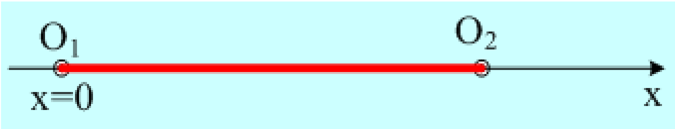
2.2. Συμβολή και στάσιμα κύματα. Ομάδα Γ.

2.2.21. Κύματα σε γραμμικό ελαστικό μέσο.

Δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 παράγουν αρμονικά κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα υ=2m/s κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου με άκρα τα σημείο O_1 και O_2 όπου (O_1O_2)=4m.



Η εξίσωση ταλάντωσης των πηγών είναι:

y= 5 ημ2πt (y! cm, t ! s)

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγονται θεωρώντας x=0 τη θέση της πηγής O_1.

ii) Να σχεδιάστε στιγμιότυπα που να δείχνει την απομάκρυνση των διαφόρων σημείων του μέσου, σε συνάρτηση με την θέση τους x, τις χρονικές στιγμές:

α) t_1= 0,75s. β) t_2= 1,25s και

2.2.22. Επαναληπτικό πρόβλημα στη συμβολή κυμάτων.

Δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ που απέχουν απόσταση d=8m, παράγουν στην επιφάνεια ενός υγρού αρμονικά κύματα που έχουν ταχύτητα διάδοσης υ=20m/s. Η εξίσωση της απομάκρυνσης των πηγών σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση y=0,4ημ20πt (S.I.).

i) Σε ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού που απέχει απόσταση r_1=4m από την πηγή $Π_1$ και απόσταση r_2 από την πηγή $Π_2$ με $r_2 > r_1$, τα δύο κύματα φτάνουν με χρονική καθυστέρηση Δt=0,2s.

α) Να διερευνήσετε αν στο σημείο Σ έχουμε ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή.

β) Να βρεθεί η απόσταση r_2.

γ) Να βρεθεί η υπερβολή ενίσχυσης ή απόσβεσης στην οποία βρίσκεται το σημείο Σ.

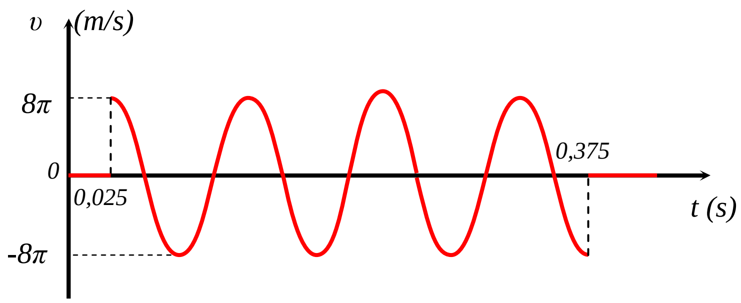
δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0.

ε) Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του Σ τη χρονική στιγμή t=0,45s.

ζ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το υλικό σημείο Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0 αν θεωρήσουμε ότι η στοιχειώδης μάζα του υλικού σημείου Σ είναι $m=5\cdot 10^{-3}$ Kg.

η) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο για t≥0.

ii) Για ένα σημείο Ρ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$ και απέχει x_1 και x_2 $(x_1>x_2)$ από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αντίστοιχα, η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσής του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



α) Να διερευνήσετε αν στο σημείο Ρ έχουμε ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή.

β) Να βρεθούν οι αποστάσεις x_1 και x_2. Σε ποια υπερβολή ενίσχυσης ή απόσβεσης βρίσκεται το σημείο Ρ;

γ) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης του σημείου Ρ σε συνάρτηση με το χρόνο, για κάθε κύμα ξεχωριστά. Ποια αρχή επιβεβαιώνεται από τις γραφικές παραστάσεις;

iii) Να βρείτε ποια σημεία μεταξύ των $Π_1$ και $Π_2$ ταλαντώνονται με ενέργεια ταλάντωσης ίση με την ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Σ και ποια σημεία μεταξύ των $Π_1$ και $Π_2$ ταλαντώνονται με ενέργεια ταλάντωσης ίση με την ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Ρ αν θεωρήσουμε ότι όλα τα υλικά σημεία μεταξύ των πηγών έχουν την ίδια στοιχειώδη μάζα με το Σ.

iv) Να σχεδιάσετε τις υπερβολές ενίσχυσης και απόσβεσης μεταξύ των πηγών $Π_1$ και $Π_2$.

v) Να βρείτε τη διαφορά των αποστάσεων από τις δύο πηγές για ένα σημείο Λ που ανήκει στην $2^η$ υπερβολή αποσβεστικής συμβολής δεξιά της μεσοκαθέτου του $Π_1Π_2$.

vi) Ένα σημείο Κ της επιφάνειας του υγρού που ανήκει στην $5^η$ υπερβολή ενισχυτικής συμβολής δεξιά της υπερβολής του Σ, μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων σε αυτό ταλαντώνεται με εξίσωση $y=0,8ημ(20πt-5π)$ (S.I.). Να βρείτε τις αποστάσεις d_1 και d_2 του σημείου Κ από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$.
Δίνεται: $π^2=10$.

