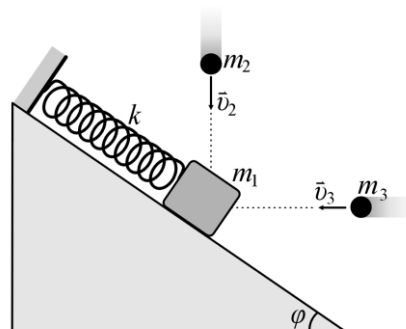


Θέμα 1 Διπλή πλάγια κρούση

Σώμα μάζας m_1 ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης ϕ (με $\eta\mu\phi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,6$). Δύο σώματα – βλήματα μαζών $m_2 = m$ και $m_3 = m$ κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες μέτρων $u_2 = v$ και u_3 και συγκρούονται ταυτόχρονα και πλαστικά με το σώμα μάζας m_1 .



Το συσσωμάτωμα των τριών σωμάτων δεν αναπηδά και αμέσως μετά την κρούση εκτελεί ταλάντωση πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με πλάτος $A = 1,6mg/k$. Το μέτρο της ταχύτητας u_3 είναι:

- A. $\frac{3}{4}v$ B. $\frac{4}{3}v$ Γ. $\frac{2}{3}v$

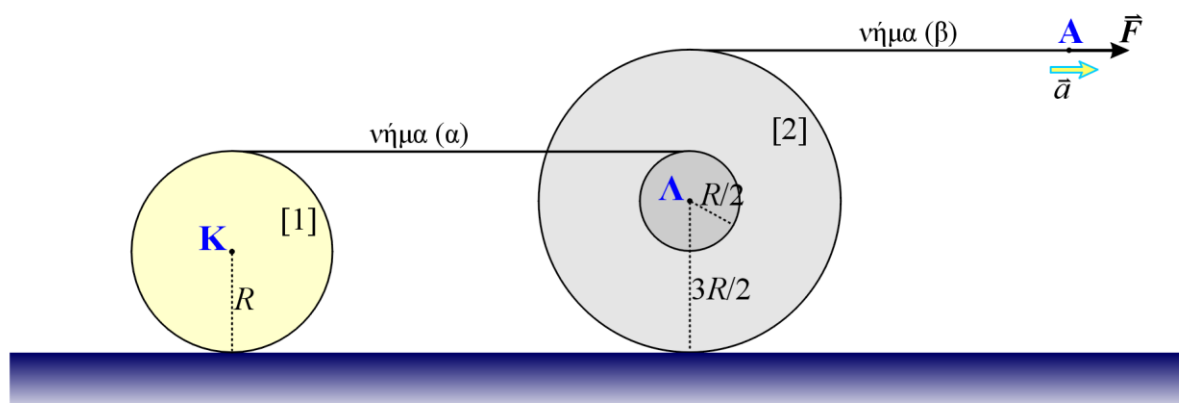
Θέμα 2 Πλαστική κρούση

Δύο σημιακά σώματα Σ1 και Σ2 έχουν ίσες μάζες και κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρων $u_1 = 4v$ και $u_2 = v$, αντίστοιχα. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά. Το ποσοστό (Π) απώλειας στην κινητική ενέργεια του συστήματος, λόγω πλαστικής κρούσης ικανοποιεί την ανισότητα:

- A. $\frac{450}{17}\% \leq \Pi \leq \frac{1250}{17}\%$ B. $\frac{900}{17}\% \leq \Pi \leq \frac{1250}{17}\%$ Γ. $\frac{450}{17}\% \leq \Pi \leq \frac{2500}{17}\%$

Θέμα 3 Διπλή Κ.Χ.Ο.

Ο δίσκος [1] με κέντρο K και ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με τη βοήθεια ιδανικού νήματος (α) που είναι οριζόντιο και πολλές φορές τυλιγμένο στην περιφέρειά του. Το νήμα (α) είναι επίσης τυλιγμένο πολλές φορές στην περιφέρεια αυλακιού ακτίνας $R/2$ του δίσκου [2]. Ο δίσκος [2] έχει κέντρο Λ , ακτίνα $3R/2$ και επίσης κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με τη βοήθεια σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου F .



Η δύναμη ασκείται στο άκρο Α του οριζόντιου ιδανικού νήματος (β) που είναι πολλές φορές τυλιγμένο στην εξωτερική περιφέρεια, ακτίνας $3R/2$. Αν η επιτάχυνση του σημείου Α του νήματος (β) έχει μέτρο a , τότε η επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ του δίσκου [1] έχει μέτρο:

- A. $a/3$ B. $a/6$ Γ. $a/9$

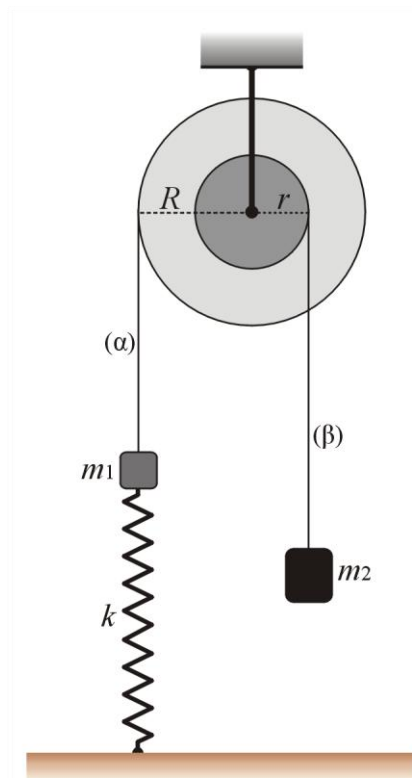
Θέμα 4 Διπλή Τροχαλία & Α.Α.Τ.

Το σύστημα του σχήματος βρίσκεται σε ισορροπία και αποτελείται από μια διπλή τροχαλία, δύο σημειακά σώματα και ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k . Γνωρίζουμε ότι $m_1 = m$, $m_2 = 4m$ και για την τροχαλία: $R = 2r$.

Κόβουμε το νήμα (α) και το σύστημα ελατήριο – σώμα m_1 εκτελεί κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση.

Το πλάτος της ταλάντωσης του m_1 θα είναι:

- A. mg/k B. $2mg/k$ Γ. $4mg/k$



Θέμα 5 Α.Α.Τ.

