

ΘΕΜΑ Α (25μ)

A1. Η εξίσωση της επιτάχυνσης ενός κινητού το οποίο εκτελεί ΑΑΤ είναι $a = -\omega^2 A \sin \omega t$.

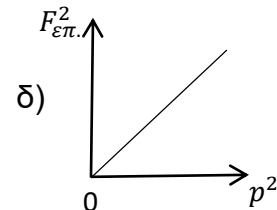
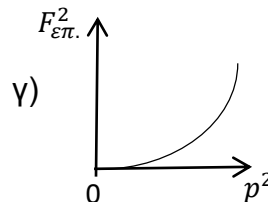
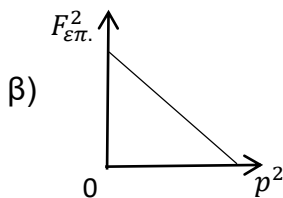
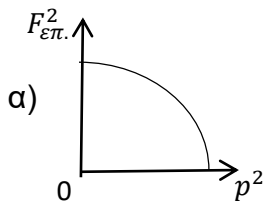
α) Τη χρονική στιγμή $t = T/4$ το κινητό βρίσκεται στην ακραία θέση $x = +A$

β) Στο χρονικό διάστημα από $t = T/2$ μέχρι $t = 3T/4$, το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

γ) Η εξίσωση της ταχύτητας του κινητού είναι $u = \omega A \sin(\omega t + \pi/2)$

δ) Όταν το μέτρο της απομάκρυνσής του είναι $A/2$, το μέτρο της ταχύτητάς του είναι $u = \omega A/2$

A2. Κινητό εκτελεί ΑΑΤ. Η γραφική παράσταση του τετραγώνου της δύναμης επαναφοράς η οποία του ασκείται $F_{επ.}^2$, σε συνάρτηση με το τετράγωνο της ορμής του p^2 , είναι



A3. Όταν η σχέση μεταξύ κινητικής – δυναμικής ενέργειας ενός κινητού το οποίο εκτελεί ΑΑΤ είναι $K = 8U$ τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του κινητού είναι x_1, u_1, a_1 αντίστοιχα. Η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι $x = A \sin \omega t$.

α) $x_1 = A/9$

β) $a_1 = \omega^2 x_1 / 3$

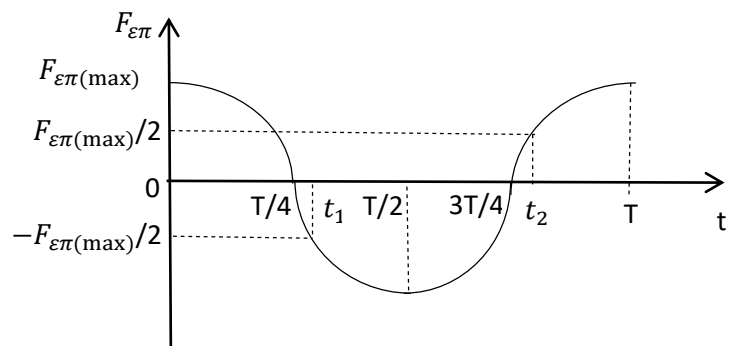
γ) $u_1 = \sqrt{8} \omega x_1$

δ) $u_1^2 = a_1 x_1$

A4. Κινητό εκτελεί ΑΑΤ. Η γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς του σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η ενέργεια ταλάντωσής του είναι E .

α) Τη χρονική στιγμή $T/4$ η κινητική ενέργεια του κινητού είναι μηδέν.

β) Τη χρονική στιγμή t_1 η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή είναι $U = E/2$



γ) Στο χρονικό διάστημα από $T/2$ μέχρι $3T/4$ η δυναμική του ενέργεια αυξάνεται.

δ) Τη χρονική στιγμή t_2 η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή είναι $K = 3E/4$

A₄ Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

α) Η αρχική φάση μιας ΑΑΤ ενός σώματος είναι $\pi/2$, όταν για $t=0$ το σώμα βρίσκεται σε οποιαδήποτε ακραία θέση.

β) Η συνισταμένη δύναμη σε ένα σώμα το οποίο εκτελεί ΑΑΤ, είναι ημιτονοειδής ή συνημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

γ) Η δύναμη επαναφοράς η οποία ασκείται σε σώμα το οποίο εκτελεί ΑΑΤ, δεν είναι συντηρητική δύναμη.

δ) Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός σώματος το οποίο εκτελεί ΑΑΤ, σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του, είναι καμπύλη η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

ε) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ενός σώματος το οποίο εκτελεί ΑΑΤ, είναι αντίθετος του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής του ενέργειας.

ΘΕΜΑ Β

B₁.