2.2.23. Η επιφανειακή συμβολή, μια συνθήκη, το πλήθος και η Δφ.

Δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 που απέχουν απόσταση d=24cm, αρχίζουν να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή t=0 με εξισώσεις $y_1=y_2=Aημωt$ ($y \to cm$, $t \to s$) αντίστοιχα και δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια νερού που ηρεμεί. Τη χρονική στιγμή $t_1=1{,}175s$ στα σημεία Σ και Ν που βρίσκονται στην επιφάνεια του νερού και αριστερά της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος O_1O_2, έχει φθάσει μόνο το κύμα που δημιουργεί η πηγή O_1. Η φάση του σημείου Σ τη χρονική στιγμή t_1 είναι $φ_Σ=3π$ rad. Την ίδια χρονική στιγμή η διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου Σ και του σημείου Ν είναι $Δφ = \frac{9π}{2}$ rad. Εάν οι αποστάσεις που απέχει το σημείο Σ από τις πηγές O_1 και O_2 είναι $O_1Σ= r_1=20{,}5cm$ και $O_2Σ=r_2=24{,}5cm$ αντίστοιχα και η απόσταση του σημείου Ν από την πηγή O_1 είναι $O_1N= r'_1=16cm$, να υπολογιστούν:

A_1. Το μήκος κύματος λ των παραγομένων από τις πηγές O_1 και O_2 αρμονικών κυμάτων καθώς και η περίοδος τους Τ.

A_2. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων υ στην επιφάνεια του νερού.

B_1. Εάν μετά την συμβολή των δύο κυμάτων στα σημεία Σ και Ν, το σημείο Ν βρίσκεται πάνω σε υπερβολή αριστερά της μεσοκαθέτου του τμήματος O_1O_2 και ταλαντώνεται με ενέργεια ταλάντωσης ίση με το μισό της ενέργειας ταλάντωσης του σημείου Σ, να βρεθεί μία παραμετρική συνθήκη που να συνδέει τις αποστάσεις r'_1 και r'_2 από τις πηγές O_1 και O_2 των σημείων της επιφάνειας του νερού που βρίσκονται μεταξύ των δύο πηγών και ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος με το σημείο Ν. Εάν το Ν βρίσκεται πάνω στην υπερβολή που αντιστοιχεί στην τιμή 9 της παραμέτρου, να βρεθεί η απόσταση O_2N που απέχει από την πηγή O_2.

B_2. Μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, να υπολογιστεί το πλήθος των υπερβολών που αποτελούνται από σημεία που ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος με το σημείο Ν και βρίσκονται μεταξύ των σημείων Ν και Σ.

B_3. Να υπολογιστεί το πλήθος των σημείων της επιφάνειας του νερού που βρίσκονται στην ευθεία O_2N και παραμένουν ακίνητα μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.

Γ. Να γίνει η γραφική παράσταση της διαφοράς φάσης Δφ μεταξύ των σημείων Ν και Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο ταλάντωσης t. Να θεωρήσετε ότι όλα τα σημεία της επιφάνειας του νερού έχουν την ίδια μάζα και ότι τα κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού χωρίς απώλειες ενέργειας.

2.2.24. Το πλάτος και η διαφορά φάσης στο στάσιμο κύμα.

Στα άκρα Α και Β μιας ομογενούς χορδής ΑΒ μήκους l=64cm που έχει την διεύθυνση του άξονα $x'ox$ υπάρχουν δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων, που ταλαντώνονται με εξίσωση $y_A = y_B = A\eta\mu\omega t$ (S.I.). Τα δύο αρμονικά κύματα διαδιδόμενα με αντίθετες φορές συμβάλλουν τη χρονική στιγμή t=0 στο μέσο Ο της χορδής που θεωρείται και η αρχή του άξονα $x'ox(x=0)$. Από τη συμβολή των δύο αρμονικών κυμάτων δημιουργείται στάσιμο κύμα και στο σημείο Ο δημιουργείται κοιλία. Ένα σημείο Ζ της χορδής (X_Z= -24cm) αρχίζει να ταλαντώνεται και μετά από χρόνο Δt=1,5s τετραπλασιάζεται η ενέργεια ταλάντωσης του. Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Ζ γίνεται μέγιστη 20 φορές σε χρόνο 5s. Όταν μεγιστοποιείται η δυναμική ενέργεια του σημείου Ζ, η θέση του και η θέση του πλησιέστερου σε αυτό σημείου που επίσης έχει μέγιστη δυναμική ενέργεια, ορίζουν ευθύγραμμο τμήμα μήκους d=10cm.

Α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Ζ σε συνάρτηση με το χρόνο y_Z (t) και να γίνει η γραφική παράσταση της.

B_1. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο της χορδής y=f(x) τη χρονική στιγμή t=0,375s.