Στο διπλανό σχήμα, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και οι σταθερές τους είναι $k_2 = 4k_1$. Οι μάζες των σωμάτων είναι ίσες. Αρχικά εκτρέπουμε το ελατήριο k_1 κατά d προς τ' αριστερά και το αφήνουμε

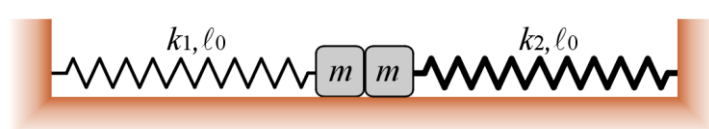
ελεύθερο. Ακολουθεί πλαστική κρούση των δύο σωμάτων και το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = k_1 + k_2 = 5k_1$ και πλάτος A_1 .

Επαναφέρουμε τα σώματα στην αρχική τους θέση και κάνουμε το αντίθετο: εκτρέπουμε το ελατήριο k_2 κατά d προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο. Το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει τώρα ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = 5k_1$ και πλάτος A_2 .

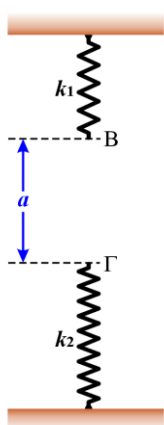
Επαναφέρουμε πάλι τα σώματα στην αρχική τους θέση. Εκτρέπουμε ταυτόχρονα τα ελατήρια κατά d (το k_1 προς τ' αριστερά και το k_2 προς τα δεξιά) και αφήνουμε τα σώματα με τέτοια χρονική καθυστέρηση, ώστε να συγκρουστούν πλαστικά στη θέση φυσικού μήκους. Το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει τώρα ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = 5k_1$ και πλάτος A_{12} .

Η σχέση που συνδέει τα τρία πλάτη (A_1 , A_2 , A_{12}) είναι:

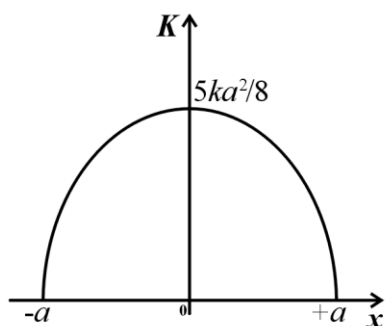
- A. $A_1 = \frac{1}{2}A_2 = 2A_{12}$ B. $A_1 = \frac{1}{2}A_2 = A_{12}$ Γ. $A_1 = A_2 = 2A_{12}$



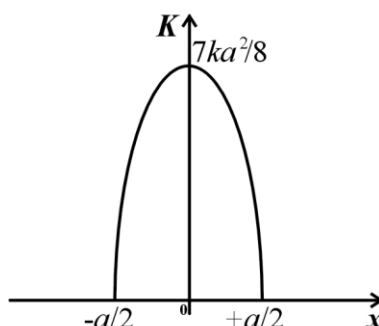
Θέμα 6 Α.Α.Τ. – Κινητική Ενέργεια



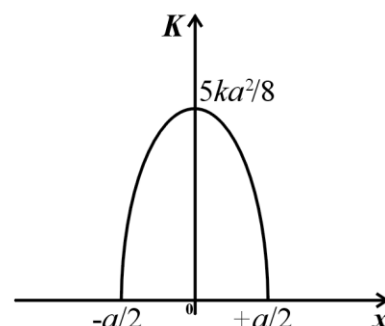
Δύο ιδανικά ελατήρια σταθερών $k_1 = 4k$ και $k_2 = k$, βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο με το πρώτο στερεωμένο στο ταβάνι και το δεύτερο στο πάτωμα. Τα ελεύθερα άκρα (Β) και (Γ) των ελατηρίων, όταν αυτά βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος απέχουν απόσταση a . Σημειακό σώμα μάζας m προσδένεται στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων και το σύστημα αφήνεται, χωρίς αρχική ταχύτητα, από τη θέση (Γ) να εκτελέσει κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση. Αν γνωρίζουμε ότι η απόσταση a είναι ίση με $a = 2mg/13k$ τότε η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του $[K(x)]$ θα είναι η:



A.



B.



Γ.

Θέμα 7 Α.Α.Τ. – Διανυόμενο Διάστημα

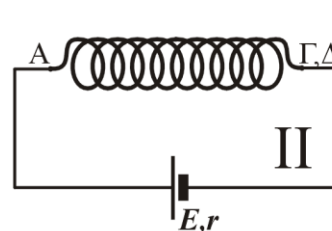
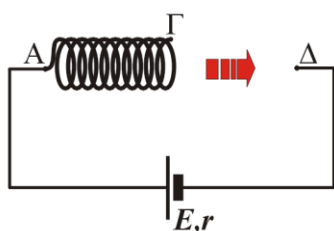
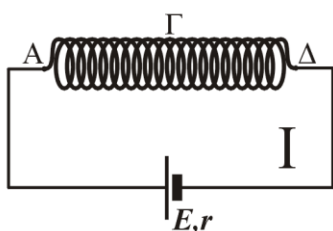
Σώμα εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση, πλάτους A , χωρίς αρχική φάση. Το διάστημα που διανύει το σώμα στο χρονικό διάστημα $t = 0$ έως $t = 7T/3$ (όπου T , η περίοδος της ταλάντωσης) είναι:

