

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις Α1–Α4, να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

A1. Ένα σώμα εκτελεί αμείωτες μηχανικές ταλαντώσεις. Σε χρόνο μίας περιόδου, η δυναμική ενέργεια, γίνεται τριπλάσια της κινητικής ενέργειας του σώματος:

- α)** τέσσερις φορές, **β)** τρεις φορές, **γ)** δύο φορές, **δ)** μια φορά.

Μονάδες 5

A2. Σ' ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό, η συνισταμένη δύναμη και η συνισταμένη ροπή είναι μηδενικές. Το στερεό:

- α)** θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση.
β) θα συνεχίσει να' ναι ακίνητο.
γ) θα εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.
δ) θα εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση.

Μονάδες 5

A3. Σε έναν σωλήνα που ρέει ιδανικό υγρό, για να έχουν δυο σημεία του υγρού διαφορετική πίεση πρέπει:

- α)** να ανήκουν σε διαφορετικές ρευματικές γραμμές,
β) να βρίσκονται στο ίδιο ύψος και η ταχύτητα του υγρού στα σημεία να είναι ίδια.
γ) να βρίσκονται σε διαφορετικό ύψος και η διατομή του σωλήνα στα σημεία να είναι ίδια.
δ) η παροχή του σωλήνα στα σημεία αυτά να είναι διαφορετική.

Μονάδες 5

A4. Μικρή ελαστική σφαίρα προσπίπτει πάνω σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Η πλάγια κρούση είναι ελαστική και η γωνία που σχηματίζει η αρχική με την τελική ταχύτητα της σφαίρας είναι ορθή. Η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι:

- α)** 30° **β)** 45° **γ)** 60° **δ)** 90°

Μονάδες 5

A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αυξάνοντας την σταθερά απόσβεσης ενός συστήματος εξαναγκασμένων ταλαντώσεων, το μέγιστο πλάτος κατά το συντονισμό αυξάνεται.

Μονάδες 1

β) Το περιεχόμενο μιας φλέβας ενός υγρού δεν αναμιγνύεται ποτέ με το περιεχόμενο μιας άλλης φλέβας.

Μονάδες 1

γ) Αν διπλασιάσουμε την απόσταση ενός υλικού σημείου από έναν άξονα, τότε διπλασιάζεται και η ροπή αδράνειάς του.

Μονάδες 1

δ) Όταν δύο σώματα συγκρούονται, η κινητική κατάστασή τους ή τουλάχιστον ενός από αυτά μεταβάλλεται απότομα, λόγω ισχυρών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους.

Μονάδες 1

ε) Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια της διατήρησης του επαγωγικού ηλεκτρικού φορτίου στο φαινόμενο της επαγωγής.

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ Β

B1. Το ανοικτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος περιέχει ιδανικό υγρό ύψους H .

Σε σημείο της κυλινδρικής επιφάνειας σε ύψος h ανοίγουμε οπή με εμβαδόν διατομής A_0 . Από την οπή εξέρχεται φλέβα υγρού με ταχύτητα u_0 εκτελώντας οριζόντια βολή με βεληνεκές $2h$.

Ο όγκος της φλέβας του υγρού που βρίσκεται ανάμεσα στην οπή και το οριζόντιο επίπεδο είναι ίσος με:

α) $\frac{A_0 H}{2}$

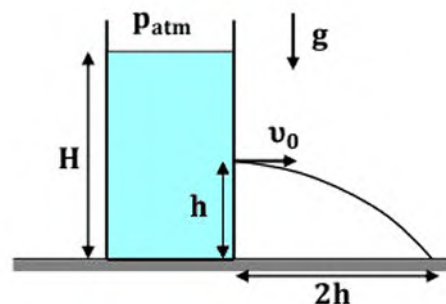
β) $A_0 H$

γ) $2A_0 H$

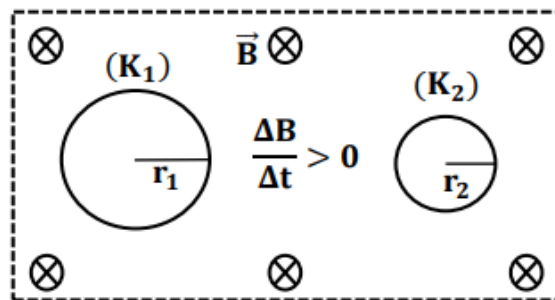
Η διάταξη περιβάλλεται από ατμοσφαιρικό αέρα και η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο δοχείο παραμένει ακίνητη.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες (2+6)



B₂. Οι κυκλικοί αγωγοί (K_1) και (K_2) του σχήματος είναι κατασκευασμένοι από το ίδιο ισοπαχές μεταλλικό σύρμα, έχουν ακτίνες r_1, r_2 και αριθμό σπειρών N_1, N_2 αντίστοιχα όπου $N_1 = 2N_2$. Τοποθετούμε τους αγωγούς με το επίπεδο τους κάθετο στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, το μέτρο του οποίου αυξάνει με ρυθμό $\Delta B / \Delta t$. Αν τα επαγωγικά ρεύματα που διαρρέουν τους δύο αγωγούς έχουν ίσες εντάσεις τότε για τα μέτρα των εντάσεων των επαγωγικών μαγνητικών πεδίων B_1 και B_2 στα κέντρα των κυκλικών αγωγών (K_1) και (K_2) αντίστοιχα ισχύει:



α) $B_1 = B_2$

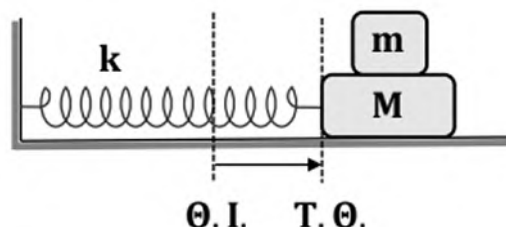
β) $B_1 = 2B_2$

γ) $B_1 = 4B_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες (2+7)

B₃. Το σύστημα των σωμάτων του διπλανού σχήματος περιλαμβάνει ένα σιδερένιο κουτί μάζας $M = 3m$ πάνω στο οποίο έχει τοποθετηθεί ένας μικρός μαγνήτης μάζας m . Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ τους έχει τιμή $\mu_s = 0,25$. Το σύστημα αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με την βοήθεια του οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως δείχνει το σχήμα.