Κινητό εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης $x = A\eta\mu\omega t$. Σε μια περίοδο T το χρονικό διάστημα Δt για το οποίο το μέτρο της ταχύτητας του κινητού $u \leq \omega A/2$, είναι

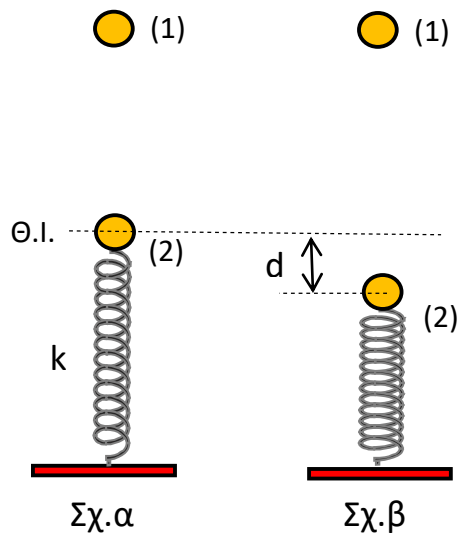
α) $\Delta t = T/3$ β) $\Delta t = 2T/3$ γ) $\Delta t = T/6$ (2μ) + αιτιολόγηση (6μ) Δίνεται $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

B₂

Το σώμα (2) συνδέεται με το πάνω άκρο του ελατηρίου και ισορροπεί. Το κάτω άκρο του ελατηρίου συνδέεται με το δάπεδο. Σε σημείο της κατακόρυφης που διέρχεται από το σώμα (2) κρατάμε σώμα (1) (Σχ. α)

Κατεβάζουμε το σώμα (2) κατά d και το κρατάμε. (Σχ. β)

Τις κατάλληλες χρονικές στιγμές αφήνουμε τα σώματα τα οποία συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά στη θέση ισορροπίας του σώματος (2), όταν το σώμα (2) διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του. Οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση μηδενίζονται στις θέσεις από τις οποίες τα αφήσαμε. Αν $m_1 = 4m$ και

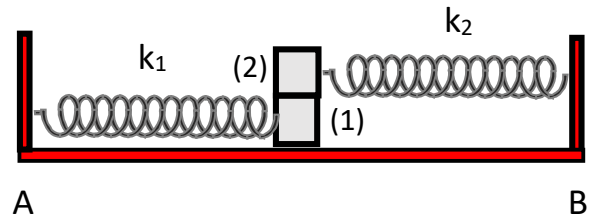


$m_2 = m$, η σχέση μεταξύ των μέτρων των ταχυτήτων των σωμάτων λίγο πριν την κρούση τους είναι

α) $u_2 = 2u_1$ β) $u_2 = 4u_1$ γ) $u_1 = 4u_2$ (2μ) + αιτιολόγηση (6μ)

B₃

Τα σώματα (1),(2) στο σχήμα είναι ακίνητα με το σώμα (1) πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο AB και το σώμα (2) πάνω στο σώμα (1). Το σώμα (1) συνδέεται με το ένα άκρο του ιδανικού, οριζόντιου, ελατηρίου σταθερής $k_1 = 2k$ και το σώμα (2) με το ένα άκρο του ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθερής $k_2 = k$. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων



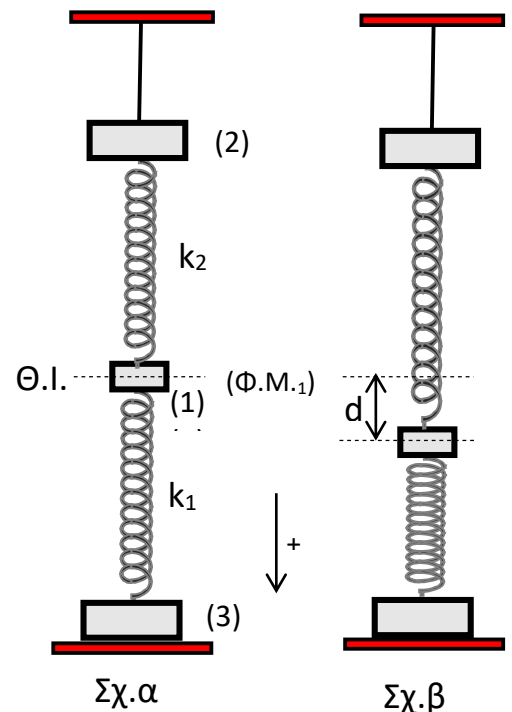
συνδέονται σε σταθερά σημεία. Τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Οι μάζες των σωμάτων είναι $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων (1),(2) είναι μ .

