1 του εμβόλου Α.

iii. Να βρείτε το έργο της δύναμης F και το έργο της δύναμης της ατμόσφαιρας στα δύο έμβολα.

iv. Να βρείτε το συνολικό έργο των **δυνάμεων** που ασκούν τα **έμβολα** στη **μάζα** του νερού, (έργο περιβάλλοντος) και να το συσχετίσετε με τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειάς του.

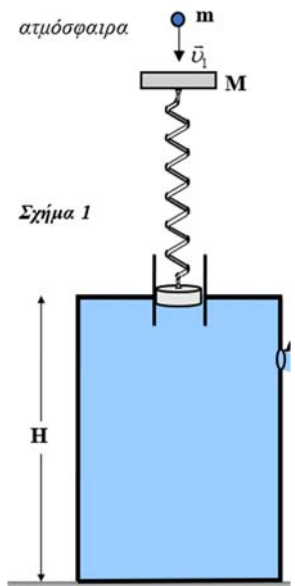
Δίνεται η πίεση της ατμόσφαιρας $p_{atm}=10^5 \text{ Pa}$, η πυκνότητα του νερού $\rho_v=10^3 \text{ kg/m}^3$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $|\vec{g}|=10 \text{ m/s}^2$.

7. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα κλειστό δοχείο μεγάλης διατομής που κλείνεται αεροστεγώς με αβαρές έμβολο διατομής $A_1=10/3 \text{ cm}^2$. Μέσα στο δοχείο υπάρχει νερό πυκνότητας $\rho_v=1000 \text{ kg/m}^3$ που θεωρείται ιδανικό ρευστό. Πάνω στο έμβολο είναι προσαρτημένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=100 \text{ N/m}$, στο πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένος δίσκος μάζας $M=1 \text{ Kg}$ που ισορροπεί ακίνητος. Μια σφαίρα μάζας $m=0,5 \text{ kg}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τον δίσκο έχοντας πριν την σύγκρουση ταχύτητα μέτρου $u_1=4,5 \text{ m/s}$. Αμέσως μετά την σύγκρουση ο δίσκος εκτελεί Α.Α.Τ. με σταθερά $D=k$, ενώ η σφαίρα απομακρύνεται.

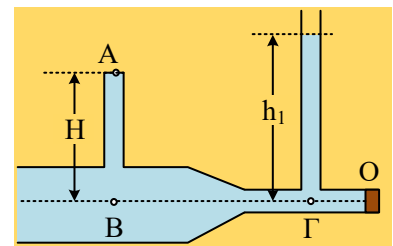
Θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω, να δείξετε πως η πίεση ακριβώς κάτω από το έμβολο μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση:

$$p = 1,3 \times 10^5 + 0,9 \times 10^5 \eta \mu 10 t (SI)$$

Δίνονται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{atm}=10^5 \text{ Pa}$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.



8. α) Στο σχήμα βλέπουμε ένα τμήμα δικτύου, το δεξιό άκρο O του οποίου κλείνεται με τάπα. Στον κεντρικό σωλήνα έχουν προσαρμοσθεί δύο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες, ο πρώτος κλειστός γεμάτος νερό, με ύψος $H=0,6 \text{ m}$ (από τον άξονα του σωλήνα), ενώ ο δεύτερος ανοικτός, όπου το νερό ανεβαίνει σε ύψος $h_1=0,8 \text{ m}$ (από τον άξονα του οριζώντιου σωλήνα).

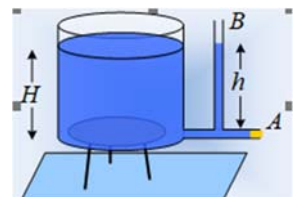


i) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί το νερό στην τάπα.

ii) Να βρεθεί η πίεση στο σημείο A, στο πάνω μέρος του κλειστού σωλήνα.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό $\rho=1.000 \text{ kg/m}^3$ και η $g=10 \text{ m/s}^2$.

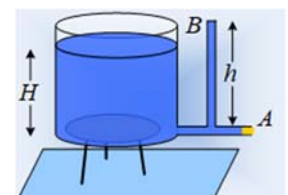
β) Ένα μεγάλο κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό σε βάθος H , ενώ κοντά στον πυθμένα του είναι συνδεδεμένος οριζόντιος σωλήνας A. Στον σωλήνα αυτό έχει συνδεθεί δεύτερος κατακόρυφος σωλήνας B. Το νερό το θεωρούμε ιδανικό ρευστό. Ο σωλήνας A φράσσεται με τάπα, ενώ ο B είναι **ανοικτός**.