Η μέγιστη τιμή του πλάτους της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος, ώστε ο μαγνήτης να μην γλιστρήσει πάνω στο κουτί είναι $A_{\max} = \frac{2mg}{k}$.

Το μέτρο της δύναμης του μαγνήτη που θεωρούμε σταθερό είναι ίσο με:

α) mg

β) $2mg$

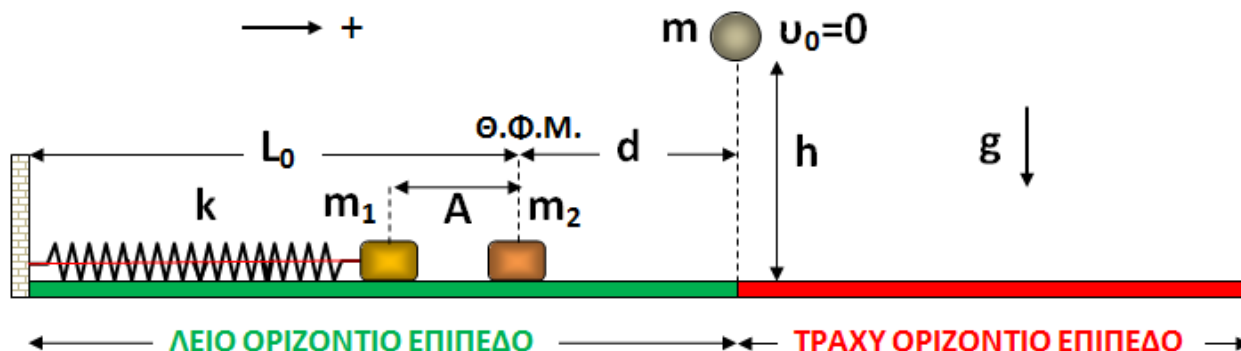
γ) $4mg$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες (2+6)

ΘΕΜΑ Γ

Στο σχήμα το οριζόντιο ιδανικό ελατήριο έχει σταθερά $k = 10000 \text{ N/m}$ και το αριστερό του άκρο έχει δεθεί ακλόνητα σε κατακόρυφο τοίχο ενώ στο δεξιό με μικρό σώμα μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο και το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά A με τη βοήθεια νήματος. Στη θέση φυσικού μήκους L_0 είναι ακίνητο άλλο μικρό σώμα μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$, όπως δείχνει το σχήμα.



Κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και όταν φτάσει στη θέση φυσικού μήκους ελατηρίου συγκρούεται ακαριαία κεντρικά και ελαστικά με το σώμα μάζας m_2 .

Τη χρονική στιγμή t_1 της ελαστικής κρούσης τρίτο σώμα μάζας, $m = 1 \text{ kg}$ αφήνεται να πέσει από ύψος $h = 20 \text{ m}$. Η θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου απέχει απόσταση $d = 40 \text{ m}$ από την κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο που αφέθηκε να κινηθεί το σώμα μάζας m . Τα σώματα με μάζες m_2 και m συγκρούονται ακαριαία πλάγια και πλαστικά.

Το παραγόμενο συσσωμάτωμα μάζας $m_2 + m$ αφού εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στο τραχύ μέρος του οριζοντίου επιπέδου, διανύει απόσταση $S = 32 \text{ m}$ μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Να βρεθούν:

Γ₁.

- α) Το ποσοστό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που λόγω ελαστικής κρούσης μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 .

Μονάδες 2

- β) Το ποσοστό (%) της κινητικής ενέργειας των σωμάτων με μάζες m_2 και m , λίγο πριν την πλάγια πλαστική κρούση, που έγινε θερμότητα εξαιτίας της.

Μονάδες 3

Γ₂.

- α) Η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μ , ανάμεσα στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο και το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 2

- β) Ο χρόνος που διήρκεσε η επιβραδυνόμενη κίνηση του συσσωματώματος.

Μονάδες 3

- Γ₃. Να κατασκευαστεί το διάγραμμα απομάκρυνσης-χρόνου του σώματος μάζας m_1 θεωρώντας χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τη στιγμή της κοπής του νήματος και θετική φορά προς τα δεξιά.

Μονάδες 5

- Γ₄. Να βρεθεί το πλήθος των ταλαντώσεων και το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα μάζας m_1 , από τη στιγμή t_1 έως τη στιγμή που το m εκτελώντας ελεύθερη πτώση βρίσκεται σε ύψος $12m$ από το οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 5+5

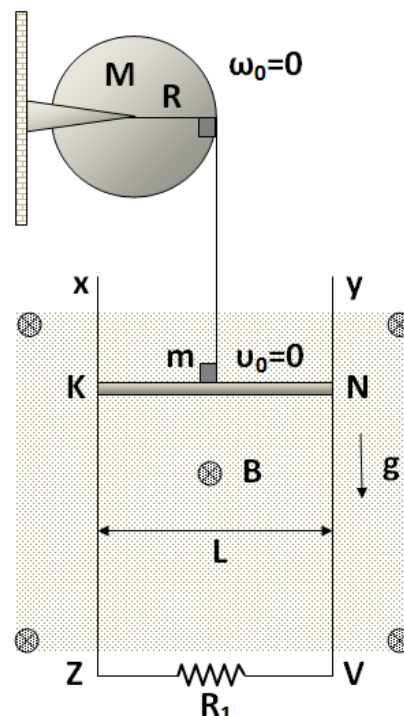
Δίνεται $\pi^2 = 10$ και $g = 10\text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε μια διάταξη το επίπεδο της οποίας είναι κατακόρυφο, εντός του γήινου βαρυτικού πεδίου έντασης μέτρου $g = 10\text{m/s}^2$ και ενός οριζόντιου ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου $B = 1\text{T}$. Δίνεται $\pi^2 = 10$.

