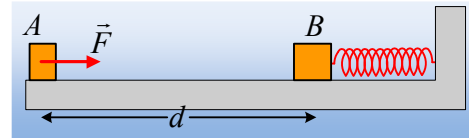


Κρούσεις. Ομάδα Δ'.

4.1.41. Μια κρούση και οι τριβές.

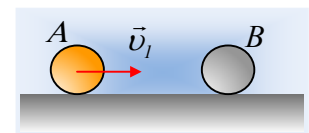
Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες $m=1\text{kg}$ και $M=3\text{kg}$ αντίστοιχα, τα οποία απέχουν απόσταση $d=4,75\text{m}$. Το Β είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=240\text{N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του. Σε μια στιγμή, ασκούμε στο Α σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$, με κατεύθυνση προς το σώμα Β, για χρονικό διάστημα 2s (η δύναμη παύει στη συνέχεια), οπότε το σώμα αποκτά ταχύτητα $v=4\text{m/s}$. Τα δυο σώματα συγκρούονται μετά από λίγο μετωπικά, με αποτέλεσμα να προκληθεί συσπείρωση του ελατηρίου ίση με $0,05\text{m}$, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του Β σώματος. Αν τα σώματα εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής με το οριζόντιο επίπεδο, ενώ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής είναι ίσος με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης και $g=10\text{m/s}^2$, να βρεθούν:



- i) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου.
- ii) Η ταχύτητα του σώματος Α, ελάχιστα πριν την κρούση.
- iii) Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Α, που μεταφέρεται στο Β σώμα κατά την κρούση.
Είναι η παραπάνω κρούση ελαστική ή όχι;
- iv) Η τελική απόσταση μεταξύ των σωμάτων, όταν σταματήσει η κίνησή τους.

4.1.42. Κρούση σφαίρας με άλλη ακίνητη.

Μια σφαίρα Α μάζας $m_1=0,6\text{kg}$ κινείται (χωρίς να στρέφεται) σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα Β, ίσης ακτίνας και μάζας $m_2=0,4\text{kg}$.

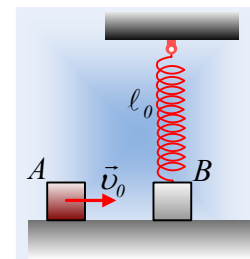


- i) Να βρεθούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την κρούση.
- ii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής και της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας, που οφείλεται στην κρούση.
- iii) Κάποια στιγμή t_1 στη διάρκεια της κρούσης, η ταχύτητα της Α σφαίρας παίρνει την τιμή $u_1=1\text{m/s}$. Να υπολογιστεί η ολική κινητική ενέργεια των δύο σφαιρών τη στιγμή αυτή.
- iv) Ποια η ελάχιστη κινητική ενέργεια των δύο σφαιρών στη διάρκεια της κρούσης;

4.1.43. Ας βγάλουμε την τρίχα και ας απογειωθούμε!

Ένα σώμα Α μάζας $m=0,5\text{kg}$ κινείται ευθύγραμμα σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v_0 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα Β, μάζας $M=1\text{kg}$, το οποίο ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, το οποίο έχει το φυσικό του μήκος $l_0=2\text{m}$ και σταθερά $k=50\text{N/m}$, όπως στο διπλανό σχήμα. Το σώμα Α μετά την κρούση κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $v_A'=2,5\text{m/s}$.

- i) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα v_0 του Α σώματος, καθώς και η κινητική ενέργεια που μεταφέρθηκε στη διάρκεια της κρούσης στο σώμα Β.
- ii) Να υπολογίσετε το μήκος του ελατηρίου τη στιγμή που το σώμα Β χάνει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο.
- iii) Την παραπάνω χρονική στιγμή να υπολογιστούν η κινητική ενέργεια και η επιτάχυνση του σώματος Β.

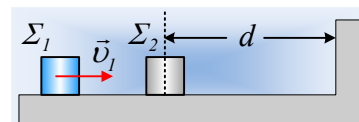


- iv) Αν το μέγιστο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο θα φτάσει το σώμα Β είναι $H=1\text{m}$, ενώ στη θέση αυτή το ελατήριο έχει μήκος $l=1,7\text{m}$, να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση αυτή.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η δυναμική ενέργεια ελαστικής παραμόρφωσης του ελατηρίου δίνεται από την σχέση $U = \frac{1}{2} k(\Delta l)^2$, ενώ οι διαστάσεις των σωμάτων θεωρούνται αμελητέες, θεωρούνται δηλαδή υλικά σημεία.