Η μέγιστη τιμή του πλάτους της οριζόντιας ταλάντωσης των σωμάτων, για να κινούνται χωρίς το ένα να ολισθαίνει ως προς το άλλο είναι

α) $A_{\max} = \mu mg/k$ β) $A_{\max} = 2 \mu mg/k$ (2μ) + αιτιολόγηση (7μ)

ΘΕΜΑ Γ

Το σώμα (1) μάζας $m_1 = 1\text{Kg}$ συνδέεται με το πάνω άκρο του ιδανικού, κατακόρυφου, ελατηρίου (1) σταθερής $k_1 = 100\text{N/m}$, το κάτω άκρο του ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου (2) με $k_2 = 100\text{N/m}$ και είναι ακίνητο. Το πάνω άκρο του ελατηρίου (2) συνδέεται με το ακίνητο σώμα (2) μάζας $m_2 = 2\text{Kg}$, το οποίο συνδέεται με το κάτω άκρο του αβαρούς, μη ελαστικού, κατακόρυφου νήματος. Το πάνω άκρο του νήματος συνδέεται με το ταβάνι. Το ελατήριο (1) έχει το φυσικό του μήκος και συνδέεται με σώμα (3) μάζας $m_3 = 2\text{Kg}$ το οποίο είναι ακίνητο στο δάπεδο. (Σχ.α). Κατεβάζουμε το σώμα (1) κατά d και τα κρατάμε .(Σχ.β). Τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε. Θεωρούμε θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές προς τα κάτω και τα σώματα

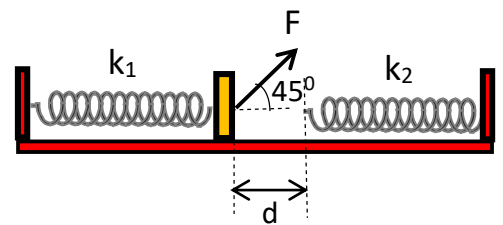


χωρίς διαστάσεις.

- A. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της απόστασης d για να εκτελεί το σώμα (1) ΑΑΤ και τα σώματα (2), (3) να παραμένουν ακίνητα (5μ)
- B. Αν η απόσταση d είναι η μέγιστη του ερωτήματος Α, να βρεθούν
- B₁) Οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας των σώματος (1) σε συνάρτηση με το χρόνο. (4μ)
- B₂) Η αλγεβρική τιμή της δύναμης η οποία ασκείται από το νήμα στο σώμα (2) και της κάθετης αντίδρασης στο σώμα (3) σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και σε συνάρτηση με το χρόνο. Να γίνουν οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. (6μ)
- B₃ Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος (1) όταν διέρχεται από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου (2) , με φορά προς τα πάνω. (4μ)
- B₄) Η απομάκρυνση του σώματος (1) για την οποία η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου (1) ισούται με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου (2). Στη συνέχεια σε κοινούς άξονες $U-x$ να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των ελατηρίων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. (6μ)

ΘΕΜΑ Δ

Το ακίνητο σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ συνδέεται με το δεξιό άκρο του αβαρούς, οριζόντιου, ελατηρίου (1) σταθεράς $k_1=100\text{N/m}$ και είναι πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Στη διεύθυνση του ελατηρίου (1) το ελατήριο (2), σταθεράς $k_2=300\text{N/m}$, συνδέεται δεξιά σε σταθερό σημείο και το αριστερό του άκρο είναι ελεύθερο. Η απόσταση από το σώμα μέχρι το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου είναι $d=0,1\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο σώμα σταθερή δύναμη μέτρου $F=10\sqrt{2}\text{ N}$ η οποία σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση με φορά προς τα πάνω- δεξιά. Θεωρούμε το σώμα χωρίς διαστάσεις. Να βρείτε .



- α) Τη χρονική στιγμή t_1 που το σώμα ακουμπάει το αριστερό άκρο του ελατηρίου (2) , για πρώτη φορά. (6μ)
- β) Την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που το σώμα ακουμπάει το αριστερό άκρο του ελατηρίου (2) (2μ)

- γ) Τη μετατόπιση του σώματος από τη στιγμή ακουμπάει το αριστερό άκρο του ελατηρίου (2) , για πρώτη φορά μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του για πρώτη φορά. (7μ)
- δ) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος όταν κατά τη διάρκεια της κίνησής του συνδέεται με το ελατήριο (1) και είναι σε επαφή με το ελατήριο (2). (8μ)
- ε) Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ασκήθηκε η δύναμη στο σώμα , μέχρι να βρεθεί το σώμα την επόμενη φορά στην ίδια θέση. (2μ)

Κ. Ε.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A_1 γ , A_2 β , A_3 γ , A_4 δ , A_5 Λ, Σ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β

Η εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή είναι :

$$u = \omega A \sin \omega t$$

Το μέτρο της ταχύτητας $u \leq \omega A/2 \Rightarrow$

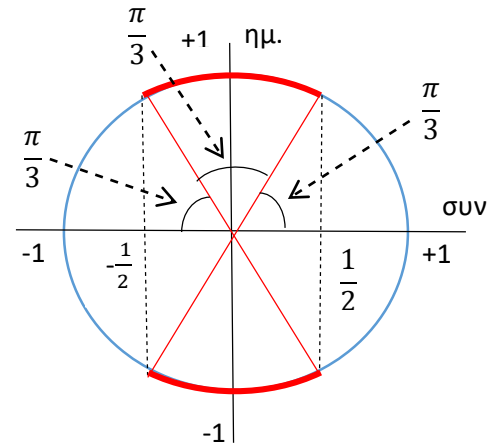
$$|\omega A \sin \omega t| \leq \omega A/2 \Rightarrow |\sin \omega t| \leq 1/2 \Rightarrow$$

$$-1/2 \leq \sin \omega t \leq 1/2$$

Από το διπλανό σχήμα η γωνία σε ένα κύκλο η οποία ικανοποιεί την παραπάνω σχέση

$$\text{είναι } \Delta\theta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{Όμως } \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3\Delta t} \Rightarrow \Delta t = T/3 \quad (\text{το } \alpha)$$