B_2. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης των διαφόρων σημείων της χορδής ΑΒ σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή τους x από τη θέση Ο , φ=φ(x), τη χρονική στιγμή t=0,375s.

B_3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης των διαφόρων σημείων της χορδής ΑΒ σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή τους x από τη θέση Ο, $|A'| = |A'|(x)$.

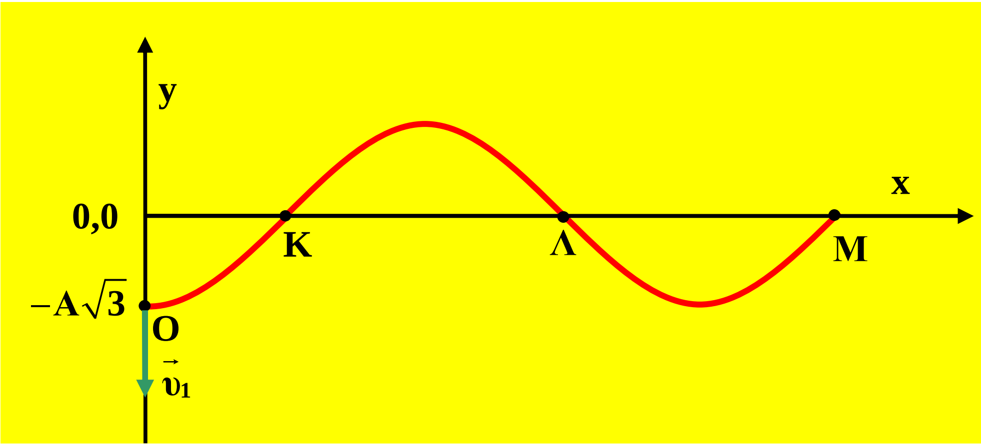
Γ. Να βρεθούν οι αποστάσεις που απέχουν από το σημείο Ο τα σημεία της χορδής, που μετά τη δημιουργία του στασίμου κύματος, ταλαντώνονται με ενέργεια ίση με το 25% της ενέργειας του σημείου Ζ και έχουν την ίδια φάση με αυτό. Να θεωρήσετε ότι όλα τα σημεία της χορδής ΑΒ έχουν την ίδια μάζα.

2.2.25. Με αφορμή ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος

Σε μια χορδή μεγάλου μήκους, έχει διαμορφωθεί στάσιμο κύμα της μορφής:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cdot \eta\mu(\omega t),\ \text{όπου } A = 0{,}2\ m \text{ και } \omega = 20\pi\ rad/s.$$

Στο σχήμα, δίνεται ένα τμήμα του στιγμιότυπου του στάσιμου κύματος αυτού κάποια χρονική στιγμή t_1, στην περιοχή από $x = 0$ μέχρι το σημείο Μ στη θέση $x_M = 0{,}5$ m. Στα σημεία Κ , Λ , Μ είναι δεσμοί , ενώ το υλικό σημείο Ο στη θέση $x = 0$, κινείται κατά την αρνητική φορά.



Να υπολογίσετε:

Το μήκος κύματος λ.

vii) Την ταχύτητα στη θέση $x = 0$ την χρονική στιγμή t_1 .

viii) Σε πόσο χρόνο ,τα υλικά σημεία της χορδής που ταλαντώνονται, θα σταματήσουν να κινούνται για πρώτη φορά μετά την χρονική στιγμή t_1.

ix) Τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία που βρίσκονται στις θέσεις $x = x_k = \left(\frac{12k+1}{3}\right)\cdot\frac{\lambda}{4}$, την χρονική στιγμή t_1 , όπου $k = 0,1,2,3,\ldots$.

2.2.26. Το στάσιμο κύμα είναι ειδική περίπτωση συμβολής

Θεωρούμε μια οριζόντια ελαστική χορδή μεγάλου μήκους, Έστω $\Sigma_1\Sigma_2$ ένα τμήμα της χορδής μήκους d=36cm. Την στιγμή t=0 ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους Α=5cm συχνότητας f=2Hz και ταχύτητας διάδοσης υ=48cm/s φτάνει στο σημείο Σ_1 με φορά διάδοσης από το Σ_1 προς το Σ_2. Την ίδια χρονική στιγμή στο σημείο Σ_2 φτάνει ένα δεύτερο κύμα με το ίδιο πλάτος την ίδια συχνότητα και το ίδιο μήκος κύματος διαδιδόμενο από το Σ_2 προς το Σ_1.

Υποθέτουμε ότι τα σημεία Σ_1και Σ_2 την στιγμή t=0 έχουν ταχύτητες παράλληλες και ομόρροπες

Α) Να εξηγήσετε γιατί μεταξύ των σημείων Σ_1 και Σ_2 θα δημιουργηθεί στάσιμο κύμα.

Έστω t_1 η χρονική στιγμή κατά την οποία έχει ολοκληρωθεί η δημιουργία στασίμου κύματος σε ολόκληρο το τμήμα $Σ_1Σ_2$

Β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων του τμήματος $Σ_1Σ_2$ ως συνάρτηση της απόστασής τους από το σημείο $Σ_1$, μετά την χρονική στιγμή t_1.