A. $8,5A$ B. $8A + A\frac{\sqrt{3}}{2}$ Γ. $10A - A\frac{\sqrt{3}}{2}$

Θέμα 8 Η/Μ – Τεντώνοντας το Πηνίο

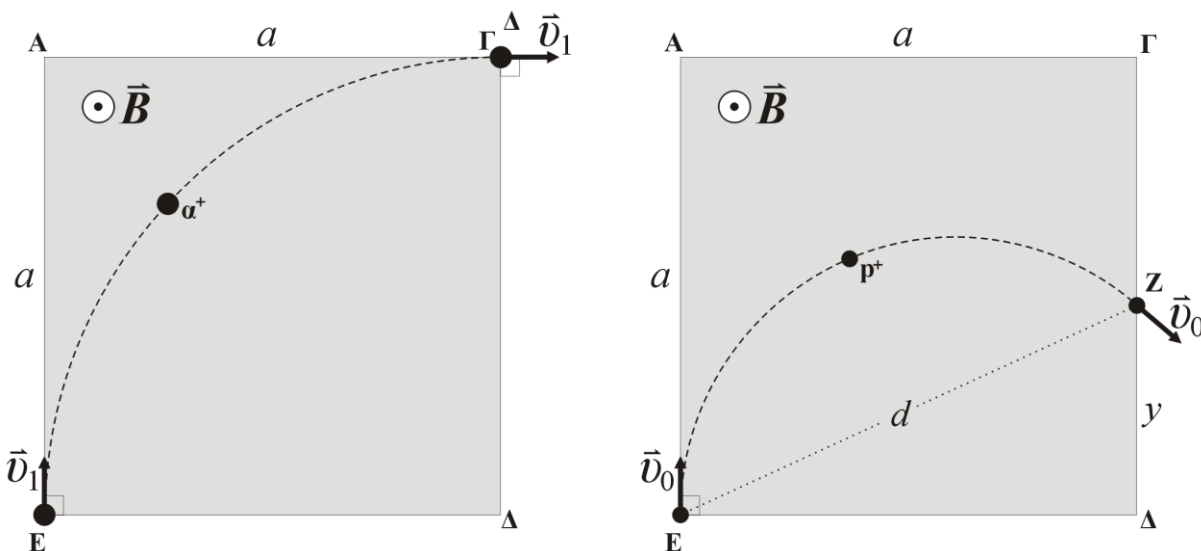
Κόβουμε το πηνίο του σχήματος **I** (αντίστασης R) στη μέση και τεντώνουμε το μισό, ώστε το άκρο Γ να φτάσει και να ενωθεί στο σημείο Δ (σχήμα **II**). Αν η πηγή έχει ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση $r = R/4$ τότε ο λόγος των μαγνητικών πεδίων των πηνίων στα κυκλώματα **I** & **II** είναι:

A. $\frac{B_I}{B_{II}} = \frac{5}{4}$ B. $\frac{B_I}{B_{II}} = \frac{6}{5}$ Γ. $\frac{B_I}{B_{II}} = \frac{3}{5}$



Θέμα 9 Η/Μ – Κινήσεις φορτίων σε μαγνητικά πεδία

Ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B , έχει διατομή σχήματος τετραγώνου, πλευράς a και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Σωματίο α με μάζα $m_\alpha = 4m$ και φορτίο $q_\alpha = 2q$, εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο από την κορυφή E με ταχύτητα μέτρου v_1 και κατεύθυνση κάθετη στην πλευρά $(E\Delta)$. Το σωματίο εκτελεί τμήμα κυκλικής τροχιάς και εξέρχεται από την κορυφή Γ με ταχύτητα κάθετη στην πλευρά $\Gamma\Delta$.



Ένα πρωτόνιο p με μάζα $m_p = m$ και φορτίο $q_p = q$, εισέρχεται στο ίδιο μαγνητικό πεδίο από την κορυφή E με ταχύτητα μέτρου v_0 και κατεύθυνση κάθετη στην πλευρά $(E\Delta)$. Το πρωτόνιο εκτελεί τμήμα μιας άλλης κυκλικής τροχιάς και εξέρχεται από το σημείο Z της πλευράς $\Gamma\Delta$. Αν γνωρίζουμε ότι η απόσταση εισόδου - εξόδου του πρωτονίου από το πεδίο είναι $d = a\sqrt{\frac{6}{5}}$, τότε το μέτρο της ταχύτητας v_0 είναι:

$$\text{A. } v_0 = \frac{6}{\sqrt{5}} v_1 \quad \text{B. } v_0 = \frac{6}{5} v_1 \quad \text{Γ. } v_0 = 6v_1$$

Θέμα 10 Κβαντική – Σκέδαση Compton

Δύο όμοια φωτόνια με μήκος κύματος λ το καθένα σκεδάζονται από ένα ακίνητο ηλεκτρόνιο (e) και ένα ακίνητο νετρόνιο (n) αντίστοιχα. Για τις μάζες του ηλεκτρονίου και του νετρονίου γνωρίζουμε ότι $m_n = 1836m_e$. Το φωτόνιο που προσπίπτει στο ηλεκτρόνιο σκεδάζεται κατά 30° και το φωτόνιο που προσπίπτει στο νετρόνιο σκεδάζεται κατά 60° . Αν $\Delta\lambda_e$ και $\Delta\lambda_n$ είναι οι μεταβολές στα μήκη κύματος του κάθε φωτονίου κατά τη σκέδασή του, τότε ο λόγος $\Delta\lambda_e / \Delta\lambda_n$ είναι:

$$\text{A. } 1836(2\sqrt{3}-1) \quad \text{B. } 1836(5-2\sqrt{3}) \quad \text{Γ. } 1836(2-\sqrt{3})$$

Επιμέλεια: Αναστάσιος Νέζης

<https://nezistasos.wixsite.com/nezistasos>

nezistasos@gmail.com

Θέμα 1 Διπλή πλάγια κρούση **Λύση**

$$\Theta.I.m_1: \Sigma F_x = 0 \Rightarrow m_1 g \eta \mu \phi = k x_1 \quad (1)$$

$$\Theta.I.m_{123}:$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2 + m_3) g \eta \mu \phi = k x_{123} \Rightarrow m_1 g \eta \mu \phi + (m_2 + m_3) g \eta \mu \phi = k x_1 + k x_{23} \xrightarrow{(1)} x_{23} = \frac{(m_2 + m_3) g \eta \mu \phi}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{23} = \frac{(m + m) g \eta \mu \phi}{k} \Rightarrow x_{23} = \frac{2 m g 0,8}{k} \Rightarrow x_{23} = \frac{1,6 m g}{k} \quad (2)$$

Ακριβώς μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα των τριών σωμάτων έχει ταχύτητα V , βρίσκεται σε απόσταση x_{23} από τη θέση ισορροπίας του ($\Theta.I.m_{123}$) και ξεκινά ταλάντωση με πλάτος $A = 1,6 m g / k$. Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα V θα εφαρμόσουμε ΑΔΕΤ:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m_{123} V^2 + \frac{1}{2} D x_{23}^2 \xrightarrow{D=k, (2)} \frac{1}{2} k \left(\frac{1,6 m g}{k} \right)^2 = \frac{1}{2} m_{123} V^2 + \frac{1}{2} k \left(\frac{1,6 m g}{k} \right)^2 \Rightarrow$$

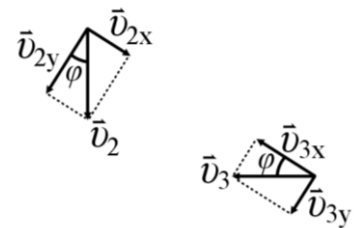
$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_{123} V^2 = 0 \Rightarrow V = 0$$

Επομένως το συσσωμάτωμα, μετά την πλαστική κρούση, προκύπτει ακίνητο.