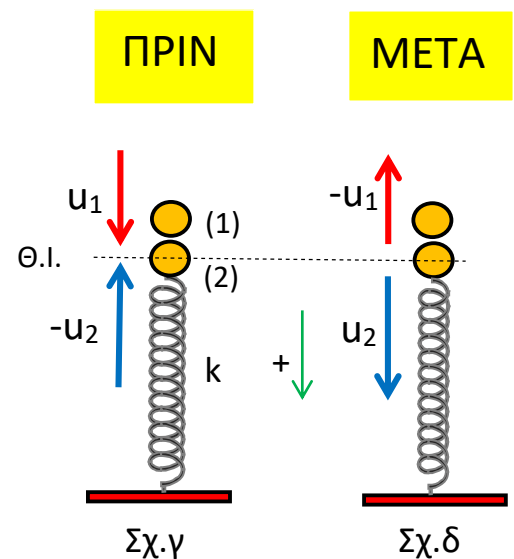
B₂

Επειδή οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση μηδενίζονται στις θέσεις από τις οποίες ξεκίνησαν, οι ταχύτητές τους αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετες των ταχυτήτων που είχαν λίγο πριν την κρούση.

Με θετική φορά προς τα κάτω οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων λίγο πριν την κρούση είναι u_1 , $-u_2$ (Σχ. γ) και αμέσως μετά την κρούση είναι $-u_1$, u_2 . (Σχ. δ)

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της u_1 από την Κ.Ε.Κ.

$$\begin{aligned} -u_1 &= \frac{4m-m}{m+4m}u_1 + \frac{2m}{m+4m}(-u_2) \Rightarrow -u_1 = \frac{3}{5}u_1 + \frac{2}{5}(-u_2) \Rightarrow -u_1 - \frac{3}{5}u_1 = -\frac{2}{5}u_2 \Rightarrow -\frac{8}{5}u_1 = -\frac{2}{5}u_2 \\ \Rightarrow 8u_1 &= 2u_2 \Rightarrow u_2 = 4u_1 \quad (\text{το } \beta) \end{aligned}$$



B₃

Έστω ότι τα σώματα τα οποία εκτελούν ΑΑΤ χωρίς να ολισθαίνει το ένα ως προς το άλλο, έχουν τυχαία απομάκρυνση x Η θετική φορά είναι προς τα δεξιά.

Στο σώμα (2), το πάνω σώμα, ασκούνται οριζόντια η δύναμη του ελατηρίου (2), $F_{ελ.2} = -k_2 x = -kx$ και η στατική τριβή την οποία δεν σχεδιάζουμε επειδή δεν ξέρουμε τη φορά της.

Βρίσκουμε τη στατική τριβή από το Β Νόμο στο σώμα (2)

$$F_{επ.(2)} = m_2 a \quad \text{όμως} \quad a = -\omega^2 x \quad \text{και} \quad \omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2} = \frac{2k + k}{m + 2m} = \frac{k}{m} \quad \text{άρα} \quad F_{επ.(2)} = -2m \cdot \frac{k}{m} x$$

$$\Rightarrow F_{επ.(2)} = -2kx$$

Αντικαθιστούμε τη συνισταμένη $F_{επ.(2)}$ με τις συνιστώσες της $F_{ελ.2}$ και $T_{στ}$. Επειδή θέλουμε να βρούμε την $T_{στ}$ τη βάζουμε θετική και θα μας τη βγάλει η εξίσωση.

$$T_{στ} + F_{ελ.2} = -2kx \Rightarrow T_{στ} - kx = -2kx \Rightarrow T_{στ} = -kx$$

Η μέγιστη στατική τριβή $T_{στ.(max)}$ αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της απομάκρυνσης x_{max} :

$$T_{στ.max} = -kx_{max} \Rightarrow |T_{στ.max}| = |-kx_{max}| \Rightarrow |T_{στ.max}| = k|x_{max}| \Rightarrow |T_{στ.max}| = kA_{max}$$

$$\text{όμως } T_{στ.max} = \mu N_{1 \rightarrow 2} = \mu m_2 g = 2\mu mg. \quad \text{Άρα } 2\mu mg = kA_{max} \Rightarrow A_{max} = 2\mu mg/k \quad (\text{το } \beta)$$

ΘΕΜΑ Γ

A.

Το σώμα (1) βρίσκεται στην τυχαία απομάκρυνση x .