Η διάταξη αποτελείται από:

- Ένα ομογενή δίσκο μάζας $M = 2\text{kg}$ και ακτίνας $R = (1/\pi)\text{m}$ που μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ένα σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Ως προς τον άξονα αυτό έχει ροπή αδράνειας $I = MR^2/2$.
- Ευθύγραμμο οριζόντιο ομογενή αγωγό KN μάζας $m = 1\text{kg}$, μήκους $L = 1\text{m}$ και ωμικής εσωτερικής αντίστασης $r = 0,1\Omega$. Τα άκρα K, N του αγωγού είναι σε συνεχή επαφή με τους λείους και χωρίς ωμική αντίσταση κατακόρυφους αγωγούς Zx και Vy , που τα άκρα τους Z, V είναι συνδεδεμένα με τον ωμικό αντιστάτη $R_1 = 0,4\Omega$. Το κύκλωμα $xZVY$ έχει πολύ μεγάλο ύψος και είναι στερεωμένο.



3. Λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα που έχει τυλιχθεί πολλές φορές στο αυλάκι του δίσκου και το άκρο του είναι δεμένο στο μέσο του αγωγού ΚΝ.

Το σύστημα δίσκος-νήμα-αγωγός ΚΝ συγκρατείται ακίνητο και κάποια στιγμή το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.

Να βρεθούν:

Δ₁. Το μέτρο της επιτάχυνσης του αγωγού ΚΝ τη στιγμή που το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.

Μονάδες 5

Δ₂. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του δίσκου προς την κινητική ενέργεια του αγωγού ΚΝ.

Μονάδες 5

Δ₃. Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν η ταχύτητα του αγωγού ΚΝ είναι ίση με τη μισή που τελικά θα αποκτήσει.

Μονάδες 5

Δ₄. Αν ο δίσκος εκτέλεσε 12 περιστροφές μέχρι ο αγωγός ΚΝ να αποκτήσει σταθερή ταχύτητα να βρεθεί το επαγωγικό φορτίο που πέρασε από μια διατομή του κυκλώματος και η ολική θερμότητα Joule που παράχθηκε στους αντιστάτες του κυκλώματος στον ίδιο χρόνο.

Μονάδες 2+3

Δ₅. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο δίσκος από τον άξονα περιστροφής, όταν η κινητική ενέργεια του αγωγού αυξάνει με ρυθμό 4 J/s.

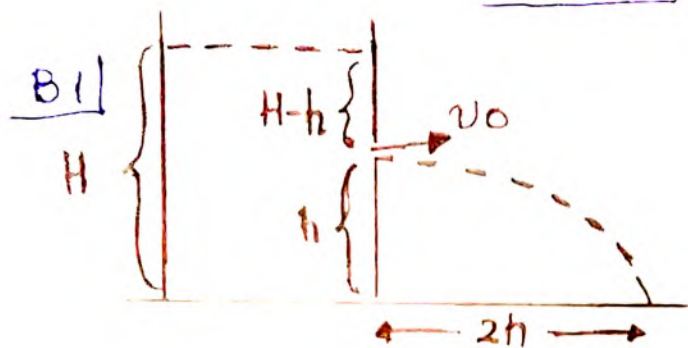
Μονάδες 5

Καλή Επιτυχία!!!

ΘΕΜΑ Α

A₁) α A₂) β A₃) γ A₄) δ A₅) Λ Σ Λ Σ Λ

ΘΕΜΑ Β



Για τον χρόνο πτώσης του υγρού έχουμε: $t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (1).

Για το βεληνεκές ισχύει ότι:

$$x = v_0 \cdot t_n \xrightarrow{x=2h} 2h = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2).$$

Για την ταχύτητα v_0 με την οποία εξέρχεται το υγρό, από το θεώρημα Toricelli έχουμε ότι: $v_0 = \sqrt{2g(H-h)}$ (3)

$$\begin{aligned} \text{Η (2)} &\Rightarrow 4h^2 = v_0^2 \cdot \frac{2h}{g} \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} \xrightarrow{(3)} h = \frac{2g(H-h)}{2g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow h = H-h \Rightarrow 2h = H \Rightarrow h = \frac{H}{2} \quad (4) \end{aligned}$$

Ο όγκος του υγρού που βρίσκεται ανάμεσα στην οπή και στο οριζόντιο επίπεδο θα βρεθεί από τον ορισμό της παροχής

$$\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{θερώντας όπου } \Delta t = t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} \xrightarrow{(4)} \Delta t = \sqrt{\frac{H}{g}} \quad (5).$$

$$\begin{aligned} \text{Συνεπώς: } \Pi &= \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow A_0 \cdot v_0 = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta V = A_0 \cdot v_0 \cdot \Delta t \xrightarrow{(3)} \\ &\Rightarrow \Delta V = A_0 \cdot \sqrt{2g(H-h)} \cdot \Delta t \xrightarrow{(4)} \Delta V = A_0 \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{H}{2}} \cdot \Delta t \xrightarrow{(5)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta V = A_0 \sqrt{g \cdot H} \cdot \sqrt{\frac{H}{g}} = A_0 \sqrt{g \cdot H \cdot \frac{H}{g}} = A_0 \sqrt{H^2} \Rightarrow \boxed{\Delta V = A_0 \cdot H} \quad \begin{array}{l} \text{Σωστό} \\ \text{το β} \end{array}$$

B2] Στους κυκλικούς αγωγούς, λόγω μεταβολής του μαγνητικού πεδίου θα αναπτυχθούν επαγωγικές τάξεις που θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$\mathcal{E}_{\text{en}1} = N_1 \cdot \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t} = N_1 \cdot \frac{\Delta (B \cdot S_1)}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{en}1} = N_1 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot S_1 \quad (1)$$

και ομοίως $\mathcal{E}_{\text{en}2} = N_2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot S_2 \quad (2)$