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ στον x-άξονα κατά την κρούση (θετική φορά η προς τα πάνω):

$$\vec{p}_{ολ.(x)}^{αρχ.} = \vec{p}_{ολ.(x)}^{τελ.} \Rightarrow \vec{p}_{1x} + \vec{p}_{2x} + \vec{p}_{3x} = \vec{p}_{123x} \Rightarrow 0 + \vec{p}_{2x} + \vec{p}_{3x} = 0 \Rightarrow -p_{2x} + p_{3x} = 0 \Rightarrow p_{3x} = p_{2x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_3 v_3 \sin \phi = m_2 v_2 \eta \mu \phi \Rightarrow m v_3 0,6 = m v 0,8 \Rightarrow v_3 = \frac{v 0,8}{0,6} \Rightarrow v_3 = \frac{4}{3} v$$



Άρα σωστή απάντηση η **B**.

Θέμα 2 Πλαστική κρούση **Λύση**

Τα σώματα μπορούν να κινούνται είτε ομόρροπα, είτε αντίρροπα, είτε σε οποιαδήποτε γωνία. Η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή και ανεξάρτητη των αρχικών κατευθύνσεων των σωμάτων. Η τελική κινητική ενέργεια εξαρτάται από την ταχύτητα του συσσωματώματος, που με τη σειρά της εξαρτάται από την αρχική γωνία μεταξύ των ταχυτήτων των σωμάτων. Μέγιστη απώλεια στην κινητική ενέργεια (και, λόγω της σταθερότητας της αρχικής κινητικής ενέργειας, και μέγιστο ποσοστό απώλειας) θα έχουμε στην περίπτωση που η ταχύτητα συσσωματώματος είναι ελάχιστη και αυτό συμβαίνει όταν τα σώματα κινούνται αρχικά αντίρροπα. Αντίστοιχα ελάχιστη απώλεια (και ελάχιστο ποσοστό) στην κινητική ενέργεια θα έχουμε όταν η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι μέγιστη και αυτό συμβαίνει όταν τα σώματα κινούνται αρχικά ομόρροπα.

1) τα σώματα κινούνται ομόρροπα (το Σ1 πίσω από το Σ2):

$$\text{ΑΔΟ: } m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V_1 \Rightarrow m 4v + m v = (m + m) V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{5}{2} v$$

$$K_{ολ.}^{αρχ.} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m(4v)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = 17\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K_0 = \frac{1}{2}mv^2} K_{ολ.}^{αρχ.} = 17K_0$$

$$K_{ολ.}^{\tauελ.} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_1^2 = \frac{1}{2}(m+m)\left(\frac{5}{2}v\right)^2 = \frac{25}{2}\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K_0 = \frac{1}{2}mv^2} K_{ολ.}^{\tauελ.} = \frac{25}{2}K_0$$

$$|\Delta K| = K_{ολ.}^{αρχ.} - K_{ολ.}^{\tauελ.} = 17K_0 - \frac{25}{2}K_0 \Rightarrow |\Delta K| = \frac{9}{2}K_0 = \min$$

$$\Pi_1 = \frac{|\Delta K|}{K_{ολ.}^{αρχ.}} 100\% = \frac{\frac{9}{2}K_0}{17K_0} 100\% = \frac{900}{34}\% \Rightarrow \Pi_1 = \frac{450}{17}\%$$

2) τα σώματα κινούνται αντίρροπα (το Σ1 προς το Σ2):

$$\text{ΑΔΟ: } m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)V_2 \Rightarrow m4v - mv = (m+m)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{3}{2}v$$

$$K_{ολ.}^{αρχ.} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m(4v)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = 17\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K_0 = \frac{1}{2}mv^2} K_{ολ.}^{αρχ.} = 17K_0$$

$$K_{ολ.}^{\tauελ.} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_2^2 = \frac{1}{2}(m+m)\left(\frac{3}{2}v\right)^2 = \frac{9}{2}\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{K_0 = \frac{1}{2}mv^2} K_{ολ.}^{\tauελ.} = \frac{9}{2}K_0$$

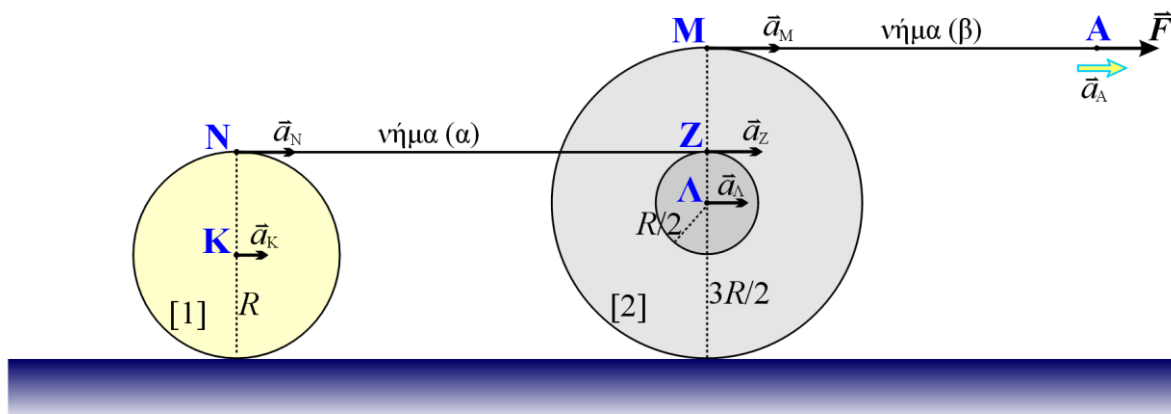
$$|\Delta K| = K_{ολ.}^{αρχ.} - K_{ολ.}^{\tauελ.} = 17K_0 - \frac{9}{2}K_0 \Rightarrow |\Delta K| = \frac{25}{2}K_0 = \max$$

$$\Pi_2 = \frac{|\Delta K|}{K_{ολ.}^{αρχ.}} 100\% = \frac{\frac{25}{2}K_0}{17K_0} 100\% = \frac{2500}{34}\% \Rightarrow \Pi_2 = \frac{1250}{17}\%$$

Άρα για το ποσοστό απώλειας ισχύει η ανισότητα: $\frac{450}{17}\% \leq \Pi \leq \frac{1250}{17}\%$

Άρα σωστή απάντηση η Α.