4.1.44. Κρούσεις και μεταβολή της ορμής.

Ένα σώμα Σ_1 μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα $v_1=3\text{m/s}$ με διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Στην πορεία του συναντά δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας 1kg , το οποίο απέχει κατά $d=6\text{m}$ από τον τοίχο. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν το Σ_2 συγκρούεται στη συνέχεια επίσης ελαστικά με τον τοίχο, ζητούνται:

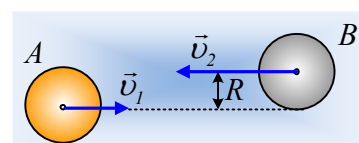


- i) Οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετά την πρώτη κρούση τους.
- ii) Η απόσταση από τον τοίχο που θα πραγματοποιηθεί η δεύτερη κρούση μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .
- iii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 , που οφείλεται:
 - α) στην πρώτη κρούση με το Σ_2 .
 - β) στην δεύτερη μεταξύ τους κρούση.

Τα δυο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων (σε σχέση με τα 6m της απόστασης d !), αλλά και η διάρκεια των κρούσεων θεωρείται επίσης αμελητέα.

4.1.45. Μια έκκεντρη κρούση δύο σφαιρών.

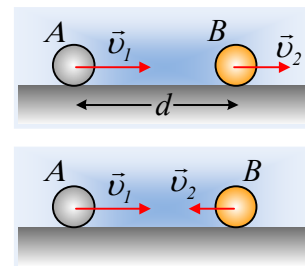
Δύο λείες, ομογενείς σφαίρες με μάζες $m_1=0,1\text{kg}$, $m_2=0,2\text{kg}$ και την ίδια ακτίνα R , κινούνται χωρίς να περιστρέφονται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με παράλληλες ταχύτητες μέτρων $v_1=0,6\text{m/s}$ και $v_2=0,9\text{m/s}$, όπως στο σχήμα, όπου η απόσταση των φορέων των ταχυτήτων είναι ίση με την ακτίνα των σφαιρών. Οι σφαίρες συγκρούονται ελαστικά.



- i) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την κρούση.
- ii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της Α σφαίρας, που οφείλεται στην κρούση.
- iii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F_1 που ασκήθηκε στη διάρκεια της κρούσης στην Α σφαίρα.

4.1.46. Οι ταχύτητες σε ελαστικές κρούσεις.

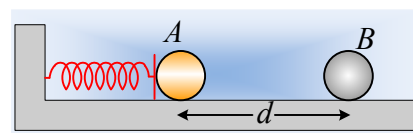
Οι σφαίρες A και B του διπλανού σχήματος, με ίσες ακτίνες και μάζες m και $3m$ αντίστοιχα, κινούνται στην ίδια ευθεία, σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητες v_1 και $v_2=4m/s$, χωρίς να στρέφονται. Κάποια στιγμή $t=0$, οι σφαίρες απέχουν κατά $d=8m$, ενώ μετά την κεντρική και ελαστική μεταξύ τους κρούση, η A σφαίρα ακινητοποιείται.



- Να βρεθεί η ταχύτητα v_1 της A σφαίρας.
- Πόσο απέχουν οι σφαίρες μεταξύ τους τη στιγμή $t_1=3s$, αν η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα;
- Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την κρούση, αν η σφαίρα A είχε ταχύτητα:
 - $v_1=6m/s$ και β) $v_1=16m/s$.
- Αν οι δυο σφαίρες κινούνται αντίθετα, όπως στο δεύτερο σχήμα, με τη B να έχει ταχύτητα μέτρου $4m/s$, να υπολογιστεί η ταχύτητα της A σφαίρας, αν μετά την κρούση, η B παραμένει ακίνητη.

4.1.47. Η πρώτη και η δεύτερη κρούση.