Η δύναμη του ελατηρίου (1) στο σώμα (1) είναι $F_{ελ.1} = -k_1 x$

και στο σώμα (3) $F_{ελ.1} = k_1 x$

Από την ισορροπία του σώματος (3) $\Rightarrow N = -F_{ελ.1} - W_3$

$$\Rightarrow N = -k_1 x - W_3 \Rightarrow N = -100x - 20 \quad (1)$$

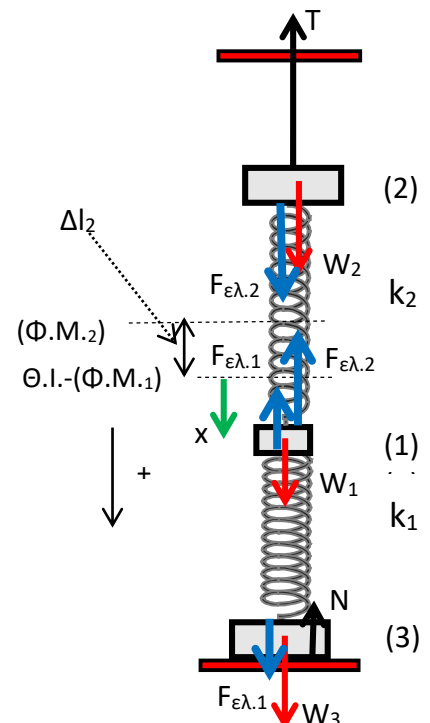
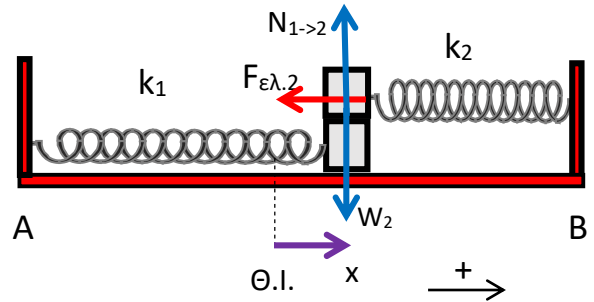
Για να μην ανασηκωθεί οριακά το σώμα (3) θα πρέπει η

δύναμη $N=0$. Άρα $0 = -100x_{max} - 20 \Rightarrow x_{max} = -0,2 \text{ m}$

Η δύναμη του ελατηρίου (2) στο σώμα (1) είναι

$F_{ελ.2} = -k_2 (\Delta l + x) = -100(0,1 + x) = -10 - 100x$ και στο

σώμα (2) $F_{ελ.2} = 10 + 100x$ ($\Delta l = 0,1 \text{ m}$ γιατί στη Θ.Ι. $\Sigma F = 0$)



$$\Rightarrow k_2 \Delta l = W_1 \Rightarrow 100\Delta l = 10 \Rightarrow \Delta l = 0,1\text{m}.$$

$$\text{Από την ισορροπία του σώματος (2)} \Rightarrow T = -F_{\varepsilon\lambda,2} - W_2 \Rightarrow T = -10 - 100x - 20 \Rightarrow T = -30 - 100x \quad (2)$$

$$\text{Για να μην καμφθεί οριακά το νήμα θα πρέπει } T=0. \text{ Άρα } 0 = -30 - 100x_{\max} \Rightarrow x_{\max} = -0,3\text{ m}.$$

$$\text{Επομένως } A_{\max} = 0,2\text{m}.$$

B₁

$$\text{Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι } x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \text{ όμως } A = 0,2\text{m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{100+100}{1}} =$$

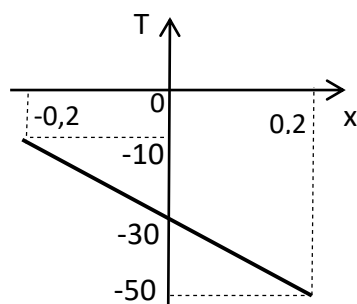
$$10\sqrt{2}\text{ rad/s} \text{ και για } t=0, x=+A \text{ άρα } \varphi = \pi/2. \text{ Επομένως } x = 0,2\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{Η εξίσωση της ταχύτητας είναι } u = 0,2\omega \text{ συν}(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow u = 2\sqrt{2} \text{ συν}(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2})$$

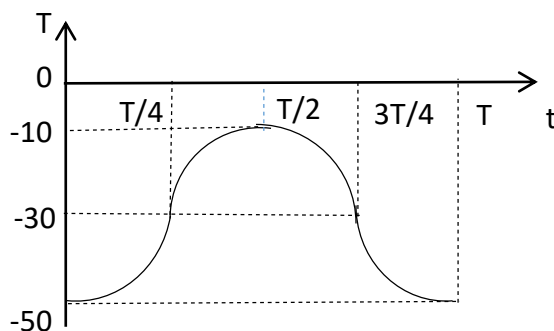
B₂

$$\text{Η τάση του νήματος από τη σχέση (2) του ερωτήματος Α είναι } T = -30 - 100x \text{ και με το } x \text{ από το προηγούμενη ερώτηση } T = -30 - 100 \cdot 0,2\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow T = -30 - 20\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2})$$