Αφού οι αγωγοί αποτελούνται από N_1 και N_2 επείρες αντίστοιχα το συνολικό μήκος τους θα είναι αντίστοιχα:

$$\ell_1 = N_1 \cdot 2\pi r_1 \quad (3) \quad \text{και} \quad \ell_2 = N_2 \cdot 2\pi r_2 \quad (4)$$

Για τις αντιστάσεις των δύο αγωγών έχω:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \rho \cdot \frac{\ell_1}{A} \\ R_2 &= \rho \cdot \frac{\ell_2}{A} \end{aligned} \right\} \div \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \xrightarrow{(3)} \frac{R_1}{R_2} = \frac{N_1 \cdot 2\pi r_1}{N_2 \cdot 2\pi r_2} = \frac{2N_1 \cdot r_1}{N_2 \cdot r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{2r_1}{r_2} \quad (5)$$

Για τα επαγωγικά ρεύματα από τα δεδομένα ισχύει:

$$\mathcal{I}_{\text{en}1} = \mathcal{I}_{\text{en}2} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}_{\text{en}1}}{R_1} = \frac{\mathcal{E}_{\text{en}2}}{R_2} \xrightarrow{(1)(2)} \frac{N_1 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot S_1}{R_1} = \frac{N_2 \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot S_2}{R_2} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{2N_1 \cdot S_1}{R_1} = \frac{N_2 \cdot S_2}{R_2} \Rightarrow \frac{2 \cdot \cancel{r_1}^2}{R_1} = \frac{\cancel{r_2}^2}{R_2} \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow$$

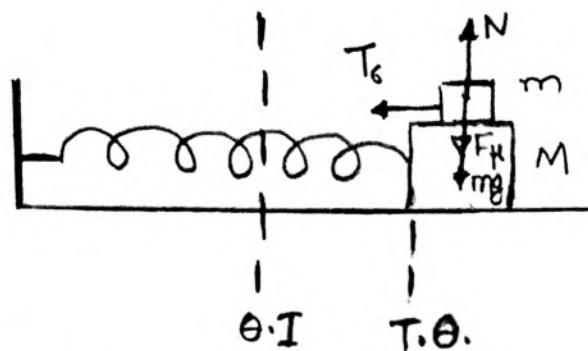
$$\Rightarrow \cancel{2} \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \cancel{2} \cdot \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 1 \Rightarrow r_1 = r_2 \quad (6)$$

Αφού οι κυκλικοί αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα (επαγωγικά), στα κέντρα τους θα δημιουργηθούν μαγνητικά πεδία, στα τις εντάσεις των οποίων έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= N_1 \cdot \mu_0 \cdot \frac{2\pi \mathcal{I}_{\text{en}1}}{r_1} \\ B_2 &= N_2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{2\pi \mathcal{I}_{\text{en}2}}{r_2} \end{aligned} \right\} \div \xrightarrow{\mathcal{I}_{\text{en}1} = \mathcal{I}_{\text{en}2}} \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{2N_1}{N_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = 2 \Rightarrow \boxed{B_1 = 2B_2} \quad \text{Σωστό το β}$$

B31



Το σώμα μάζας m , στον κατακόρυφο άξονα ισορροπεί:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - mg - F_{\mu} = 0$$

$$\Rightarrow N = mg + F_{\mu} \quad (1)$$

Το σύστημα $(M+m)$ ταλαντώνεται μεγωνιστική συχνότητα:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = \sqrt{\frac{k}{3m+m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{4m}} \Rightarrow \omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

Θα εξετάσω την ταλάντωση του σώματος m . Αφού το m ταλαντώνεται για την συνισταμένη των δυνάμεων στον οριζόντιο άξονα θα ισχύει:

$$\sum F_x = -D_2 \cdot x \Rightarrow T_6 = -m \cdot \omega^2 \cdot x \xrightarrow{(2)} T_6 = -m \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{k}{m} \cdot x$$

$$\Rightarrow T_6 = -\frac{k \cdot x}{4} \quad (3)$$

Για να μην υπάρχει ολίσθηση του m , πρέπει:

$$|T_6| \leq T_6 \xrightarrow{(3)} \frac{kx}{4} \leq \mu_s \cdot N \Rightarrow x \leq \frac{4 \cdot \mu_s \cdot N}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{4 \cdot \mu_s \cdot N}{k} \Rightarrow A_{\max} = \frac{4 \cdot \mu_s \cdot N}{k} \Rightarrow \frac{2mg}{k} = \frac{4 \cdot \mu_s \cdot N}{k} \xrightarrow{\mu_s = 0,25}$$

$$\Rightarrow 2mg = N \xrightarrow{(1)} 2mg = mg + F_{\mu} \Rightarrow \boxed{F_{\mu} = m \cdot g} \quad \underline{\text{Σωστό το α}}$$