Για το ύψος του νερού στο σωλήνα B ισχύει: α) $h < H$, β) $h = H$, γ) $h > H$

γ) Ένα μεγάλο κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό σε βάθος H , ενώ κοντά στον πυθμένα του είναι συνδεδεμένος οριζόντιος σωλήνας A. Στον σωλήνα αυτό έχει συνδεθεί δεύτερος κατακόρυφος σωλήνας B. Ο σωλήνας A φράσσεται με τάπα,

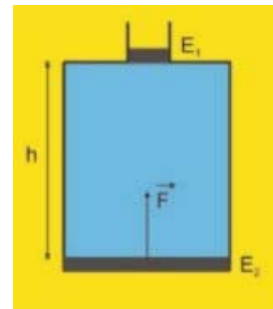
ενώ ο B είναι **κλειστός** και **γεμάτος** με νερό μέχρι ύψος h , όπου $h > H$.



Για την τιμή της πίεσης στο **κάτω** μέρος του σωλήνα B, σημείο K ισχύει:

$$\alpha) p_K = \rho g h, \quad \beta) p_K = \rho g H, \quad \gamma) p_K = p_{atm} + \rho g h, \quad \delta) p_K = p_{atm} + \rho g H$$

9. Στο σχήμα βλέπουμε ένα δοχείο αμελητέου βάρους, το οποίο περιέχει ποσότητα υγρού βάρους B και ύψους h και συγκρατείται ακίνητο. Το δοχείο κλείνεται με δύο έμβολα E_1 και E_2 με βάρη B_1 και B_2 και εμβαδά διατομής A_1 και A_2 αντίστοιχα. Προκειμένου το σύστημα να ισορροπεί, ασκούμε στο έμβολο E_2 κατακόρυφη δύναμη F . Αν οι τριβές μεταξύ εμβόλων και τοιχωμάτων του δοχείου είναι ασήμαντες, τότε:

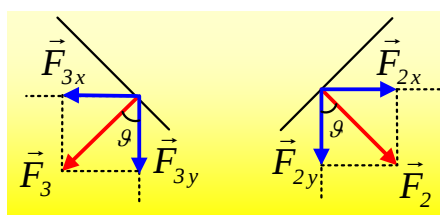
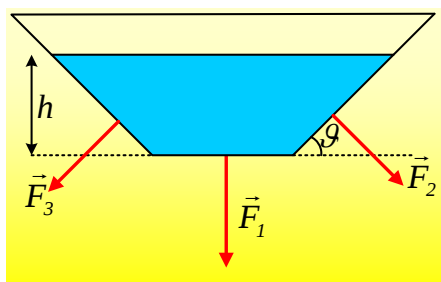
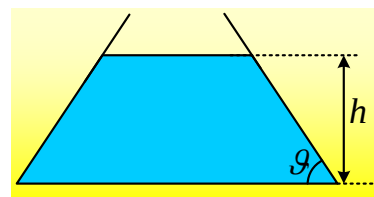
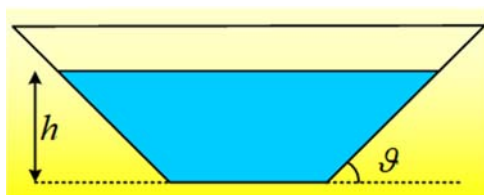
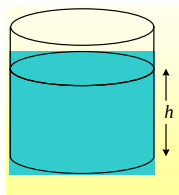


- α. $F < B_1 + B_2 + B$ β. $F = B_1 + B_2 + B$ γ. $F > B_1 + B_2 + B$

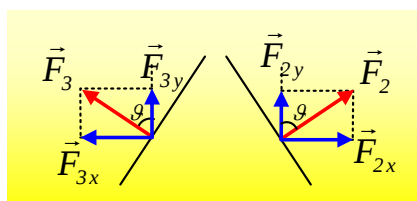
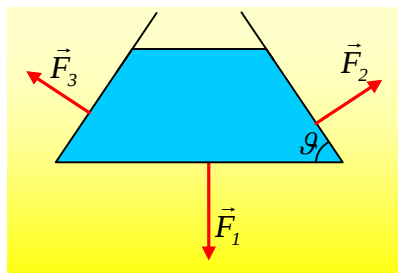
10. Τα επόμενα δοχεία περιέχουν υγρό **πυκνότητας ρ** μέχρι **ύψους h** ενώ είναι ανοικτά από την πάνω πλευρά τους. Θεωρούμε ότι τα δοχεία βρίσκονται **εντός** πεδίου βαρύτητας g αλλά ότι **δεν** υπάρχει ατμόσφαιρα.