Γ) Να υπολογίσετε το πλήθος και τις θέσεις των δεσμών που σχηματίζονται στο τμήμα $Σ_1Σ_2$.

Δ) Να υπολογίσετε το πλήθος και τις θέσεις των κοιλιών που σχηματίζονται στο τμήμα $Σ_1Σ_2$.

Ε) Να κάνετε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης των σημείων του τμήματος $Σ_1Σ_2$ ως συνάρτηση της απόστασής τους από το σημείο $Σ_1$ τις στιγμές t_2=1s και t_3=1,125s

Να μελετηθεί το ίδιο πρόβλημα αν την στιγμή t=0 τα σημεία $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν ταχύτητες παράλληλες και αντίρροπες.

2.2.27. Διακρότημα τόσο στην κυματομορφή όσο και στο στιγμιότυπο

Θεωρούμε μια οριζόντια ελαστική χορδή μεγάλου μήκους, Έστω $Σ_1Σ_2$ ένα τμήμα της χορδής μήκους d=2m. Την στιγμή t=0 ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους A=0,5cm γωνιακής συχνότητας $ω_1$=21π rad/s και ταχύτητας διάδοσης υ=1 m/s φτάνει στο σημείο $Σ_1$ με φορά διάδοσης από το $Σ_1$ προς το $Σ_2$. Την ίδια χρονική στιγμή στο σημείο $Σ_2$ φτάνει ένα δεύτερο κύμα με το ίδιο πλάτος, την ίδια ταχύτητα διάδοσης και γωνιακή συχνότητα $ω_2$=19π rad/s διαδιδόμενο από το $Σ_2$ προς το $Σ_1$.

Υποθέτουμε ότι τα σημεία $Σ_1$και $Σ_2$ την στιγμή t=0 έχουν ταχύτητες παράλληλες και ομόρροπες.

α) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας του, συναρτήσει του χρόνου, ενός σημείου Σ του ευθυγράμμου τμήματος $Σ_1Σ_2$ που απέχει απόσταση x από το σημείο $Σ_1$, από την στιγμή 2s και μετά.

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας του μέσου Μ του ευθυγράμμου τμήματος $Σ_1Σ_2$ από την στιγμή 0 έως την στιγμή 4s (κυματομορφή).

γ) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος $Σ_1Σ_2$ συναρτήσει της απόστασής τους από το σημείο $Σ_1$την χρονική στιγμή t=4s.

2.2.28. Εξισώσεις κυμάτων και συμβολή τους.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από αριστερά προς τα δεξιά (προς την θετική κατεύθυνση), διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο φτάνει τη στιγμή t_0 =0, στο σημείο Ο, στη θέση x=0. Το σημείο Ο αρχίζει την ταλάντωσή του από την θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση και φτάνει στην ακραία θέση της ταλάντωσής του τη στιγμή t_1=0,5s, ενώ στο μεταξύ το κύμα έχει διαδοθεί κατά 0,25m, δεξιότερα του Ο. Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων ταλάντωσης του Ο είναι 0,4m.

i) Να υπολογιστούν η περίοδος, το πλάτος και το μήκος του κύματος.

ii) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.

iii) Να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2=3s, για τα σημεία του θετικού ημιάξονα.

Κατά μήκος του ίδιου ελαστικού μέσου, διαδίδεται ταυτόχρονα ένα δεύτερο κύμα, από δεξιά προς τα αριστερά, με την ίδια συχνότητα και πλάτος, το οποίο τη στιγμή $t_0=0$ φτάνει σε ένα σημείο Κ, στη θέση $x_K=3{,}5m$, το οποίο επίσης αρχίζει να ταλαντώνεται προς την θετική κατεύθυνση.

iv) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος αυτού.

v) Τα δύο κύματα συμβάλλουν και έτσι προκύπτει ένα στάσιμο κύμα. Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών στην περιοχή $0 \le x \le 3{,}5m$

vi) Να σχεδιάστε ένα στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος στην παραπάνω περιοχή τη χρονική στιγμή $t_3=9s$.

2.2.29. Επιφανειακή συμβολή

Δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων Π_1 και Π_2 βρίσκονται στην επιφάνεια ενός υγρού και αρχίζουν να ταλαντώνονται την χρονική στιγμή ***t=0*** με εξίσωση της μορφής ***y=0,1ημωt(S.I.)***. Οι δύο πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση ***d*** και τα κύματα που δημιουργούν διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα ***2m/s***. Δύο σημεία ενισχυτικής συμβολής ***Κ*** και ***Λ*** απέχουν από τις πηγές αποστάσεις τέτοιες ώστε $\Pi_2K-\Pi_1K=0{,}8m$ και $\Pi_1\Lambda-\Pi_2\Lambda=1{,}6m$ και πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΜΝ υπάρχουν άλλα ***πέντε*** (εκτός από τα Κ και Λ) ενισχυτικής συμβολής. Οι υπερβολές που διέρχονται από τα Κ και Λ τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα $(\Pi_1\Pi_2)$ στα σημεία Μ και Ν αντίστοιχα με $(\Pi_1M)=1m$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την συχνότητα των κυμάτων.