ΘΕΜΑ Γ

$$K = 10^4 \text{ N/m}$$

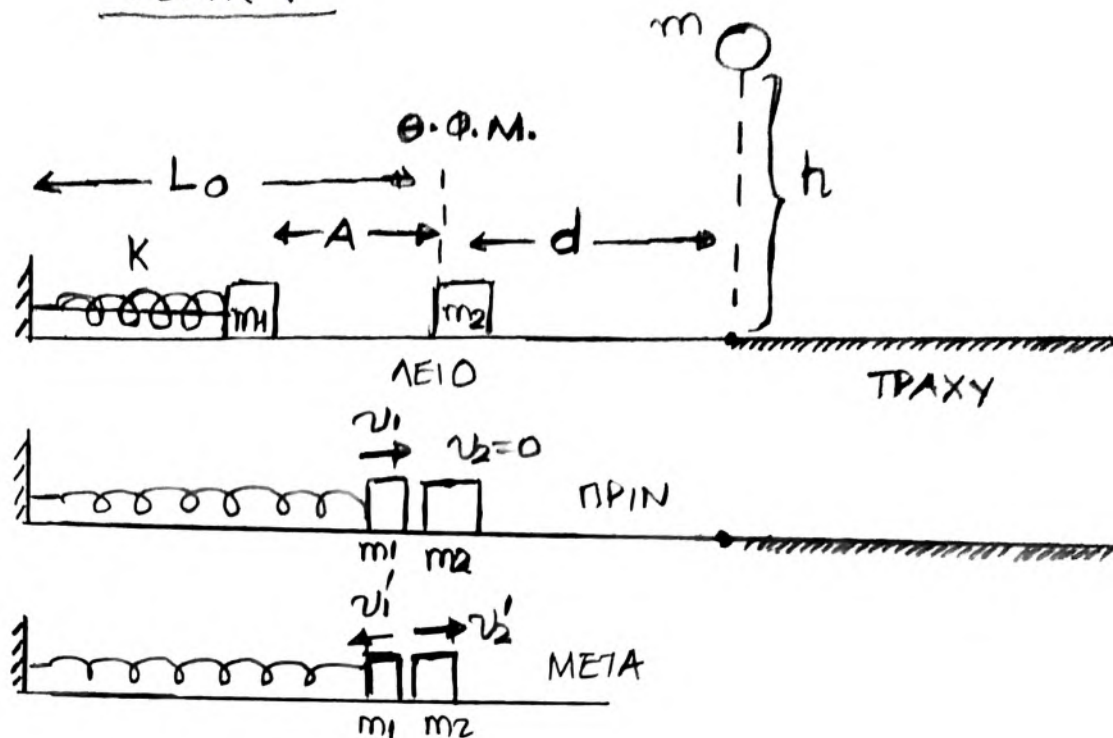
$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$m_2 = 4 \text{ kg}$$

$$h = 20 \text{ m}$$

$$d = 40 \text{ m}$$

$$S = 32 \text{ m}$$



Γ1) α: Για τις ταχύτητες των σωμάτων m_1 και m_2 μετά την ελαστική κρούση έχω. Αφού $v_2 = 0$:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \Rightarrow v_1' = \frac{1 - 4}{1 + 4} \cdot v_1 \Rightarrow v_1' = -\frac{3}{5} \cdot v_1$$

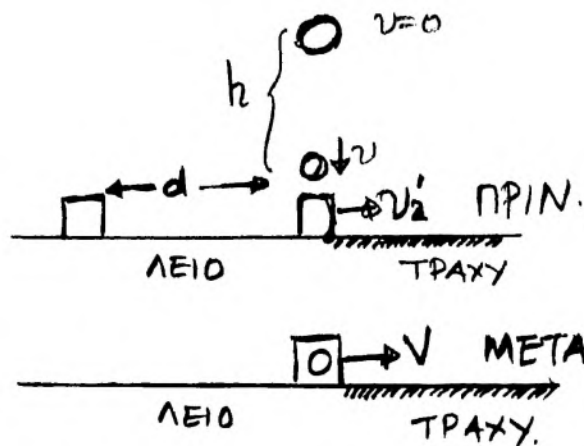
$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2' = \frac{2 \cdot 1}{1 + 4} \cdot v_1 \Rightarrow v_2' = \frac{2}{5} \cdot v_1$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του m_1 που μεταβιβάστηκε στο m_2 είναι:

$$\Pi\% = \frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 \cdot 100\%}{\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2} = \frac{m_2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot v_1^2 \cdot 100\% \cdot 4}{m_1 \cdot v_1^2} = \frac{4 \cdot \frac{4}{25} \cdot 100\%}{1} \cdot 100\%$$

$$= \frac{16}{25} \cdot 100\% = \frac{1600}{25}\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 64\%}$$

6:



Ο χρόνος πτώσης του m είναι: $t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} \Rightarrow t_n = 2 \text{ sec.}$

Στον χρόνο αυτό το m_2 διανύει διάστημα d εκτελώντας Ε.Ο.Κ. Ισχύει ότι:

$$d = v_2' \cdot t_n \Rightarrow v_2' = \frac{d}{t_n} = \frac{40}{2} \Rightarrow \underline{v_2' = 20 \text{ m/sec}}$$

Η ορμή κατά την πλαστική κρούση ισχύει μόνο κατά τον οριζόντιο άξονα $x'x$ όπου το συστηματικό δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις κατά την κρούση.

Α.Δ.Ο. ($x'x$): $P_{\text{πριν}} = P_{\text{μετά}} \Rightarrow m_2 \cdot v_2' + 0 = (m + m_2) \cdot V$
 $\Rightarrow 4 \cdot 20 = 5 \cdot V \Rightarrow V = \frac{80}{5} \Rightarrow \underline{V = 16 \text{ m/sec}}$

Η ταχύτητα v του m λίγο πριν την κρούση είναι:

$$v = g \cdot t_n = 10 \cdot 2 \Rightarrow \underline{v = 20 \text{ m/sec}}$$

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2'^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 20^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 20^2 = 800 + 200 \Rightarrow K_{\text{πριν}} = 1000 \text{ J}$$

$$K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (m_2 + m) \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 16^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 256 \Rightarrow K_{\text{μετά}} = 640 \text{ J.}$$

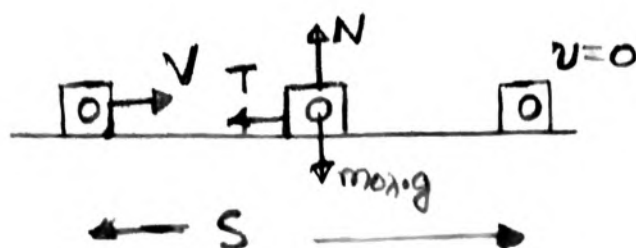
Η θερμότητα κατά την πλαστική κρούση είναι:

$$Q_{\text{κρ}} = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = 1000 - 640 \Rightarrow Q_{\text{κρ}} = 360 \text{ J.}$$

$$\eta \% = \frac{Q_{\text{κρ}} \cdot 100\%}{K_{\text{πριν}}} = \frac{360}{1000} \cdot 100\% = \frac{360}{10} \% \Rightarrow \boxed{\eta \% = 36\%}$$