Σε ποιο από τα τέσσερα δοχεία:

- α. Η πίεση στον πυθμένα είναι μεγαλύτερη;
β. Ασκείται στον **πυθμένα** δύναμη **ίση** με το βάρος του υγρού που περιέχεται στο δοχείο;
γ. Ασκείται στον **πυθμένα** δύναμη **μικρότερη** από το βάρος του υγρού που περιέχεται στο δοχείο;
δ. Ασκείται στον **πυθμένα** δύναμη **μεγαλύτερη** από το βάρος του υγρού που περιέχεται στο δοχείο;
ε. Ασκείται **στο δοχείο** δύναμη **ίση** με το βάρος του υγρού που περιέχεται στο δοχείο;



Η **συνισταμένη** των δυνάμεων, που ασκεί το υγρό σε **όλα** τα **τοιχώματα** του δοχείου, είναι **κατακόρυφη**, με **μέτρο** **ίσο** με το **βάρος** του υγρού. Η δύναμη που ασκεί το υγρό στον **πυθμένα**, είναι **μικρότερη** από το βάρος του

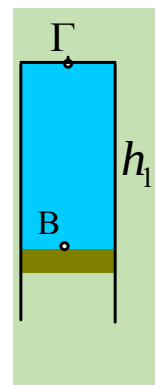


Η **συνισταμένη** των δυνάμεων, που ασκεί το νερό σε **όλα** τα **τοιχώματα** του δοχείου, είναι **κατακόρυφη**, με **μέτρο** **ίσο** με το **βάρος** του νερού.

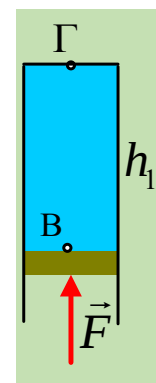
Προφανώς όμως η **δύναμη** που ασκεί το νερό στον **πυθμένα**, είναι τώρα **μεγαλύτερη** από το βάρος του νερού - **Υδροστατικό παράδοξο**

11. (α) Ο σωλήνας του σχήματος συγκρατείται σε κατακόρυφη θέση, ενώ περιέχει ιδανικό και ασυμπίεστο υγρό, πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$. Ο σωλήνας κλείνει με έμβολο βάρους $W=2\text{N}$, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Η διατομή του σωλήνα είναι $A=10\text{cm}^2$ και το ύψος της στήλης του υγρού $h_1=40\text{cm}$. Δίνεται $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Ποιο το βάρος της στήλης του υγρού; Μπορεί το έμβολο να ισορροπεί χωρίς την επίδραση εξωτερικού αιτίου; Ποια η τιμή της πίεσης, στο σημείο Β, ακριβώς πάνω από το έμβολο και ποια στο σημείο Γ, στο πυθμένα του δοχείου;



(β) Ασκούμε στο έμβολο κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$. Ποιο το μέτρο της δύναμης που ασκεί το υγρό στο έμβολο; Ποια η τιμή της πίεσης, στο σημείο Β, ακριβώς πάνω από το έμβολο και ποια στο σημείο Γ, στο πυθμένα του δοχείου;



(γ) Ο σωλήνας επιταχύνεται από το χέρι μας κατακόρυφα προς τα πάνω, με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a=2\text{m/s}^2$, ενώ δεν ασκούμε πλέον δύναμη στο έμβολο. Αν το βάρος του σωλήνα θεωρηθεί αμελητέο, να βρεθεί η συνάρτηση που εκφράζει την πίεση του υγρού κατά μήκος του σωλήνα σε σχέση με το ύψος x της στήλης του υγρού; Ποια η τιμή της πίεσης, στο σημείο Β, ακριβώς πάνω από το έμβολο και ποια στο σημείο Γ, στο πυθμένα του δοχείου;