$$T = -30 - 100x$$

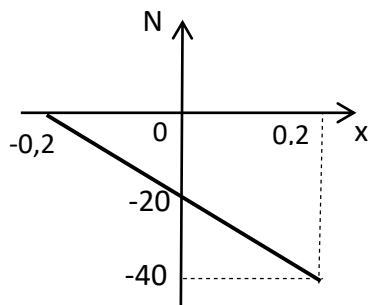


$$T = -30 - 20\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2})$$

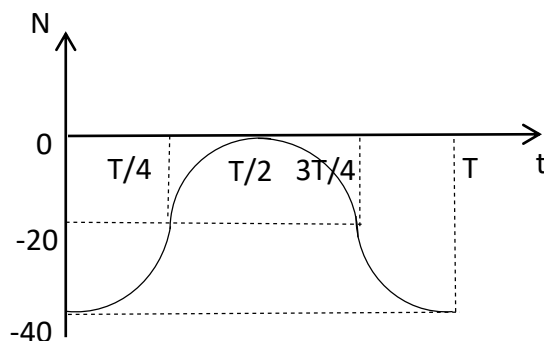


$$\text{Η κάθετη αντίδραση από τη σχέση (1) του ερωτήματος Α είναι } N = -20 - 100x \text{ και με το } x \text{ από το προηγούμενη ερώτηση } N = -20 - 100 \cdot 0,2\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow N = -20 - 20\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2})$$

$$N(x) = -20 - 100x$$



$$N(t) = -20 - 20\eta\mu(10\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2})$$



B₃

$$\frac{dK}{dt} = F_{\text{επ.}} \cdot u \Rightarrow \frac{dK}{dt} = - (k_1 + k_2) \cdot x \cdot u \quad (3)$$

Η απομάκρυνση $x = -\Delta l_2 = -0,1\text{m}$ και η ταχύτητα υπολογίζεται από την ΑΔΕ_{ταλ.} μεταξύ της ακραίας θέσης της ταλάντωσης και της θέσης φυσικού μήκους του ελατηρίου (2).

$$\frac{1}{2} (k_1 + k_2) A^2 = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) x^2 + \frac{1}{2} m_1 u^2 \Rightarrow 200 \cdot 0,2^2 = 200 (-0,1)^2 + u^2 \Rightarrow 8 = 2 + u^2$$

$\Rightarrow u^2 = 6 \Rightarrow u = \sqrt{6} \text{ m/s}$ (μέτρο) και επειδή η φορά της είναι προς τα πάνω η αλγεβρική της τιμή είναι $u = -\sqrt{6} \text{ m/s}$

Επομένως η (3) γίνεται $\frac{dK}{dt} = -200 (-0,1) (-\sqrt{6}) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -20 \cdot \sqrt{6} \text{ J/s}$

B₄

$$U_{\text{ελ.1}} = U_{\text{ελ.2}} \Rightarrow \frac{1}{2} k_1 x^2 = \frac{1}{2} k_2 (0,1 + x)^2 \Rightarrow x^2 = (0,1 + x)^2 \Rightarrow x = \pm (0,1 + x)$$

$$\Rightarrow x = 0,1 + x \Rightarrow 0,1 = 0 \text{ (αδύνατη) και } x = -(0,1 + x) \Rightarrow 2x = -0,1 \Rightarrow x = -0,05\text{m}$$