Γ2]

a)



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - m_{ολ}.g = 0 \Rightarrow N = m_{ολ}.g = (m_2 + m).g \Rightarrow \underline{N = 50 \text{ N}}$$

Θ.Μ.Κ.Ε. για την ένωση στο τμήμα δόνηδο:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_T + W_N + W_{μολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_2 + m).V^2 = -T \cdot S$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{T = \mu \cdot N} \quad \frac{1}{2}(m_2 + m).V^2 &= -\mu \cdot N \cdot S \Rightarrow \mu = \frac{\frac{1}{2}(m_2 + m).V^2}{N \cdot S} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 16^2}{50 \cdot 32} \\ &= \frac{640}{1600} \Rightarrow \boxed{\mu = 0,4} \end{aligned}$$

β) Η ταχύτητα στην επιβραδυνόμενη κίνηση είναι:

$$v = V - |a| \cdot t$$

$$\text{Από 2ο νόμο Newton: } \Sigma F_x = m_{ολ} \cdot a \Rightarrow -T = m_{ολ} \cdot a$$

$$\Rightarrow -\mu \cdot N = m_{ολ} \cdot a \Rightarrow a = -\frac{\mu \cdot N}{m_2 + m} = -\frac{0,4 \cdot 50}{5} \Rightarrow \underline{a = -4 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{Άρα: } v = V - |a| \cdot t \Rightarrow v = 16 - 4 \cdot t$$

$$\text{Όταν σταματήσει θα είναι } v = 0 \Rightarrow 16 - 4t_{ολ} = 0$$

$$\Rightarrow 4t_{ολ} = 16 \Rightarrow \boxed{t_{ολ} = 4 \text{ sec}}$$

Γ3 Στο Γ1)α βρήκαμε ότι: $v_2' = \frac{2}{5} \cdot v_1$
 Στο Γ1)β υπολογίσαμε: $v_2' = 20 \text{ m/sec}$ } $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{2}{5} \cdot v_1 = 20 \Rightarrow \underline{v_1 = 50 \text{ m/sec}}$

Η ταχύτητα αυτή είναι η μέγιστη ταχύτητα της αρχικής ταλάντωσης του m_1 . Άρα:

$$v_{\max} = \omega \cdot A \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot A \Rightarrow 50 = \sqrt{\frac{10^4}{1}} \cdot A$$

$$\Rightarrow 50 = 100 \cdot A \Rightarrow \underline{A = 0,5 \text{ m}}$$

$$\text{Περίοδος αρχικής ταλάντωσης: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10^4}} = 2\pi \cdot \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\pi}{50} \text{ sec}$$

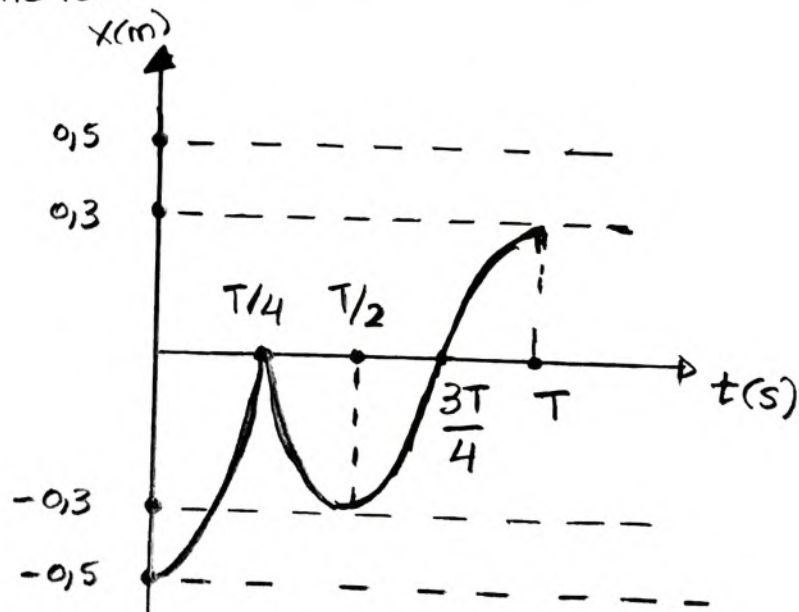
Επίσης στο Γ1)α βρήκαμε ότι: $v_1' = -\frac{3}{5} v_1 = -\frac{3}{5} \cdot 50$
 $\Rightarrow v_1' = -30 \text{ m/s} \Rightarrow |v_1'| = 30 \text{ m/s}$.

Αυτή θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.

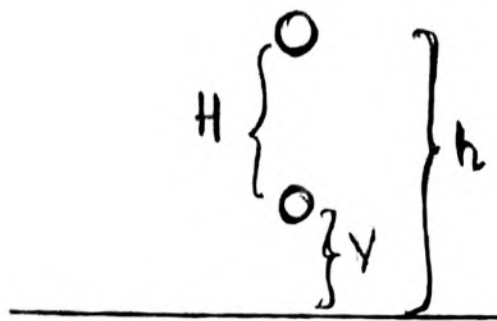
$$\text{Άρα: } v_{\max}' = \omega \cdot A' \Rightarrow v_{\max}' = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \cdot A' \Rightarrow 30 = \sqrt{\frac{10^4}{1}} \cdot A'$$

$$\Rightarrow 30 = 100 \cdot A' \Rightarrow \underline{A' = 0,3 \text{ m}}$$

Ισχύει ότι $T' = T$ αφού η περίοδος δεν εξαρτάται από το πλάτος.