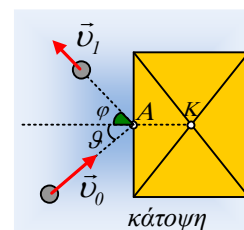
Δυο σφαίρες A και B με ίσες ακτίνες και μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=4kg$, ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο απέχοντας ορισμένη απόσταση d . Η σφαίρα A εφάπτεται στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=40N/m$, χωρίς να είναι δεμένη σε αυτό. Ασκώντας κατάλληλη οριζόντια δύναμη στη σφαίρα A την μετατοπίζουμε, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά $\Delta\ell = \left(\frac{2}{\pi}\right)m$ και κάποια στιγμή $t_0=0$, την αφήνουμε να κινηθεί. Η σφαίρα αφού εγκαταλείψει το ελατήριο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή $t_1=0,55s$ με τη B σφαίρα.



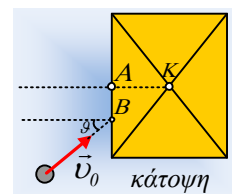
- Να υπολογιστούν οι ταχύτητες της A σφαίρας πριν και μετά την κρούση.
 - Να εξηγήσετε (ποιοτικά) γιατί θα υπάρξει και δεύτερη σύγκρουση μεταξύ των δύο σφαιρών.
 - Θεωρώντας αμελητέα τη διάρκεια της κρούσης, πόση θα είναι η απόσταση των δύο σφαιρών τη στιγμή $t_2=1,3s$;
 - Να βρεθούν οι ταχύτητες των σφαιρών μετά την δεύτερη μεταξύ τους κρούση.
- Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

4.1.48. Μια κρούση σφαίρας με ορθογώνια πλάκα

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο έχουμε καρφώσει μια ορθογώνια πλάκα κέντρου K και μάζας $M=1,2kg$. Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=0,4kg$ κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς τριβές, με ταχύτητα $v_0=5m/s$ και συγκρούεται ελαστικά στο σημείο A, με την μια πλευρά του ορθογωνίου. Η ταχύτητα αυτή σχηματίζει γωνία θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ με την κάθετη στην πλευρά, η οποία διέρχεται και από το κέντρο K της πλάκας, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Η κρούση διαρκεί απειροελάχιστα και στη διάρκειά της δεν αναπτύσσονται τριβές μεταξύ σφαίρας και πλάκας (λείες επιφάνειες).

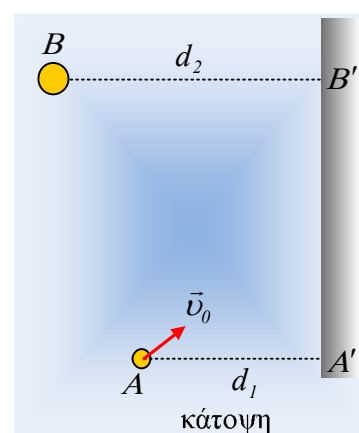


- i) Να βρεθεί η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση και η γωνία ϕ που σχηματίζει αυτή με την κάθετη AK.
- ii) Απελευθερώνουμε την πλάκα και επαναλαμβάνουμε το ίδιο ακριβώς πείραμα, αλλά τώρα η πλάκα μπορεί να κινηθεί μετά την κρούση.
 - α) Ποια η τελική ταχύτητα της σφαίρας και ποια η νέα γωνία ϕ_1 που σχηματίζει με την AK;
 - β) Ποια η ταχύτητα της πλάκας μετά την κρούση;
- iii) Σε μια επανάληψη του πειράματος η σφαίρα συγκρούεται με την πλάκα στο σημείο B του σχήματος. Θα αλλάξει κάτι όσον αφορά τις κινήσεις των δύο σωμάτων μετά την κρούση;



4.1.49. Κρούση μετά από ανάκλαση

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1=0,2\text{kg}$ και $m_2=0,8\text{kg}$ αντίστοιχα στα σημεία A και B. Οι σφαίρες απέχουν από κατακόρυφο τοίχο αποστάσεις $d_1=(AA')=1,2\text{m}$ και $d_2=(BB')=2\text{m}$, ενώ $(A'B')=D=2,4\text{m}$. Τη στιγμή $t=0$, η πρώτη σφαίρα δέχεται κατάλληλο κτύπημα αποκτώντας ταχύτητα v_0 , με αποτέλεσμα, μετά την ελαστική κρούση της με τον τοίχο, να συγκρουσθεί τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ με τη δεύτερη σφαίρα κεντρικά και ελαστικά.