Θέμα 3 Διπλή Κ.Χ.Ο. Λύση

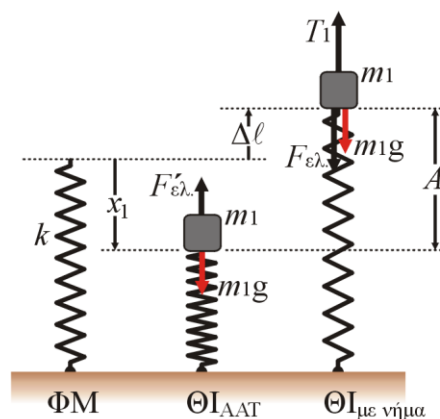
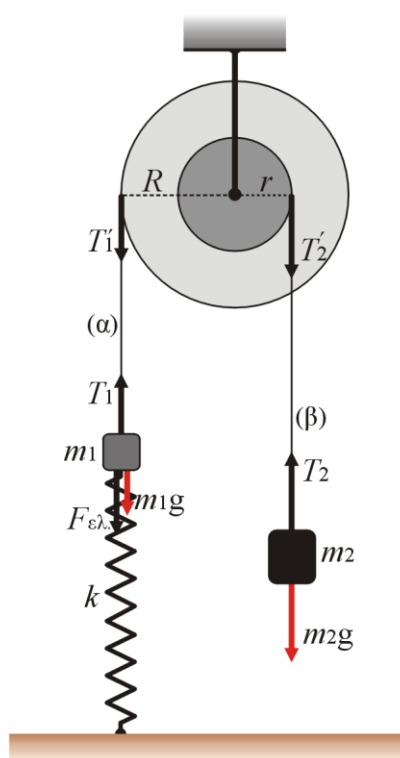


- $a_A = a_M \Rightarrow a_M = a$
- $a_M = a_A + a_{\text{επιτρ.}(2M)} = a_A + a_{\gamma 2} R_2 = 2a_A$
- $a_M = 2a_A \Rightarrow a_A = \frac{a_M}{2} \Rightarrow a_A = \frac{a}{2}$
- $a_A = a_{\gamma 2} R_2 = a_{\gamma 2} \frac{3R}{2} \Rightarrow a_{\gamma 2} = \frac{2}{3R} a_A$
- $a_Z = a_A + a_{\text{επιτρ.}(2Z)} = a_A + a_{\gamma 2} \frac{R}{2} = a_A + \frac{2}{3R} a_A \frac{R}{2} = a_A + \frac{a_A}{3} = \frac{4}{3} a_A = \frac{4}{3} \frac{a}{2} \Rightarrow a_Z = \frac{2a}{3}$
- $a_N = a_Z \Rightarrow a_N = \frac{2a}{3}$
- $a_N = a_K + a_{\text{επιτρ.}(1N)} = a_K + a_{\gamma 1} R_1 = a_K + a_K = 2a_K \Rightarrow a_K = \frac{a_N}{2} = \frac{2a/3}{2} \Rightarrow a_K = \frac{a}{3}$

...άρα σωστή είναι η **A**.

Θέμα 4 Διπλή Τροχαλία & Α.Α.Τ. **Λύση**

- Σώμα m_2 : $\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g \Rightarrow T_2 = 4mg$ (1)
- Τροχαλία: $\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_2' r = T_1' R \Rightarrow T_2' r = T_1' 2r \Rightarrow T_1' = \frac{T_2'}{2}$ (2)
- Αβαρή νήματα: $T_1' = T_1$ (3) & $T_2' = T_2$ (4)
- (2) / (3), (4): $T_1 = \frac{T_2}{2} \xrightarrow{(1)} T_1 = \frac{4mg}{2} \Rightarrow T_1 = 2mg$ (5)



Επειδή $T_1 = 2mg$ και $w_1 = m_1g = mg$, το ελατήριο τείνεται προς τα πάνω και το σώμα m_1 ισορροπεί με το ελατήριο εκτονωμένο. Για την ισορροπία του σώματος m_1 πριν κοπεί το νήμα (α) έχουμε:

$$\bullet \Sigma F_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m_1g + F_{ελ.} \xrightarrow{(5)} 2mg = mg + k\Delta\ell \Rightarrow mg = k\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k} \quad (6)$$

Για τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του m_1 , που θα ακολουθήσει την κοπή του νήματος (α) έχουμε:

$$\bullet \Sigma F'_1 = 0 \Rightarrow m_1g = F'_{ελ.} \Rightarrow mg = kx_1 \Rightarrow x_1 = \frac{mg}{k} \quad (7)$$

Το πλάτος της ΑΑΤ του m_1 θα είναι η απόσταση της ακραίας θέσης της ταλάντωσης (που είναι η θέση στην οποία κόβεται το νήμα, άρα η αρχική θέση ισορροπίας) και της θέσης ισορροπίας της ταλάντωσης:

$$\bullet A = \Delta\ell + x_1 \xrightarrow{(6),(7)} A = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{k} \Rightarrow A = \frac{2mg}{k} \quad \dots \text{άρα σωστή είναι η Β.}$$

Θέμα 5 Α.Α.Τ. **Λύση**

$$\text{Για τις ταλαντώσεις ισχύει: } \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m}} = \sqrt{\frac{4k_1}{m}} = 2\sqrt{\frac{k_1}{m}}, \quad \omega_{\sigma\sigma} = \sqrt{\frac{D}{m_{\sigma\sigma}}} = \sqrt{\frac{5k_1}{2m}}$$