Γ4]



$$h = 20 \text{ m}$$

$$\gamma = 12 \text{ m}$$

$$\text{Άρα: } H = h - \gamma = 8 \text{ m}$$

$$H = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{16}{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{4 \cdot \sqrt{10}}{10} \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10^4}} = 2\pi \cdot \frac{1}{100} \Rightarrow T = \frac{\pi}{50} \text{ s.}$$

Ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το m_1 είναι:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{\frac{4\sqrt{10}}{10}}{\frac{\pi}{50}} = \frac{200\sqrt{10}}{10 \cdot \pi} \Rightarrow N^2 = \frac{200^2 \cdot 10}{100 \cdot \pi^2} = \frac{200^2 \cdot 10}{100 \cdot 10}$$

$$\Rightarrow N^2 = \frac{40000}{100} \Rightarrow N = \sqrt{400} \Rightarrow \boxed{N = 20 \text{ ταλαντώσεις}}$$

Σε κάθε μία ταλόντωση το m_1 μετά την κρούση

διανύει βωολικό διάστημα: $S_1 = 4 \cdot A' = 4 \cdot 0,3 \Rightarrow S_1 = 1,2 \text{ m}$

Άρα σε βύνολο $N = 20$ ταλαντώσεων διανύει διάστημα:

$$S_{ολ} = 20 \cdot S_1 = 20 \cdot 1,2 \Rightarrow \boxed{S_{ολ} = 24 \text{ m}}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$B = 1 \text{ T}$$

$$n^2 = 10$$

$$M = 2 \text{ kg}$$

$$R = \frac{1}{n} \text{ m}$$

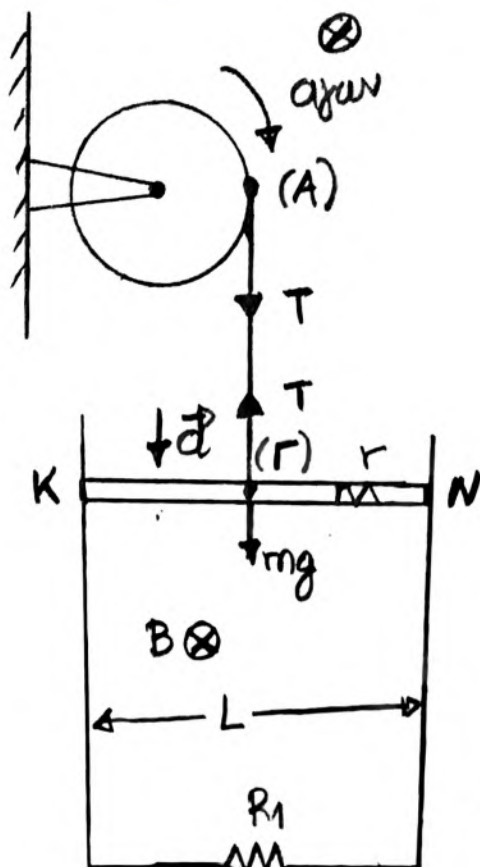
$$I = \frac{1}{2} MR^2$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$r = 0,1 \text{ m}$$

$$R_1 = 0,4 \text{ m}$$



Δ1 Την $t=0$ είναι

$$v=0 \Rightarrow E_{\text{kin}} = Bv\ell = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{\text{em}} = 0 \Rightarrow F_L = 0.$$

Τα σημεία A και Γ του σχοινιού κάθε στιγμή θα έχουν την ίδια ταχύτητα. Άρα:

$$v_r = v_A \Rightarrow v_r = v_{\text{φων}}(A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_r = \omega \cdot R \Rightarrow \frac{dv_r}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot R$$

$$\Rightarrow \alpha = \alpha_{\text{φων}} \cdot R \quad (1).$$

Αγώγος KN: $\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow mg - T = m \cdot \alpha \quad (2).$

Διόκος: $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\text{φων}} \Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \alpha_{\text{φων}} \xrightarrow{(1)} T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \frac{\alpha}{R}$
 $\Rightarrow T = \frac{1}{2} M \cdot \alpha \quad (3).$

$(1) + (3): mg - T + T = m \cdot \alpha + \frac{1}{2} M \cdot \alpha \Rightarrow mg = (m + \frac{M}{2}) \cdot \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} = \frac{1 \cdot 10}{1 + \frac{2}{2}} = \frac{10}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 5 \text{ m/s}^2}$$

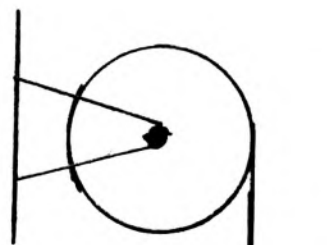
Δ2 Διόκος: $K_A = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{4} MR^2 \cdot \omega^2$

Αγώγος KN: $K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{v = \omega R} K = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot R^2$

Συνεπώς: $\frac{K_A}{K} = \frac{\frac{1}{4} MR^2 \cdot \omega^2}{\frac{1}{2} m \omega^2 R^2} = \frac{M}{2m} = \frac{2}{4 \cdot 1} = \frac{2}{4} \Rightarrow \boxed{\frac{K_A}{K} = 1}$

Δ3

$$E_{\text{en}} = B \ell v, \quad I_{\text{en}} = \frac{E_{\text{en}}}{R_{\text{ox}}} = \frac{B \ell v}{R_{\text{ox}}}, \quad F_L = B \cdot I_{\text{en}} \cdot \ell \Rightarrow F_L = \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot v}{R_{\text{ox}}}$$

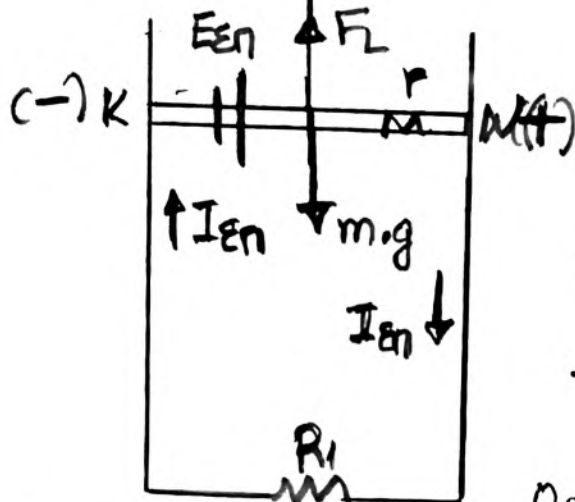


Κίνηση αγωγού:

$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow mg - F_L - T = m \cdot a \quad (4)$$

