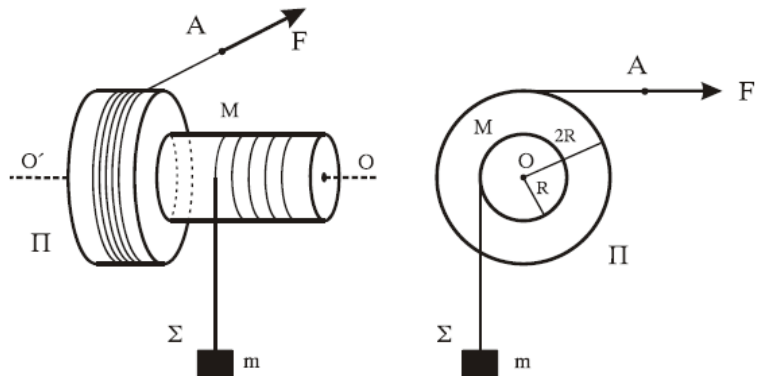


ΦΥΛΛΑΔΙΟ 18 Έργο - Ενέργεια στην κίνηση του στερεού

1. Στερεό Π μάζας M αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $O'O$, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας m κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στο μικρό κύλινδρο ακτίνας R . Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα $2R$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη F , η οποία προκαλεί δεξιόστροφη περιστροφή του στερεού Π, το οποίο ξεκινά από την ηρεμία. Όταν το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά h να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητάς του



$$\text{Απ: } v = \sqrt{\frac{2(2F - mg)h}{M + m}}$$

2. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους L και μάζας M μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το σημείο



Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι $\frac{L}{4}$. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται

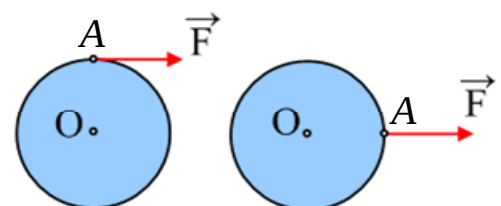
σφαίρα αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = \frac{M}{2}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος ράβδος-σφαίρα

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της **συνισταμένης ροπής** ως προς τον άξονα περιστροφής σε **συνάρτηση με τη γωνία στροφής**. Από το διάγραμμα αυτό να προβλέψετε τη θέση όπου στιγμιαία θα **μηδενιστεί για πρώτη φορά** η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδος-σφαίρα.

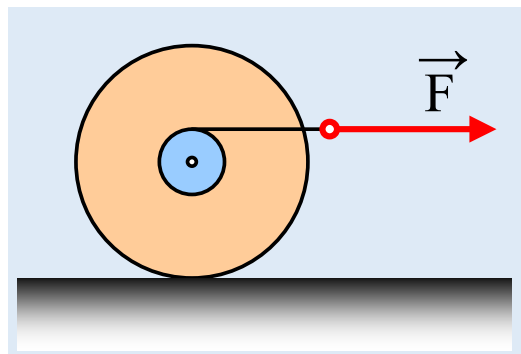
$$\text{Απ: α) } K_{\max} = \frac{MgL}{8} \quad \beta) \Sigma \tau = \frac{MgL}{8} \sin \theta$$

3. Ένας κυκλικός δίσκος ακτίνας R και μάζας m μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του Ο. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του μια **σταθερή** δύναμη F , η οποία ασκείται σε **σταθερό σημείο Α**, όπως στο σχήμα. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου, τη στιγμή που έχει στραφεί κατά γωνία 180° Απ: $\omega = 0$



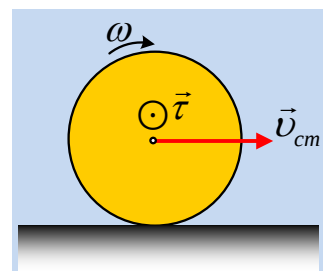
4. Το ομοαξονικό σύστημα των δύο κυλίνδρων με ακτίνες R_1 και $R_2=5R_1$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο.

Τυλίγουμε γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 ένα αβαρές νήμα, ασκώντας στο άκρο του Α σταθερή οριζόντια δύναμη F . Το σύστημα αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Για μετακίνηση κατά Δx του άξονα των κυλίνδρων, να βρεθεί η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο κυλίνδρων.



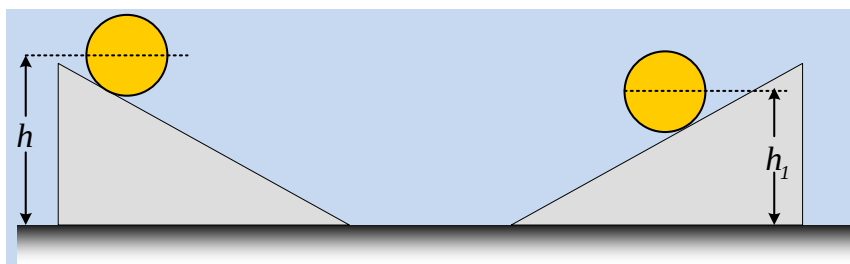
$$\text{Απ: } K_{\text{τελ}} = \frac{6}{5} F \Delta x$$

5. Μια σφαίρα μάζας m και ακτίνας R , κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας v_{cm} . Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω της μια **σταθερή** ροπή, ενός **ζεύγους δυνάμεων**, οπότε η σφαίρα σταματά σε απόσταση Δx , χωρίς να ολισθήσει στη διάρκεια του φρεναρίσματος. α) Να εξετάσετε αν ασκείται τριβή στη σφαίρα και αν ναι, να σχεδιάσετε τη φορά της β) Να υπολογιστεί η ροπή του ζεύγους.