1. η κρούση γίνεται στην Θ.Ι./Φ.Μ.: $v_1 = v_{1\max} = \omega_1 d = \sqrt{\frac{k_1}{m}} d$

$$\text{ΑΔΟ: } m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2) V_1 \Rightarrow m v_1 = 2m V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{2} v_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_1}{m}} d \quad \dots \text{προς τα δεξιά}$$

Το συσσωμάτωμα βρίσκεται με ταχύτητα V_1 στην Θ.Ι./Φ.Μ.:

$$V_1 = V_{1\max} = \omega_{\sigma\sigma} A_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_1}{m}} d = \sqrt{\frac{5k_1}{2m}} A_1 \Rightarrow \frac{1}{2} d = \sqrt{\frac{5}{2}} A_1 \Rightarrow A_1 = \frac{1}{2} d \sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow A_1 = \frac{d}{\sqrt{10}}$$

2. η κρούση γίνεται στην Θ.Ι./Φ.Μ.: $v_2 = v_{2\max} = \omega_2 d = 2\sqrt{\frac{k_1}{m}} d$

$$\text{ΑΔΟ: } 0 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V_2 \Rightarrow m v_2 = 2m V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2} v_2 = \frac{1}{2} 2\sqrt{\frac{k_1}{m}} d = \sqrt{\frac{k_1}{m}} d \quad \dots \text{προς τ' αριστερά}$$

Το συσσωμάτωμα βρίσκεται με ταχύτητα V_2 στην Θ.Ι./Φ.Μ.:

$$V_2 = V_{2\max} = \omega_{\sigma\sigma} A_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{k_1}{m}} d = \sqrt{\frac{5k_1}{2m}} A_2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{5}{2}} A_2 \Rightarrow A_2 = d \sqrt{\frac{2}{5}} = d \sqrt{\frac{4}{10}} \Rightarrow A_2 = \frac{2d}{\sqrt{10}}$$

3. η κρούση γίνεται στην Θ.Ι./Φ.Μ.: $v_1 = v_{1\max} = \omega_1 d = \sqrt{\frac{k_1}{m}} d$ και $v_2 = v_{2\max} = \omega_2 d = 2\sqrt{\frac{k_1}{m}} d$

ΑΔΟ:

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V_{12} \Rightarrow m(v_2 - v_1) = 2m V_{12} \Rightarrow V_{12} = \frac{1}{2}(v_2 - v_1) = \frac{1}{2} \left(2\sqrt{\frac{k_1}{m}} d - \sqrt{\frac{k_1}{m}} d \right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_1}{m}} d$$

... προς τ' αριστερά

Το συσσωμάτωμα βρίσκεται με ταχύτητα V_{12} στην Θ.Ι./Φ.Μ.:

$$V_{12} = V_{12\max} = \omega_{\text{ουσ.}} A_{12} \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_1}{m}} d = \sqrt{\frac{5k_1}{2m}} A_{12} \Rightarrow \frac{1}{2} d = \sqrt{\frac{5}{2}} A_{12} \Rightarrow A_{12} = \frac{1}{2} d \sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow A_{12} = \frac{d}{\sqrt{10}}$$

Επομένως έχουμε: $A_1 = \frac{d}{\sqrt{10}}, A_2 = \frac{2d}{\sqrt{10}}, A_{12} = \frac{d}{\sqrt{10}}$

Έτσι η σχέση μεταξύ των πλατών είναι: $A_1 = \frac{A_2}{2} = A_{12}$

...άρα σωστή είναι η Β.

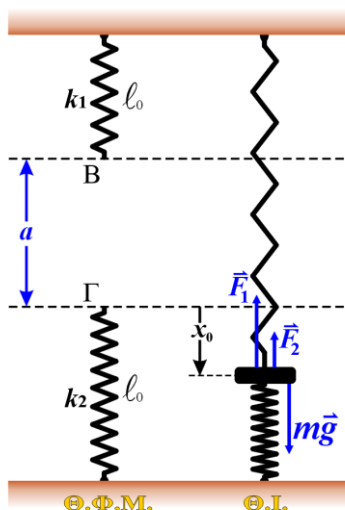
Θέμα 6 Α.Α.Τ. – Κινητική Ενέργεια **Λύση**

$$a = \frac{2mg}{13k} \Rightarrow m = \frac{13ka}{2g} = \frac{6,5ka}{g}$$

Αν το σώμα ισορροπούσε ακριβώς στη θέση (Γ) (φυσικό μήκος του ελατηρίου k_2), τότε θα ίσχυε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = m'g \Rightarrow k_1 a + 0 = m'g \Rightarrow m' = \frac{k_1 a}{g} \Rightarrow m' = \frac{4ka}{g}$$

Αφού η πραγματική μάζα m είναι μεγαλύτερη από την m' συμπεραίνουμε ότι το σώμα ισορροπεί κάτω από το φυσικό μήκος του ελατηρίου k_2 .



Στη Θ.Ι. του σώματος, το ελατήριο k_1 είναι εκτονωμένο και το k_2 συσπειρωμένο. Οι δυνάμεις ελατηρίου είναι και οι δύο προς τα πάνω:

$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 &\Rightarrow F_1 + F_2 = mg \Rightarrow k_1(a + x_0) + k_2 x_0 = mg \Rightarrow \\ &\Rightarrow k_1 a + k_1 x_0 + k_2 x_0 = mg \Rightarrow 4k \frac{2mg}{13k} + 4k x_0 + k x_0 = mg \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{8mg}{13} + 5k x_0 = mg \Rightarrow 5k x_0 = mg - \frac{8mg}{13} = \frac{5mg}{13} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_0 = \frac{mg}{13k} \xrightarrow{a = \frac{2mg}{13k}} x_0 = a/2 \end{aligned}$$

Αφού το σώμα αφήνεται με $v=0$ από τη θέση Γ, αυτή θα είναι και η ακραία θέση για την ταλάντωσή του. Η θέση αυτή απέχει x_0 από τη θέση ισορροπίας του, επομένως αυτό θα είναι και το πλάτος της ταλάντωσης: $A = x_0 = a/2$.

Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$U = \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) x^2 = \frac{1}{2} (4k + k) x^2 = \frac{1}{2} 5k x^2$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια (που ταυτίζεται και με την ενέργεια ταλάντωσης) είναι:

$$U = \frac{1}{2} 5k x^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} 5k A^2 = \frac{1}{2} 5k \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{5ka^2}{8} = E \therefore$$

Η συνάρτηση της κινητικής ενέργειας είναι:

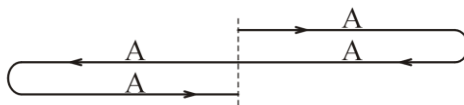
$$E = K + U \Rightarrow K = E - U = U_{\max} - U \Rightarrow K = \frac{5ka^2}{8} - \frac{1}{2} 5k x^2 \therefore (K = \beta - \alpha x^2)$$

...άρα σωστή είναι η Γ.

Θέμα 7 Α.Α.Τ. – Διανυόμενο Διάστημα **Λύση**

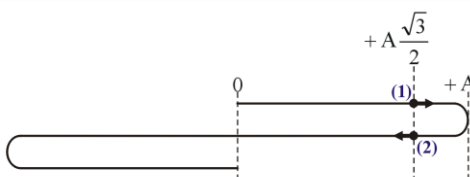
Το χρονικό διάστημα $\Delta t = 7T/3$ αντιστοιχεί σε $6T/3 + T/3 = 2T + T/3$.

Το σώμα διανύει διάστημα $4A$ για κάθε περίοδο, εκτελώντας μια “πλήρη” κίνηση:



Επομένως για τις δύο πρώτες ταλαντώσεις το σώμα έχει διανύσει $4A + 4A = 8A$. Για να βρούμε πόσο θα διανύσει το σώμα στο υπόλοιπο χρονικό διάστημα $T/3$, πρέπει να βρούμε πρώτα τη θέση που θα βρεθεί το σώμα:

$$x = A \eta \mu \omega t = A \eta \mu \frac{2\pi}{T} \frac{T}{3} = A \eta \mu \frac{2\pi}{3} = A \eta \mu \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = A \eta \mu \frac{\pi}{3} = +A \frac{\sqrt{3}}{2}$$



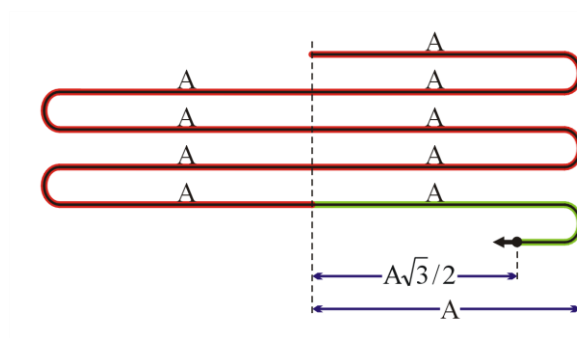
Το σώμα, επομένως, βρίσκεται στη θέση (1) [κινούμενο με $u > 0$] ή στη θέση (2) [κινούμενο με $u < 0$]. Υπολογίζουμε την ταχύτητα, τη στιγμή $T/3$:

$$v = \omega A \sigma \upsilon \nu \omega t = \omega A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi}{T} \frac{T}{3} = \omega A \sigma \upsilon \nu \frac{2\pi}{3} = \omega A \sigma \upsilon \nu \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\omega A \sigma \upsilon \nu \frac{\pi}{3} = -\frac{\omega A}{2} \Rightarrow v < 0$$

Στο ίδιο συμπέρασμα μπορούμε να καταλήξουμε και να σκεφτούμε ότι $T/3 > T/4$, άρα το σώμα επιστρέφει από την ακραία θέση $+A$.

Άρα το σώμα βρίσκεται στη θέση (2): θέση $x = +A\sqrt{3}/2$ και ταχύτητα $v < 0$.

Το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το σώμα υπολογίζεται από το παρακάτω σχήμα:



Για χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{7T}{6} = \frac{6T}{6} + \frac{T}{6} = 2T + \frac{T}{6}$ το σώμα διανύει:

$$S_{ολ.} = 8A + \left[A + \left(A - \frac{A\sqrt{3}}{2} \right) \right] = 10A - \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

...άρα σωστή είναι η Γ.

Θέμα 8 Η/Μ - Τεντώνοντας το Πηνίο Λύση

- Στο κύκλωμα **I** έχουμε:

$$R_{εξ.(I)} = R$$

$$I_{(I)} = \frac{E}{R_{εξ.(I)} + r} = \frac{E}{R + R/4} = \frac{E}{5R/4} = \frac{4E}{5R}$$

$$B_{(I)} = \mu_0 I_{(I)} \frac{N}{\ell} = \mu_0 \frac{4E}{5R} \frac{N}{\ell} = \frac{4}{5} \mu_0 \frac{E}{R} \frac{N}{\ell}$$

- Στο κύκλωμα **II** έχουμε:

Λόγω του τύπου $R = \rho L/S$, αφού κόβουμε το πηνίο στη μέση, έχουμε το μισό μήκος του σύρματος ($L' = L/2$), άρα:

$$R_{εξ.(II)} = R/2$$

$$I_{(II)} = \frac{E}{R_{εξ.(II)} + r} = \frac{E}{R/2 + R/4} = \frac{E}{3R/4} = \frac{4E}{3R}$$

Επίσης με το κόψιμο του πηνίου έχουμε τον μισό αριθμό σπειρών ($N' = N/2$), αλλά λόγω του τεντώματος το μήκος (ℓ) του πηνίου παραμένει το ίδιο ($\ell' = \ell$). Τελικά έχουμε:

$$B_{(II)} = \mu_0 I_{(II)} \frac{N'}{\ell'} = \mu_0 \frac{4E}{3R} \frac{N/2}{\ell} = \mu_0 \frac{4E}{3R} \frac{N}{2\ell} = \frac{2}{3} \mu_0 \frac{E}{R} \frac{N}{\ell}$$

- Διαιρώντας κατά μέλη τις εντάσεις των μαγνητικών πεδίων έχουμε:

$$\frac{B_{(I)}}{B_{(II)}} = \frac{\frac{4}{5} \mu_0 \frac{E}{R} \frac{N}{\ell}}{\frac{2}{3} \mu_0 \frac{E}{R} \frac{N}{\ell}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