β) Να υπολογίσετε την απόσταση d των δύο πηγών.

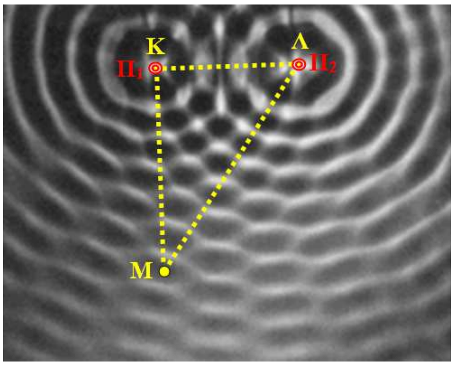
γ) Να βρείτε το μήκος την απόσταση (ΜΝ).

δ) Να βρείτε την απόσταση από την πηγή Π_1 του πλησιέστερου στην μεσοκάθετο σημείου Σ του ευθυγράμμου τμήματος που η ενέργειά ταλάντωσής του ισούται με το 50% της ενέργειας ταλάντωσης του σημείου Κ.

ε) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή τα σημεία Κ και Σ βρίσκονται για $1^η$ φορά σε θέση μέγιστης απομάκρυνσης μετά την έναρξη της συμβολής σε αυτά εάν το Κ ξεκινά να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή ***0,5s***.

στ) Να βρείτε πόση θα έπρεπε να είναι η αρχική φάση της πηγής Π_2, ώστε μετά τη συμβολή, ένα φελλός που τοποθετείται στο σημείο Κ να παραμένει διαρκώς ακίνητος.

2.2.30. Συμβολή κυμάτων και η εξίσωση ταχύτητας ενός σημείου



Στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας ενός υγρού βρίσκονται δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 παραγωγής αρμονικών κυμάτων, οι οποίες αρχίζουν να εκτελούν τη στιγμή t=0 ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση με εξίσωση ***y=Aημωt***. Σημείο Μ βρίσκεται σε τέτοια θέση στην επιφάνεια του υγρού, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, ώστε να σχηματίζεται ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ. Δίνονται οι αποστάσεις ***(ΚΛ)=3cm*** και ***(ΚΜ)=40/3cm***. Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Μ λόγω της συμβολής των κυμάτων περιγράφεται σε συνάρτηση με το χρόνο από την εξίσωση:

$$u_M = 0,2\pi\sigma\upsilon\nu(4\pi t - 27\pi)\ (S.I.)$$

α. Να υπολογίσετε την περίοδο, το μήκος κύματος και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν.

β. Να βρεθεί η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Μ τις χρονικές στιγμές:

i) t_1=6,75s ii) t_2=7,125s

γ. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή πρώτη φορά, λόγω της συμβολής, η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του Μ μεγιστοποιείται.

δ. Να υπολογίσετε τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΚΜ που λόγω της συμβολής ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

ε. Με κατάλληλη μεταβολή της συχνότητας των δύο πηγών το σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού παραμένει συνεχώς ακίνητο. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της συχνότητας για την οποία συμβαίνει αυτό.

2.2.31. Δυο πηγές που δεν συγχρονίστηκαν.

Στην επιφάνεια ενός υγρού ηρεμούν δυο πηγές κυμάτων O_1 και O_2, που μπορούν να εκτελέσουν κατακόρυφες αρμονικές ταλαντώσεις πλάτους Α=0,2m με συχνότητα *f=1Hz*, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους απόσταση (O_1O_2)=4m. Κάποια στιγμή, έστω t=0, η πηγή O_1 ξεκινά την ταλάντωσή της κινούμενη προς τα πάνω. Η πηγή O_2 όμως καθυστερεί να ξεκινήσει την ταλάντωσή της κατά 0,5s, κινούμενη με τον ίδιο τρόπο. Στην επιφάνεια του υγρού διαδίδονται έτσι δύο κύματα, τα οποία δεχόμαστε ότι διατηρούν σταθερό πλάτος, με ταχύτητα υ=2m/s.

i) Από ποιες εξισώσεις περιγράφονται τα κύματα που δημιουργούνται;

ii) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου Μ, το οποίο βρίσκεται στο μέσον του τμήματος O_1O_2.

iii) Ένα άλλο σημείο Σ ταλαντώνεται με πλάτος 0,4m, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων. Να βρεθεί μια σχέση που συνδέει τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις δύο πηγές.