$$\text{Απ: } \tau = \frac{7mv_{cm}^2 R}{10\Delta x}$$

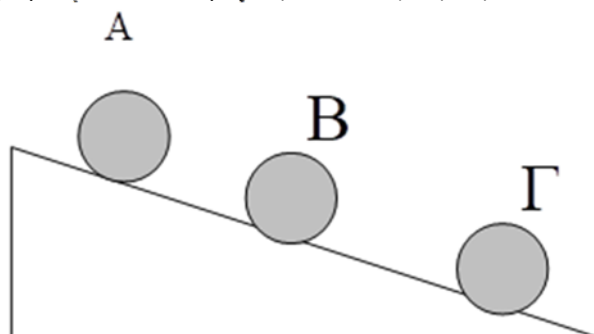
6. Σε ένα πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης φ αφήνεται από ύψος h , ένα στερεό σώμα με κατανομή μάζας συμμετρική ως προς το κέντρο του. (Το στερεό μπορεί να είναι συμπαγής σφαίρα, συμπαγής κύλινδρος, κοίλη σφαίρα, κούφιος κύλινδρος, δίσκος, δακτύλιος). Το στερεό **κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει**. Όταν φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, περνά στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς απώλεια ενέργειας όπου συνεχίζει να κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Στη συνέχεια περνά σε **λείο** πλάγιο επίπεδο **ίδιας γωνίας κλίσης φ** . Να συγκρίνετε το ύψος από το οριζόντιο δάπεδο h_1 στο οποίο θα φθάσει το στερεό σε σχέση με το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο.



7. Σε κεκλιμένο επίπεδο κυλά χωρίς να ολισθαίνει ένα σώμα κυκλικής διατομής. Στο σχήμα απεικονίζεται σε τρεις θέσεις Α, Β και Γ, όπου και στις τρεις γνωρίζουμε ότι έχει μη μηδενική ταχύτητα.

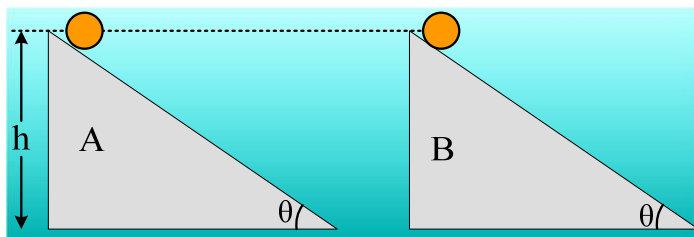
Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

	U	$K_{\text{μετ}}$	$K_{\text{περ}}$
A	285J		30J
B		150J	60J
Γ	75J		



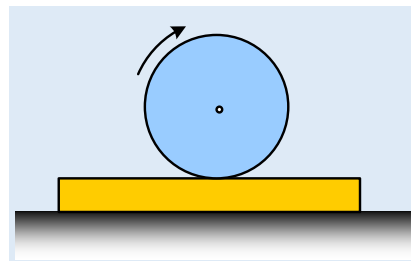
Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του (για το δίσκο και το δακτύλιο είναι και κάθετος στο επίπεδό τους, ενώ για τους κυλίνδρους συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας τους) δίνεται από τη σχέση: $I = \lambda MR^2$, όπου λ θετική αδιάστατη σταθερά.

8. Δίνονται δύο κεκλιμένα επίπεδα A και B με την ίδια κλίση. Μια σφαίρα αφήνεται να κινηθεί πρώτα από την κορυφή του επιπέδου A και ύστερα του επιπέδου B. Το A επίπεδο είναι λείο, ενώ στο B λόγω τριβών η σφαίρα κυλά χωρίς να γλιστρά



- i) Στη βάση τίνος επιπέδου η σφαίρα φθάνει με μεγαλύτερη κινητική ενέργεια;
- ii) Στη βάση τίνος επιπέδου η σφαίρα φθάνει γρηγορότερα;

9. Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μάζας $m=M$. Σε μια στιγμή τοποθετούμε πάνω της ένα τροχό ακτίνας R και μάζας $m=M$, ο οποίος στρέφεται δεξιόστροφα με γωνιακή ταχύτητα ω_0 , όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ τροχού και σανίδας είναι μ . Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα κάθετο σε αυτόν, που διέρχεται από το κέντρο του I_0



Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

- α) Η σανίδα θα κινηθεί προς τ' αριστερά και ο τροχός προς το δεξιό άκρο της σανίδας
- β) Η ορμή του συστήματος είναι κάθε στιγμή μηδέν
- γ) Η στροφορμή του συστήματος είναι κάθε στιγμή ίση με $I_0\omega_0$

10. Δύο ομογενείς δίσκοι από το ίδιο υλικό έχουν το ίδιο πάχος και ακτίνες R και $3R$. Οι δίσκοι περιστρέφονται γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο τους, με αντίθετη φορά. Ο μικρός δίσκος ακτίνας R , βρίσκεται σε ύψος h πάνω από μεγάλο ακτίνας $3R$. Κάποια στιγμή ο μικρός αφήνεται να πέσει στο μεγάλο και ύστερα από μικρό χρονικό διάστημα παύουν να περιστρέφονται.

Να βρεθεί:

- α) Ο λόγος των μέτρων των στροφορμών των δίσκων πριν έρθουν σε επαφή β) Ο λόγος των μέτρων των γωνιακών ταχυτήτων των δίσκων πριν έρθουν σε επαφή γ) Ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δίσκων πριν έρθουν σε επαφή είναι:
- δ) Η θερμική ενέργεια που ελευθερώνεται από τη στιγμή που ο μικρός δίσκος αφήνεται ελεύθερος και μέχρι να σταματήσουν να περιστρέφονται