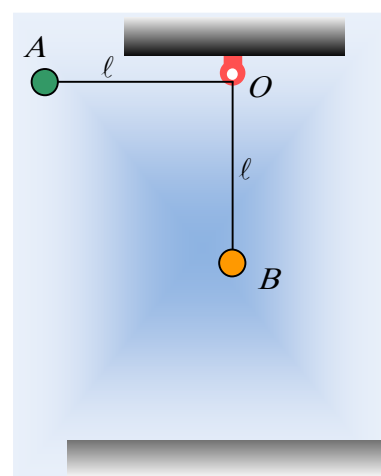


- i) Σε ποιο σημείο του τοίχου έγινε η ανάκλαση της σφαίρας και ποιο το μέτρο της αρχικής ταχύτητας v_0 ;
- ii) Να υπολογισθεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας κατά την κρούση της με τον τοίχο.
- iii) Θα επιστρέψει ξανά η πρώτη σφαίρα στην αρχική της θέση A και αν ναι, ποια χρονική στιγμή θα συμβεί αυτό;

Ο τοίχος είναι λείος και η διάρκεια των κρούσεων αμελητέα.

4.1.50. Μια κρούση και η σύνδεση με τα προηγούμενα...

Δύο σφαίρες A και B, με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ αντίστοιχα κρέμονται από το ίδιο σημείο O, με νήματα ίδιου μήκους $l=1,25\text{m}$. Το O απέχει από το έδαφος απόσταση $2,5\text{m}$. Φέρνουμε την A σφαίρα στη θέση που δείχνει το διπλανό σχήμα, όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Μετά από λίγο οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, ενώ το νήμα που συγκρατεί την σφαίρα A κόβεται ελάχιστα πριν την κρούση.

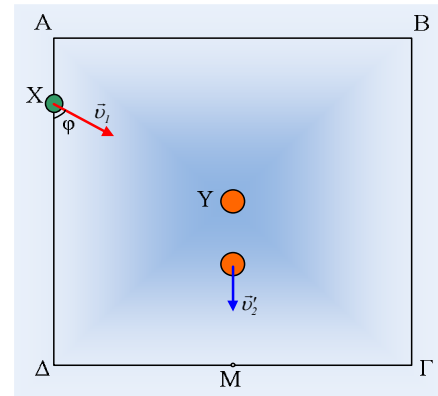


- i) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες της A σφαίρας ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση.
- ii) Να βρεθεί η μέγιστη γωνία εκτροπής του νήματος που συνδέει την σφαίρα B, με την κατακόρυφη, μετά την κρούση.
- iii) Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί το νήμα στην σφαίρα B:

- α) πριν την κρούση, β) αμέσως μετά την κρούση, γ) στη θέση μηδενισμού της ταχύτητάς της.
 iv) Σε πόση απόσταση, από την κατακόρυφη που περνά από το Ο, η σφαίρα Α θα κτυπήσει στο έδαφος;
 Οι σφαίρες να θεωρηθούν υλικά σημεία αμελητέας ακτίνας, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

4.1.51. Κρούσεις μέσα σε ένα δωμάτιο

Στο κέντρο της βάσης ΑΒΓΔ ενός δωματίου, σχήματος τετραγώνου και πλευράς $a=4\text{m}$, ηρεμεί μια σφαίρα Υ μάζας $M=0,2\text{kg}$. Κάποια στιγμή εκτοξεύεται οριζόντια, από κάποιο σημείο του δαπέδου, μια σφαίρα Χ, μάζας $m=0,1\text{kg}$ με ταχύτητα $v_1=5\text{m/s}$, η οποία σχηματίζει με την πλευρά ΑΔ γωνία φ (ημ $\varphi=0,8$ και συν $\varphi=0,6$). Οι δυο σφαίρες συγκρούονται ελαστικά τη στιγμή $t=0$ και στη συνέχεια η σφαίρα Υ φτάνει στο μέσον Μ της πλευράς ΓΔ, όπου και συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.