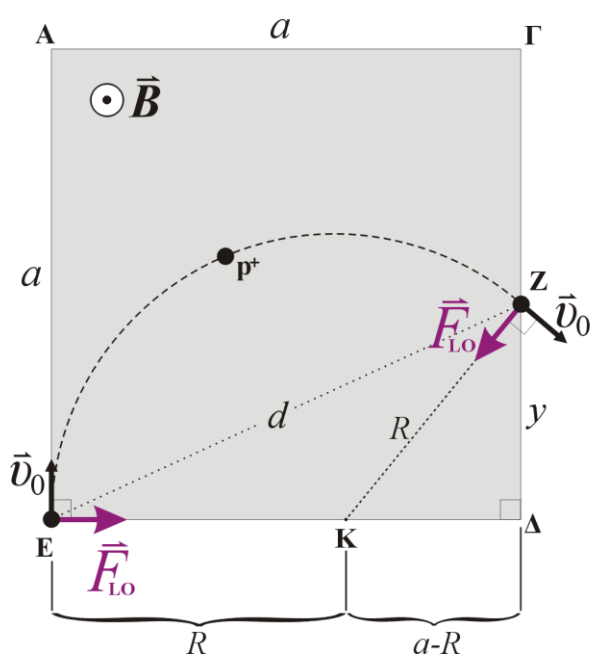
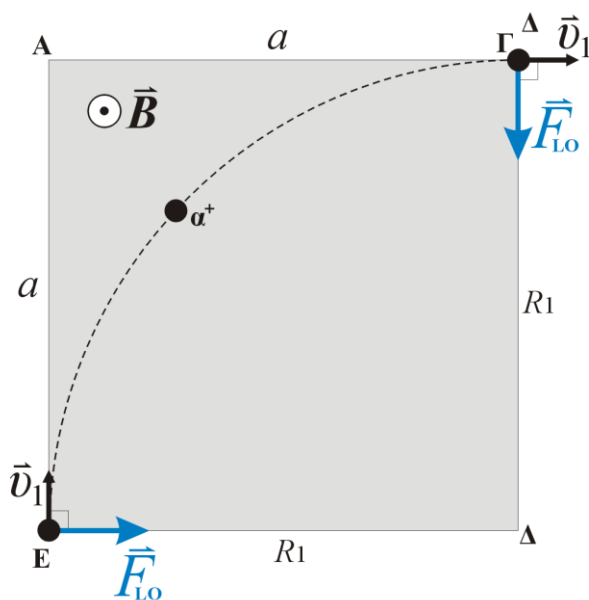
...άρα σωστή είναι η Β.

Θέμα 9 Η/Μ - Κινήσεις φορτίων σε μαγνητικά πεδία Λύση

- για το σωματίδιο α^+ :

Οι δυνάμεις Lorentz «δείχνουν» το Δ ($\vec{F}_{Lo} \perp \vec{v}_1$), επομένως το Δ είναι το κέντρο της τροχιάς και...

$$R_1 = a \Rightarrow \frac{m_\alpha v_1}{Bq_\alpha} = a \Rightarrow \frac{4mv_1}{B2q} = a \Rightarrow \frac{2mv_1}{Bq} = a \quad (1)$$



- για το πρωτόνιο p^+ :

π.θ.(ΕΔΖ): $d^2 = a^2 + y^2 \Rightarrow (a\sqrt{\frac{6}{5}})^2 = a^2 + y^2 \Rightarrow a^2 \frac{6}{5} = a^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = a^2 \frac{6}{5} - a^2 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{5}a^2 \Rightarrow y = \frac{a}{\sqrt{5}}$

Σχεδιάζοντας τις δυνάμεις Lorentz στα σημεία E και Z, βλέπουμε ότι τέμνονται στο σημείο K (κέντρο της κυκλικής τροχιάς του πρωτονίου). Οι αποστάσεις (EK) και (ZK) είναι ακτίνες.

π.θ.(ΚΔΖ):

$$R^2 = (a - R)^2 + y^2 \Rightarrow R^2 = a^2 + R^2 - 2aR + y^2 \Rightarrow 2aR = a^2 + y^2 \Rightarrow 2aR = a^2 + \frac{a^2}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2aR = \frac{6a^2}{5} \Rightarrow 2R = \frac{6a}{5} \Rightarrow R = \frac{6a}{10} \Rightarrow R = \frac{3a}{5}$$

- Για την ακτίνα του πρωτονίου έχουμε:

$$R = \frac{m_p v_0}{Bq_p} \Rightarrow \frac{3a}{5} = \frac{mv_0}{Bq} \xrightarrow{(1)} \frac{3}{5} \frac{2mv_1}{Bq} = \frac{mv_0}{Bq} \Rightarrow v_0 = \frac{6}{5}v_1 \therefore$$

άρα σωστή είναι η **B**.

Θέμα 10 Κβαντική – Σκέδαση Compton **Λύση**

- Για τα μήκη κύματος Compton έχουμε:

$$\lambda_{C(e)} = \frac{h}{m_e c}$$

$$\lambda_{C(n)} = \frac{h}{m_n c} = \frac{h}{1836 m_e c} = \frac{\lambda_{C(e)}}{1836}$$

- Για το φωτόνιο που σκεδάζεται από το ηλεκτρόνιο:

$$\lambda_e = \lambda - \frac{h}{m_e c} (1 - \cos 30^\circ) \Rightarrow \lambda_e - \lambda = \lambda_{C(e)} (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow \Delta \lambda_e = \lambda_{C(e)} (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \quad (1)$$

- Για το φωτόνιο που σκεδάζεται από το νετρόνιο:

$$\lambda_n = \lambda - \frac{h}{m_n c} (1 - \cos 60^\circ) \Rightarrow \lambda_n - \lambda = \lambda_{C(n)} (1 - \frac{1}{2}) \Rightarrow \Delta \lambda_n = \frac{\lambda_{C(e)}}{1836} \frac{1}{2} \quad (2)$$

- Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{\Delta \lambda_e}{\Delta \lambda_n} = \frac{\lambda_{C(e)} (1 - \frac{\sqrt{3}}{2})}{\frac{\lambda_{C(e)}}{1836} \frac{1}{2}} = 1836 \cdot 2 (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) = 1836 (2 - \sqrt{3}) \quad \therefore$$

...άρα σωστή είναι η Γ.

Επιμέλεια: Αναστάσιος Νέζης

<https://nezistasos.wixsite.com/nezistasos>

nezistasos@gmail.com