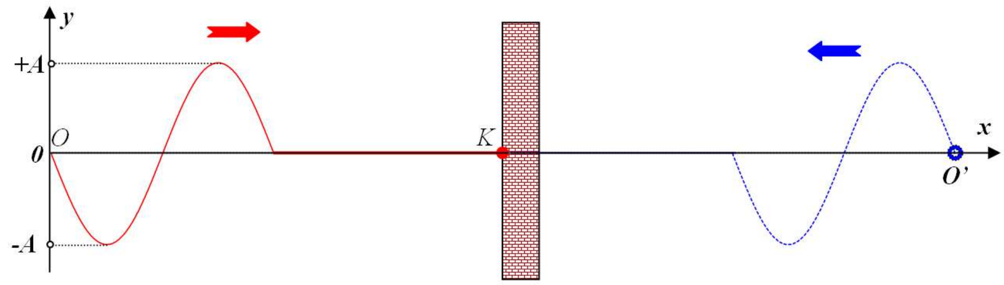
iv) Πόσες υπερβολές ενισχυτικής συμβολής σχηματίζονται στην επιφάνεια του υγρού;

2.2.32. Στάσιμο κύμα σε χορδή.

Χορδή μήκους ***L*** που ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Οx έχει στερεωμένο το δεξί της άκρο Κ στη θέση ***x=+L*** του άξονα, ενώ το αριστερό της άκρο Ο που βρίσκεται στην αρχή του άξονα ***(x=0)*** αρχίζει την χρονική στιγμή ***t=0*** να ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης ***y=Αημ(2πft)(S.I.)***, οπότε αρχίζει να διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα μέτρου ***u***.

α) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή το κύμα φτάνει στο σημείο Κ και να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.

Υποθέστε ότι σε συμμετρικό σημείο Ο’ του Ο ως προς Κ του θετικού ημιάξονα Οx βρίσκεται ***μία υποθετική(δευτερογενής) πηγή*** παραγωγής αρμονικών κυμάτων η οποία αρχίζει να ταλαντώνεται κατακόρυφα την χρονική στιγμή t=0 με ***u<0*** και με πλάτος ***Α*** και συχνότητα ***f***.



β) Ποια η χρονική εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Ο';

γ) Ποια χρονική στιγμή το κύμα που προκαλείται από την υποθετική πηγή Ο' φτάνει στο σημείο Κ και ποια η εξίσωση αυτού του αρμονικού κύματος;

δ) Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται.

ε) Για ποιες τιμές το αριστερό άκρο της χορδής είναι δεσμός και για ποιες κοιλία.

Θεωρώντας ***L=0,9m***, ***A=0,1m*** , ***u=3m/s*** και ότι η μέγιστη απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και μίας κοιλίας κατά την διάρκεια ταλάντωσης είναι d_{max}***=0,25m:***

στ) να βρείτε το μήκος κύματος λ και τον συνολικό αριθμό δεσμών σε όλο το μήκος της χορδής.

ζ) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος όταν ολοκληρώνεται η δημιουργία στάσιμου κύματος σε όλη τη χορδή.

η) Να βρείτε την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του υλικού σημείου Λ που απέχει από το αριστερό άκρο απόσταση 0,5m μετά από 0,2s από τη στιγμή που ολοκληρώθηκε η συμβολή.

θ) Να βρεθεί κατά πόσο πρέπει να μεταβάλλουμε την συχνότητα των τρέχοντων κυμάτων ώστε να στην χορδή να σχηματιστούν δύο επιπλέον δεσμοί χωρίς να μεταβληθεί η κινητική κατάσταση του αριστερού άκρου Π.

2.2.33. Ένα πρόβλημα συμβολής κυμάτων

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ που απέχουν απόσταση 12cm, βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα της ελεύθερης επιφάνειας νερού και προκαλούν εγκάρσια κύματα συχνότητας f=100Hz διαδιδόμενα με ταχύτητα υ = 4 m/s και σταθερό πλάτος Α=1cm.

i) Να βρείτε το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι δύο πηγές.

ii) Θεωρούμε την ευθεία (ε) παράλληλη στην επιφάνεια του νερού, η οποία είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ στο σημείο Β.

iii) Ένα σημείο Μ βρίσκεται στην ευθεία (ε) και απέχει από το σημείο Β απόσταση 9cm. Να αποδείξετε ότι το σημείο Μ είναι συνεχώς ακίνητο.

iv) Να βρεθεί η απόσταση από το σημείο Β του πλησιέστερου προς το Μ σημείου το οποίο επίσης είναι συνεχώς ακίνητο.

v) Να βρεθεί το πλήθος των σημείων της ευθείας (ε) που είναι συνεχώς ακίνητα.

2.2.34. Το πλάτος ταλάντωσης κατά την επιφανειακή συμβολή.

Στην παραπάνω εικόνα, βλέπουμε τη διάδοση ενός κύματος στην επιφάνεια ενός υγρού. Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε ότι όταν απομακρυνόμαστε από την πηγή, το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται. Αυτό δικαιολογείται, αφού καθώς το κύμα απλώνεται στην επιφάνεια, η ενέργεια ταλάντωσης διαμοιράζεται συνεχώς και σε περισσότερα υλικά σημεία.