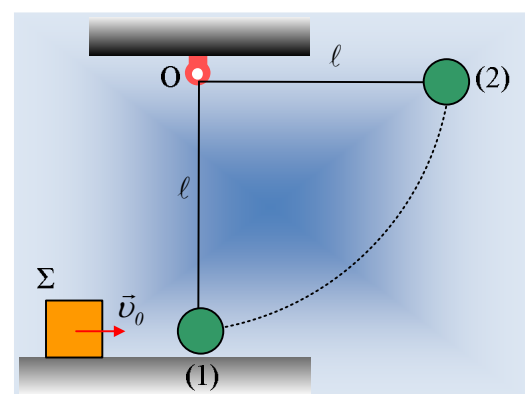


Δίνεται ότι δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής, ούτε κατά την κίνηση των σφαιρών, ούτε στη διάρκεια των κρούσεων, ενώ η διάρκεια των κρούσεων θεωρείται αμελητέα.

- Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα Υ θα συγκρουστεί με τοίχο για πρώτη και δεύτερη φορά;
- Με ποια πλευρά του δωματίου θα συγκρουστεί η σφαίρα Χ, μετά την κρούση της με τη σφαίρα Υ; Ποια χρονική στιγμή θα συμβεί αυτό;
- Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Χ:
 - Κατά την κρούση της με τη σφαίρα Υ.
 - Κατά την πρώτη ελαστική της κρούση με τον τοίχο.

4.1.52. Δυο ελαστικές κρούσεις

Μια σφαίρα μάζας $m=0,5\text{kg}$ ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $\ell=1,25\text{m}$, (θέση 1), το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί σε σταθερό σημείο Ο. Ένα σώμα Σ μάζας $m_1=2,5\text{kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα v_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα, με αποτέλεσμα αυτή μετά την κρούση, να εκτρέπεται μέχρι τη θέση (2), όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο.



- Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος Σ, καθώς και η μεταβολή της ορμής του, η οποία οφείλεται στην κρούση.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα το σώμα Σ κινείται με ταχύτητα u_0 , όταν συγκρούεται ξανά κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα. Μετά την κρούση, τη στιγμή που η σφαίρα περνά από την θέση (2), η τάση του νήματος είναι ίση με $T=4,4\text{N}$.

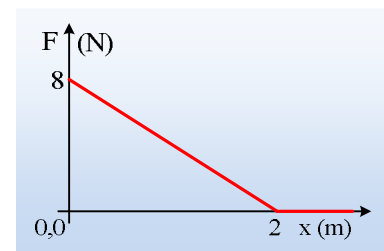
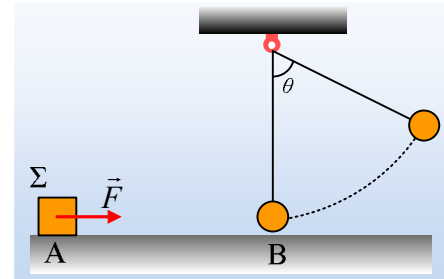
α) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.

β) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα u_0 του σώματος Σ πριν την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

4.1.53. Μια μεταβαλλόμενη κίνηση και μια κρούση

Το σώμα Σ μάζας $m_1=1\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση Α, απέχοντας κατά $(AB)=3\text{m}$ από μια σφαίρα που κρέμεται στο άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $l=0,4\text{m}$. Κάποια στιγμή ασκείται στο Σ μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη F , με κατεύθυνση προς τη σφαίρα, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.



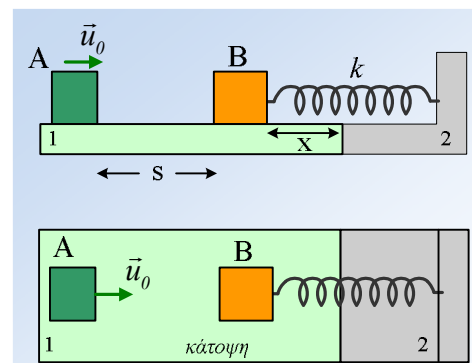
Φτάνοντας το σώμα Σ στη θέση Β, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα, η οποία εκτρέπεται από την κατακόρυφο κατά μέγιστη γωνία $\theta=60^\circ$.