$$U_{\text{ελ.1}} = \frac{1}{2} k_1 x^2 = 50 x^2$$

$$U_{\text{ελ.2}} = \frac{1}{2} k_2 (0,1 + x)^2 = 50 (0,1 + x)^2$$

Για $x = 0,2\text{m}$, $U_{\text{ελ.1}} = 2\text{J}$

Για $x = 0,2\text{m}$, $U_{\text{ελ.2}} = 4,5\text{J}$

$x = -0,2\text{m}$, $U_{\text{ελ.1}} = 2\text{J}$

$x = -0,2\text{m}$, $U_{\text{ελ.2}} = 0,5\text{J}$

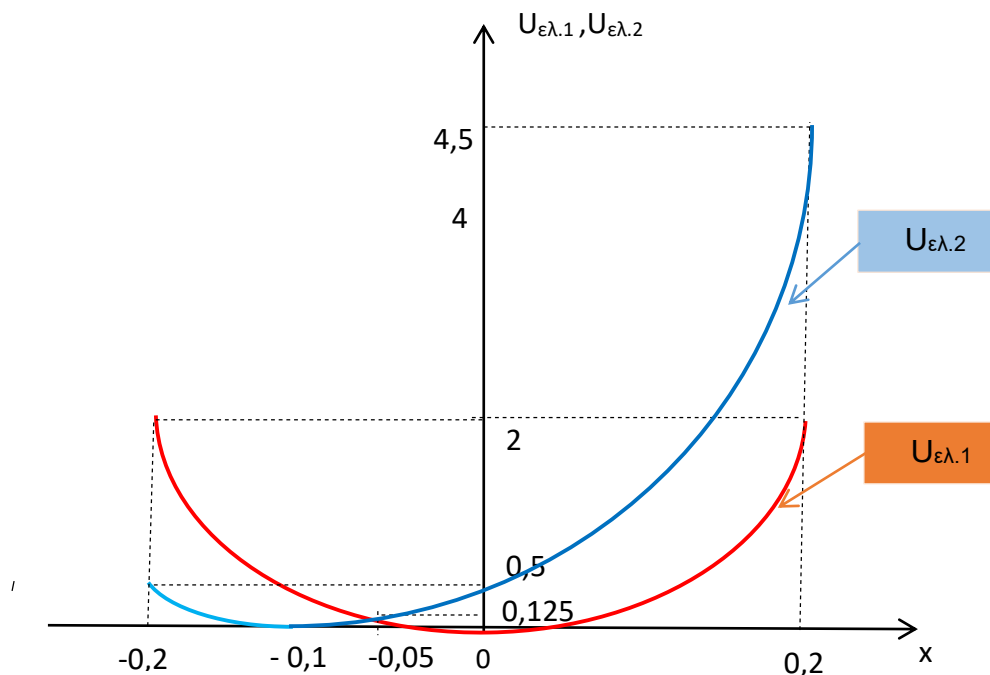
$x = 0$, $U_{\text{ελ.1}} = 0$

$x = 0$, $U_{\text{ελ.2}} = 0,5\text{J}$

$x = -0,05\text{m}$ $U_{\text{ελ.1}} = 0,125\text{J}$

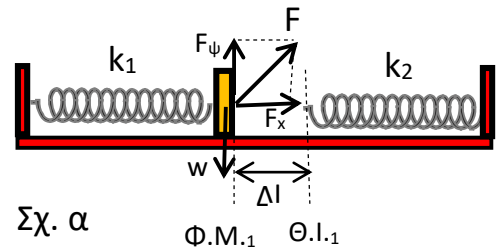
$x = -0,05\text{m}$ $U_{\text{ελ.2}} = 0,125\text{J}$

$x = -0,1\text{m}$, $U_{\text{ελ.2}} = 0$



ΘΕΜΑ Δ

α) Το σώμα εκτελεί ΑΑΤ₁ με ακραία θέση την αρχική θέση όπου ασκήθηκε η δύναμη και Θ.Ι.₁ που προκύπτει από τη σχέση : $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - F_{ελ.} = 0 \Rightarrow F \sin 45^\circ - k_1 \Delta l = 0$
 $\Rightarrow 10\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} - 100\Delta l = 0 \Rightarrow 10 - 100\Delta l = 0 \Rightarrow \Delta l = 0,1\text{m}$
 $\Delta l = d = 0,1\text{m}$. Το πλάτος ταλάντωσης είναι $A = 0,1\text{m}$
 Η Θ.Ι.₁ συμπίπτει με τη θέση του ελεύθερου άκρου του ελατηρίου (2).



Σχ. α

Η γωνιακή συχνότητα είναι $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ rad/s}$.

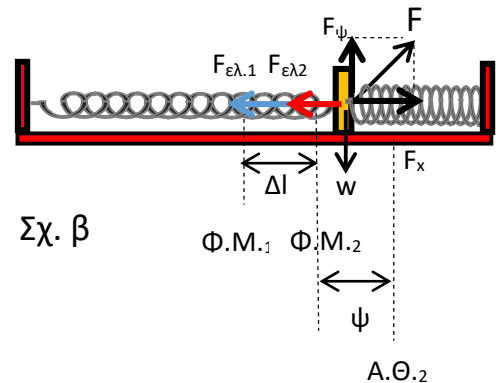
Κατακόρυφα $F_\psi = F \sin 45^\circ = 10\text{N} = w$ (Σχ, α) Άρα δεν χρειάζεται το επίπεδο να είναι λείο γιατί $\Sigma F_\psi = 0$ (Η εκφώνηση δεν γράφει λείο επίπεδο.)

Άρα $t_1 = \frac{T_1}{4}$ με $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$, $t_1 = \frac{\pi}{20} \text{ s}$

β) Στη Θ.Ι.₁ η ταχύτητα είναι $u_{\max 1} = \omega A = 10 \cdot 0,1 = 1\text{m/s}$

γ)

Η μετατόπιση από τη θέση του Φ.Μ.₂ μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος στην Α.Θ.₂ (Ακραία θέση της ταλάντωσης 2 με το σώμα να συνδέεται με το ελατήριο 1 και να είναι σε επαφή με το ελατήριο 2.) είναι ψ. (Σχ. β)