Έστω τώρα ότι στην επιφάνεια ενός υγρού, έχουμε δύο σύγχρονες πηγές κύματος O_1 και O_2 οι οποίες αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα, τη στιγμή $t_0=0$, με εξισώσεις $y=0{,}05\cdot ημ2πt$ (μονάδες στο S.I.) δημιουργώντας έτσι εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα 0,4m/s. Η απόσταση των δύο πηγών είναι 0,8m. Παρατηρούμε ότι ένα σημείο Μ, στο μέσον της απόστασης των δύο πηγών ταλαντώνεται με πλάτος 8cm.

i) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Μ.

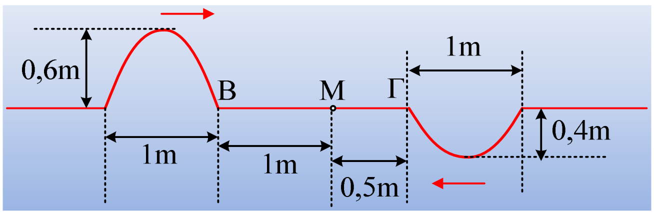
ii) Το σημείο Σ, απέχει αποστάσεις $r_1=0{,}4m$ και $r_2=0{,}8m$ από τις δυο πηγές αντίστοιχα. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων μπορεί να είναι:

α) 0,02m β) 0,04m γ) 0,06m δ) 0,08m

iii) Ένα άλλο σημείο Ρ, απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις $r_1=0{,}6m$ και $r_2=0{,}4m$ αντίστοιχα. Το κύμα από την πρώτη πηγή, φτάνοντας στο σημείο Ρ έχει πλάτος 0,03m. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Ρ, μετά την συμβολή των δύο κυμάτων.

2.2.35. Συμβολή δύο παλμών.

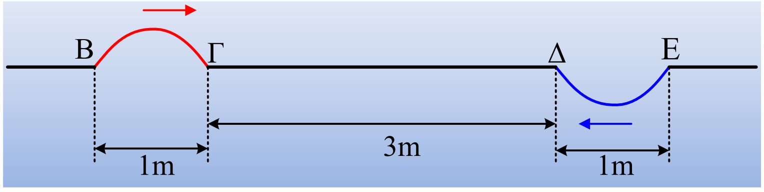
Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδονται αντίθετα δύο αρμονικοί παλμοί και σε μια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$, η μορφή του μέσου, είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



Το χρονικό διάστημα που διαρκεί η ταλάντωση του σημείου Β είναι Δt=1s. Αντλώντας δεδομένα από το παραπάνω σχήμα, να υπολογίσετε για την χρονική στιγμή $t'=\frac{7}{6}s$, την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σημείου Μ.

2.2.36. Διάδοση και συμβολή δύο παλμών.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται με αντίθετη κατεύθυνση δυο αρμονικοί παλμοί πλάτους Α=0,2m με ταχύτητα 1m/s και κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0, απέχουν κατά 3m, ενώ η εικόνα του μέσου, είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



i) Λαμβάνοντας την θέση Γ σαν αρχή του άξονα (x=0) να βρείτε τις εξισώσεις y=f(t,x) που περιγράφουν τους παραπάνω παλμούς.

ii) Να γράψετε την εξίσωση y=f(t,x) για το αποτέλεσμα της συμβολής των παραπάνω παλμών.

iii) Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου τη χρονική στιγμή t_1=2s. Σε δύο παράλληλα σχήματα, να σχεδιάστε επίσης τη μορφή του μέσου, αν:

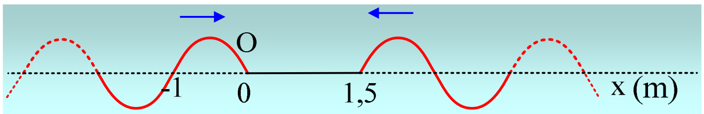
α) Στο μέσον διαδιδόταν μόνο η κυματομορφή που διαδίδεται προς τα δεξιά

β) Στο μέσον διαδιδόταν μόνο η άλλη κυματομορφή.

iv) Να υπολογιστούν την παραπάνω χρονική στιγμή, οι ταχύτητες ταλάντωσης τριών σημείων του μέσου, Κ, Λ και Μ, στις θέσεις x_1=1m, x_2=1,5m και x_3=2m αντίστοιχα.

2.2.37. Δύο τρέχοντα και ένα στάσιμο κύμα.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που θεωρούμε ότι ταυτίζεται με τον άξονα x, διαδίδονται δύο όμοια κύματα πλάτους Α=0,1m, τα οποία διαδίδονται αντίθετα. Τη στιγμή t=0 το πρώτο κύμα φτάνει στο σημείο Ο, στη θέση x=0, ενώ το δεύτερο απέχει κατά 1,5m από το Ο, όπως στο σχήμα.