- Να υπολογιστεί η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα Σ , μέσω της δύναμης F .
- Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ τη στιγμή που έχει μετατοπισθεί κατά $x_1=0,5\text{m}$;
- Να υπολογιστεί η μάζα m_2 της σφαίρας.
- Σε πόσο χρόνο, μετά την κρούση, το σώμα Σ θα περάσει ξανά από τη θέση Α;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

4.1.54. Δύο επίπεδα και μια ελαστική κρούση

Σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο (1) ηρεμούν δύο σώματα Α και Β, όπου το δεύτερο είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=20\text{N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό του μήκος, απέχοντας κατά $s=1,6\text{m}$. Σε μια στιγμή εκτοξεύεται το σώμα Α, μάζας $m_1=2\text{kg}$, με αρχική ταχύτητα $u_0=5\text{m/s}$, προς το σώμα Β, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Α και του επιπέδου είναι $\mu_1=0,5$. Μετά από λίγο τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, με αποτέλεσμα το



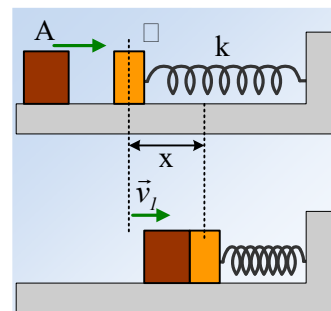
Β να αποκτά ταχύτητα $u_0=3\text{m/s}$ και να αρχίζει να συμπιέζει το ελατήριο. Μόλις το ελατήριο συμπιεστεί κατά $x=0,4\text{m}$, το σώμα Β, έχοντας ταχύτητα $v_1=2\text{m/s}$, περνά σε ένα δεύτερο λείο οριζόντιο επίπεδο (2), στο οποίο κινείται, μέχρι να προκαλέσει μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου κατά Δl . Να βρεθούν:

- Η μάζα του σώματος Β.
- Η τριβή που δέχεται το Β σώμα από το επίπεδο 1.
- Η μέγιστη συμπίεση Δl το ελατηρίου.
- Να εξετασθεί αν τα δυο σώματα θα συγκρουσθούν για δεύτερη φορά.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

4.1.55. Δύο διαδοχικές ελαστικές κρούσεις.

Τα σώματα Α και Β του σχήματος, με μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ εμφανίζουν με το οριζόντιο επίπεδο τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Το σώμα Β ηρεμεί δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=40\text{N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό του μήκος. Το σώμα Α κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου και φτάνει στο σώμα Β με ταχύτητα $u_0=5\text{m/s}$. Η κρούση που ακολουθεί είναι κεντρική και ελαστική. Μετά την κρούση το σώμα Β συμπίεζει το ελατήριο, ενώ μετά από λίγο ακολουθεί δεύτερη κεντρική και ελαστική κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων. Ελάχιστα πριν την 2^η κρούση το σώμα Α έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=1,14\text{m/s}$, ενώ αμέσως μετά, ταχύτητα μέτρου $v_1'=1,32\text{m/s}$. Ζητούνται:

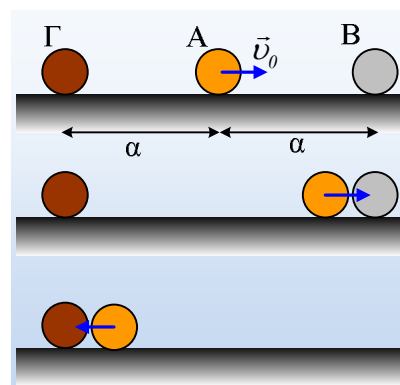


- Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων αμέσως μετά την πρώτη κρούση.
- Η επιτάχυνση κάθε σώματος, όταν το καθένα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x=0,2\text{m}$, από τη θέση της πρώτης κρούσης.
- Η ταχύτητα του Β σώματος πριν και μετά την 2^η κρούση.
- Η απόσταση x μεταξύ των θέσεων των δύο κρούσεων.
- Η απόσταση που διανύει το σώμα Β μεταξύ των δύο κρούσεων.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων.