Σχ. β

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από το Φ.Μ.₂ μέχρι τη Α.Θ.₂

$$K_{\text{τελ.}} - K_{\text{αρχ.}} = W_{F_{ελ1}} + W_{F_{ελ2}} + W_F \Rightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} m u_{\max}^2 = \frac{1}{2} k_1 (\Delta l)^2 - \frac{1}{2} k_1 (\Delta l + \psi)^2 - \frac{1}{2} k_2 \psi^2 + F_x \psi \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{1}{2} 100 (0,1)^2 - \frac{1}{2} 100 (0,1 + \psi)^2 - \frac{1}{2} 300 \psi^2 + 10 \psi$$

$$\Rightarrow -1 = 1 - 100(0,1^2 + 0,2\psi + \psi^2) - 300\psi^2 + 20\psi \Rightarrow -1 = 1 - 1 - 20\psi - 100\psi^2 - 300\psi^2 + 20\psi$$

$$\Rightarrow 400\psi^2 = 1 \Rightarrow \psi^2 = \frac{1}{400} \Rightarrow \psi = \frac{1}{20} \text{ (τη θετική τιμή)} . \text{ Άρα } \psi = 0,05\text{m}$$

δ)

Για να βρούμε τη Θ.Ι. της ταλάντωσης του σώματος με τα δύο ελατήρια και την οριζόντια δύναμη F_x βρίσκουμε πρώτα τη Θ.Ι. του σώματος με τα ελατήρια Θ.Ι.₁ (ελατήρια) και μετά θεωρούμε και την οριζόντια

F_x οπότε βρίσκουμε την $\Theta.l.(\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\iota\alpha + F_x)$

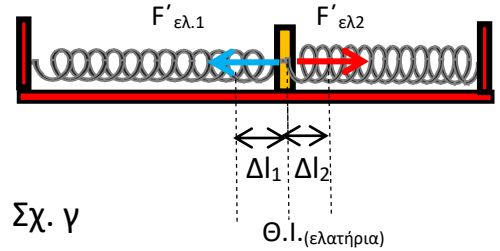
$\Theta.l.(\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\iota\alpha)$ (Σχ. γ) :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F'_{\epsilon\lambda.1} - F'_{\epsilon\lambda.2} = 0 \Rightarrow k_1 \Delta l_1 - k_2 \Delta l_2 = 0$$

$$\Rightarrow 100 \Delta l_1 - 300 \Delta l_2 = 0 \Rightarrow \Delta l_1 = 3 \Delta l_2$$

$$\text{όμως } \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,1\text{m} \quad \text{Άρα } 4 \Delta l_2 = 0,1 \Rightarrow$$

$$\Delta l_2 = 0,025\text{m} \quad \text{και} \quad \Delta l_1 = 0,075\text{m}$$



$\Theta.l.(\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\iota\alpha + F_x)$ (Σχ. δ) :

Έστω ότι η $\Theta.l.(\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\iota\alpha + F_x)$ απέχει d_μ από τη

$\Theta.l.(\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\iota\alpha)$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F''_{\epsilon\lambda.1} - F''_{\epsilon\lambda.2} - F_x = 0 \Rightarrow$$

$$k_1 (\Delta l_1 + d_\mu) - k_2 (\Delta l_2 - d_\mu) - 10 = 0 \Rightarrow$$

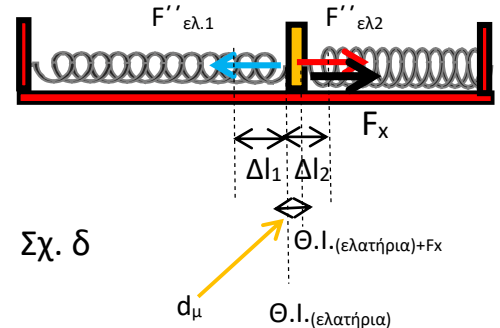
$$100(0,075 + d_\mu) - 300(0,025 - d_\mu) - 10 = 0$$

$$\Rightarrow 7,5 + 100d_\mu - 7,5 + 300d_\mu - 10 = 0 \Rightarrow$$

$$400d_\mu = 10 \Rightarrow d_\mu = \frac{1}{40} \Rightarrow d_\mu = 0,025\text{m}$$

Δηλαδή $d_\mu = \Delta l_2$ που σημαίνει ότι η $\Theta.l.(\epsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\iota\alpha + F_x)$ είναι στη θέση του Φ.Μ.2.

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης 2 είναι $\psi = 0,05\text{m}$.



ε) Το σώμα εκτελεί μισή ταλάντωση με περίοδο $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$ και άλλη μισή ταλάντωση με

$$\text{περίοδο } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = \frac{\pi}{10} \text{ s} . \quad \text{Άρα } \Delta t = T_1/2 + T_2/2 = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi}{20} = \frac{3\pi}{20} \text{ s}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ.

Το ερώτημα γ θα μπορούσε να απαντηθεί πιο εύκολα και γρήγορα αν βρίσκαμε πρώτα τη $\Theta.l.2$ που εδώ συμπίπτει με το Φ.Μ.2 . Δεν αποτελεί όμως η διαδικασία αυτή γενική μέθοδο.

pananasgiannis@yahoo.gr