Αν το Ο θα φτάσει σε μέγιστη απομάκρυνση για πρώτη φορά τη στιγμή t΄=0,25s, ζητούνται:

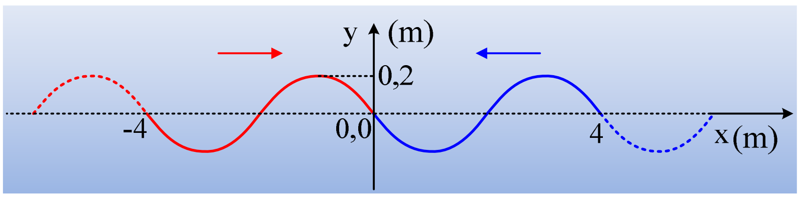
i) Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων.

ii) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που θα προκύψει μετά την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.

iii) Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_1=2s, πόσοι δεσμοί και σε ποιες θέσεις έχουν σχηματισθεί.

iv) Να κάνετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος και για την περιοχή που έχει σχηματισθεί, τη στιγμή t_1.

2.2.38. Ένα στάσιμο κύμα με δεσμό στην αρχική θέση.



Κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου διαδίδονται αντίθετα δύο κύματα με το ίδιο πλάτος A=0,2m και το ίδιο μήκος κύματος λ=4m και τη στιγμή t=0 τα δυο κύματα φτάνουν ταυτόχρονα σε ένα σημείο Ο, το οποίο θεωρούμε αρχή του άξονα (x=0). Η μορφή του μέσου τη στιγμή αυτή, εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα. Τα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα υ=2m/s.

i) Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων.

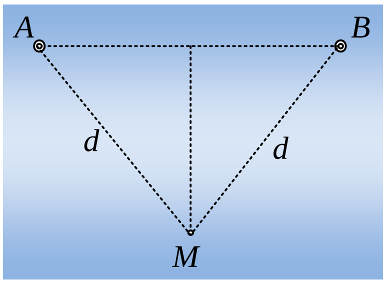
ii) Να βρεθεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει από την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.

iii) Να σχεδιάστε στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τις χρονικές στιγμές t_1=2s και t_2=3s και για την περιοχή που έχει σχηματισθεί το στάσιμο κύμα, στο ίδιο διάγραμμα.

iv) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που ασκείται σε μια σημειακή μάζα Σ, μάζας m=1mg, η οποία βρίσκεται στη θέση x_1=3m, σε συνάρτηση με το χρόνο.

2.2.39. Μια λίγο διαφορετική συμβολή.

Στην επιφάνεια ενός ηρεμούντος υγρού, βρίσκονται δυο πηγές κυμάτων Α και Β, οι οποίες ηρεμούν. Σε μια στιγμή θέτουμε σε κατακόρυφη ταλάντωση την Α πηγή, με συχνότητα *f*=1Hz, οπότε διαδίδεται στην επιφάνεια του υγρού ένα κύμα, το οποίο μετά από 3s φτάνει σε ένα σημείο Μ, που βρίσκεται στην μεσοκάθετη της απόστασης των δύο πηγών απέχοντας d=1,5m από τις πηγές, το οποίο ξεκινά την ταλάντωσή του κινούμενο με κατεύθυνση προς τα πάνω. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Μ είναι 4mm.



Σταματάμε την Α πηγή και θέτουμε σε παρόμοια ταλάντωση τη Β πηγή, οπότε εξαιτίας του νέου κύματος που δημιουργείται το σημείο Μ ταλαντώνεται με πλάτος 3mm και με συχνότητα 1Hz.

i) Να υπολογίστε την ταχύτητα διάδοσης του πρώτου κύματος και να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης του Μ σε συνάρτηση με το χρόνο, όταν ταλαντώνεται μόνο η Α πηγή.

Κάποια στιγμή t_0=0, θέτουμε την Α πηγή σε νέα ταλάντωση και τη στιγμή t_1=1,5s θέτουμε σε ταλάντωση και τη πηγή Β. Και οι δυο πηγές ξεκινούν την ταλάντωσή τους κινούμενες αρχικά με φορά προς τα πάνω.

ii) Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Μ, μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.

iii) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις:

α) της φάσης της απομάκρυνσης του Μ και

β) της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Μ,

για όλο το χρόνο ταλάντωσής του και μέχρι τη στιγμή t_2=6s.

2.2.40. Φάσεις και γραφικές παραστάσεις στην επιφανειακή συμβολή.

Στην επιφάνεια ενός ηρεμούντος υγρού τη στιγμή t_0=0 τίθενται σε ταλάντωση ταυτόχρονα δυο πηγές με συχνότητα 1Hz και με πλάτος 3mm, οπότε δημιουργούν κύματα τα οποία θεωρούμε ότι διαδίδονται με σταθερό πλάτος. Κάθε σημείο στο οποίο φτάνει ένα κύμα ξεκινά την ταλάντωσή του προς τα πάνω. Ένα σημείο Σ απέχει αποστάσεις 0,6m και 1,2m από τις πηγές και το πρώτο κύμα, φτάνει στο Σ τη στιγμή t_1=3s.

i) Να υπολογιστούν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και το μήκος του κύματος.

ii) Αφού βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Σ, μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.

iii) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις:

α) της απομάκρυνσης του σημείου Σ και

β) της φάσης της απομάκρυνσης του Σ

μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=10s.