4.1.56. Πόσες κρούσεις πρόκειται να συμβούν;

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν τρεις σφαίρες Α, Β και Γ, της ίδιας ακτίνας και με μάζες m , $4m$ και $5m$ αντίστοιχα, στην ίδια ευθεία. Η σφαίρα Α απέχει την ίδια απόσταση a , από τις δυο άλλες, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή $t_0=0$, η Α σφαίρα δέχεται στιγμιαίο κτύπημα με τη βοήθεια του οποίου αποκτά ταχύτητα μέτρου u_0 , με κατεύθυνση προς την σφαίρα Β, με αποτέλεσμα να ακολουθήσουν μια σειρά κρούσεων της σφαίρας Α με τις άλλες δύο σφαίρες. Όλες οι κρούσεις θεωρούνται κεντρικές και ελαστικές.

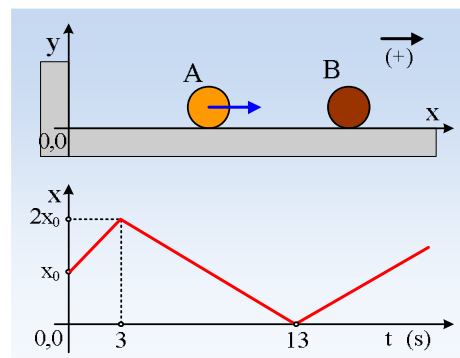


- Πόσες τέτοιες κρούσεις πρόκειται να συμβούν;
- Τι ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α, θα έχει τελικά κάθε σφαίρα, μετά την ολοκλήρωση των κρούσεων;
- Αν $a=6\text{m}$, ενώ $u_0=3\text{m/s}$, να κάνετε τη γραφική παράσταση της απόστασης μεταξύ των σφαιρών Α και Β σε συνάρτηση με το χρόνο.

4.1.57. Μια διερεύνηση για πολλαπλές κρούσεις

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σφαίρες Α, Β, της ίδιας ακτίνας και με μάζες m και M αντίστοιχα, σε

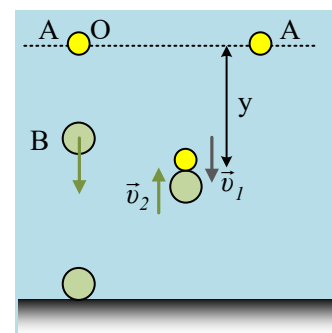
ευθεία x κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Σε μια στιγμή $t_0=0$, η A σφαίρα δέχεται στιγμιαίο κτύπημα με τη βοήθεια του οποίου αποκτά ταχύτητα v_0 στη διεύθυνση x . Θεωρώντας ως αρχή ενός άξονα x τη θέση του τοίχου, παίρνουμε το διάγραμμα $x(t)$ του διπλανού σχήματος, για τη θέση της A σφαίρας.



- Να περιγράψετε την ακριβή εξέλιξη της κίνησης της A σφαίρας με βάση το διπλανό διάγραμμα $x(t)$.
- Αν όλες οι κρούσεις που συνέβησαν ήταν κεντρικές και ελαστικές, να δικαιολογήσετε γιατί για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει $m < M$.
- Αν η σφαίρα A έχει μάζα $m=1\text{ kg}$ να υπολογιστεί η μάζα M της B σφαίρας.
- Να υπολογιστεί η απόσταση των δύο σφαιρών τη χρονική στιγμή $t_1=23\text{ s}$, συναρτήσει του x_0 .
- Θα υπάρξει νέα κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών μετά τη στιγμή t_1 ; Αν ναι, να βρείτε:
 - Τη χρονική στιγμή t_2 όπου θα συμβεί αυτό.
 - Τις νέες ταχύτητες των σφαιρών (συναρτήσει του x_0), μετά την κρούση αυτή.
- Για ποιες τιμές της μάζας M της σφαίρας B , δεν θα είχαμε δεύτερη κρούση μεταξύ των σφαιρών;

4.1.58. Δύο κρούσεις, ένας έλεγχος

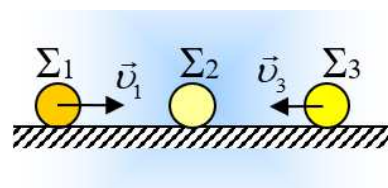
Στη θέση O , σε ορισμένο ύψος από το έδαφος, συγκρατούμε δυο σφαίρες A και B με μάζες $m_1=1\text{ kg}$ και $m_2=2\text{ kg}$. Σε μια στιγμή αφήνουμε την B να πέσει και μετά από λίγο αφήνουμε την A . Η σφαίρα B συγκρούεται με το έδαφος και επιστρέφοντας συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την A , η οποία κατέρχεται, έχοντας τη στιγμή της κρούσης ταχύτητα μέτρου $v_1=3\text{ m/s}$. Μετά την κρούση η σφαίρα A επιστρέφει στο σημείο O με μηδενική ταχύτητα.



- Να υπολογιστεί η κατακόρυφη απόσταση y μεταξύ της αρχικής θέσης O και της θέσης της κρούσης, των δύο σφαιρών.
 - Να αποδείξετε ότι η κρούση μεταξύ της σφαίρας B και του εδάφους, είναι ανελαστική.
 - Να υπολογίσετε την μεταβολή της ορμής της B σφαίρας κατά την κρούση των δύο σφαιρών.
 - Να υπολογιστεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση της σφαίρας B με το έδαφος.
- Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

4.1.59. Ελάχιστο ποσοστό απώλειας...

Τρεις σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο χωρίς να περιστρέφονται. Οι μάζες των σφαιρών Σ_1 και Σ_3 είναι $m_1=2\text{ kg}$ και $m_3=3\text{ kg}$ αντίστοιχα, ενώ τα μέτρα των ταχυτήτων τους είναι $v_1=5\text{ m/s}$ και $v_3=4\text{ m/s}$ και κινούνται όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ_2 έχει



μάζα $m_2=5\text{kg}$, μέτρο ταχύτητας $v_2=8\text{m/s}$ και η φορά κίνησής του είναι άγνωστη. Αν γνωρίζουμε ότι και τα τρία σώματα συνενώνονται και όλες οι πιθανές κρούσεις είναι πλαστικές τότε:

i) Το ποσό απώλειας ενέργειας του συστήματος είναι:

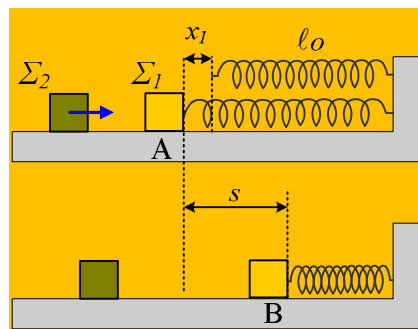
$$\alpha) E_{\text{απωλ.}}=120,8\text{J} \quad \beta) E_{\text{απωλ.}}=136,8\text{J} \quad \gamma) E_{\text{απωλ.}}=147,75\text{J}$$

Δικαιολογείστε την επιλογή σας.

ii) Να βρείτε που θα έπρεπε να είναι το Σ_2 και πως θα έπρεπε να κινείται, ώστε το ποσοστό απώλειας ενέργειας του συστήματος αν δημιουργείται συσσωμάτωμα να είναι ελάχιστο.

4.1.60. Ισορροπίες με τριβές και κρούση.

Πάνω σε ένα μη λείο οριζόντιο επίπεδο, ηρεμεί ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=20\text{N/m}$, το οποίο έχει επιμηκύνει κατά $x_1=0,2\text{m}$. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{kg}$ κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου με κατεύθυνση προς το σώμα Σ_1 , με το οποίο μετά από λίγο συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά. Τα δυο σώματα παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το επίπεδο $\mu=0,65$. Μετά την κρούση το Σ_1 διανύει απόσταση $(AB)=s=0,6\text{m}$, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του, στη θέση B.



- Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στο σώμα Σ_1 , στη θέση A, πριν την κρούση.
- Να βρεθεί η ταχύτητα την οποία αποκτά το σώμα Σ_1 , αμέσως μετά την κρούση, καθώς και η αντίστοιχη επιτάχυνσή του.
- Τι ποσοστό της κινητικής ενέργειας του Σ_2 ελάχιστα πριν την κρούση, μεταφέρεται στο σώμα Σ_1 ;
- Να βρεθεί η τελική απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων, μετά την ακινητοποίησή τους.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Υλικά Φυσικής-Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...