Κίνηση δίσκου:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\text{γων}} \quad \alpha_{\text{γων}} = \frac{a}{R} \quad T \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2} M \cdot a \quad (5)$$



$$(4) + (5): mg - F_L = (m + \frac{M}{2}) \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg - \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot v}{R_{\text{ox}}} = (m + \frac{M}{2}) \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg - \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot v}{R_{\text{ox}}}}{m + \frac{M}{2}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg - \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot v}{R_{\text{ox}}}}{m + \frac{M}{2}} \quad (6)$$

Όταν τακύνεται ο αγωγός αποκτά

$$\text{όταν } \Sigma F = 0 \Rightarrow a = 0 \xrightarrow{(6)} \frac{mg - \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot v_{\text{op}}}{R_{\text{ox}}}}{m + \frac{M}{2}} = 0 \Rightarrow$$

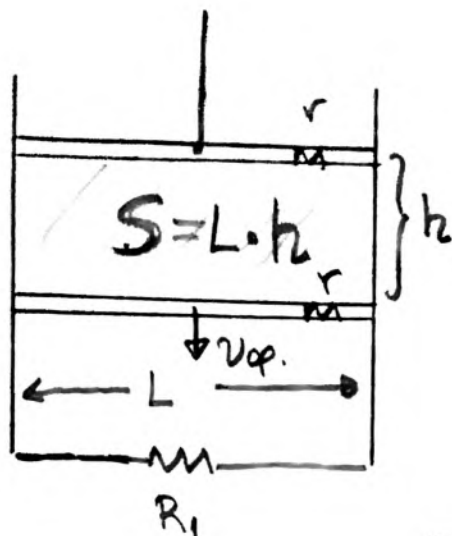
$$\Rightarrow mg - \frac{B^2 \cdot \ell^2 \cdot v_{\text{op}}}{R_{\text{ox}}} = 0 \Rightarrow v_{\text{op}} = \frac{mg R_{\text{ox}}}{B^2 \cdot \ell^2} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 0,5}{1 \cdot 1} \Rightarrow v_{\text{op}} = 5 \text{ m/sec.}$$

Άρα όταν $v = \frac{v_{\text{op}}}{2} = \frac{5}{2} \text{ m/s}$, για τη γροφωπή του δίσκου ως προς το κέντρο του είναι:

$$L = I \cdot \omega = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \frac{v}{R} = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot v = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{L = \frac{5}{2n} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}$$

$$\text{ή } L = \frac{5 \cdot \pi}{2 \cdot 10} = \frac{5\pi}{20} \Rightarrow \boxed{L = \frac{\pi}{4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}} \quad \text{Ισοδύναμη λύση.}$$

Δ4)



Όταν ο δίσκος έχει
εκτελέσει $N=12$ στροφές,
η συνολική γωνία στροφής
είναι: $\theta = N \cdot 2\pi \Rightarrow \theta = 24\pi \text{ rad.}$

Το μήκος του νήματος που
ξετυλίγεται είναι: $\ell = R \cdot \theta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ell = \frac{1}{\pi} \cdot 24 \cdot \pi \Rightarrow \underline{\ell = 24 \text{ m}}$$

Αφού το νήμα δεν γλιστράει στον δίσκο, το διάστημα h
που διανύει ο αγωγός μέχρι να αποκτήσει $V\phi$ είναι

$$h = \ell = 24 \text{ m}$$

$$\text{Συνολικό φορτίο: } q_{\text{ολ}} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{\text{ολ}}} = \frac{|\Phi_{\text{τελ}} - \Phi_{\text{αρχ}}|}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B \cdot S}{R_{\text{ολ}}}$$

$$\Rightarrow q_{\text{ολ}} = \frac{B \cdot L \cdot h}{R_{\text{ολ}}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 24}{0,5} \Rightarrow \boxed{q_{\text{ολ}} = 48 \text{ C}}$$

Από Α.Δ.Ε. για το σύστημα δίσκος-αγωγός έχω:

$$\begin{aligned} E_{\text{αρχ}} &= E_{\text{τελ}} \Rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} + K_{\text{δ}} + U_{\text{δ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} + K_{\text{δ}} + U_{\text{δ}} + Q \\ U_{\text{δ(αρχ)}} &= U_{\text{δ(τελ)}} \\ mgh &= \frac{1}{2} m V_{\phi}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + Q \Rightarrow \omega = \frac{V_{\phi}}{R} \\ mgh &= \frac{1}{2} m V_{\phi}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \cdot \frac{V_{\phi}^2}{R^2} + Q \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 24 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 + Q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 240 = \frac{25}{2} + \frac{25}{2} + Q \Rightarrow 240 = 25 + Q \Rightarrow \boxed{Q = 215 \text{ Joule}}$$

Δ51

Οριακή $\frac{dK_{\text{rot}}}{dt} = 4 \text{ J/s}$ έχουμε:

$$\frac{dK_{\text{rot}}}{dt} = \Sigma F \cdot v \Rightarrow 4 = \Sigma F \cdot v \Rightarrow 4 = m \cdot a \cdot v \Rightarrow 4 = a \cdot v \quad (1)$$

Κινηση αβωχών: $\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow mg - F_L - T = m \cdot a \Rightarrow$

$$\Rightarrow mg - \frac{B^2 \cdot v \cdot l^2}{R_{\text{ολ}} \lambda} - T = m \cdot a \Rightarrow 10 - \frac{1 \cdot v \cdot 1}{0,5} - T = a$$

$$\Rightarrow 10 - 2v - T = a \quad (2)$$

Διόκος: $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\text{γων}} \xrightarrow{\alpha_{\text{γων}} = \frac{a}{R}} T \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot a$

$$\Rightarrow T = a \quad (3)$$

$$(2) + (3): 10 - 2v = 2a \Rightarrow 5 - v = a \xrightarrow{(1)} 5 - v = \frac{4}{v}$$

$$\Rightarrow 5v - v^2 = 4 \Rightarrow v^2 - 5v + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot \gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 \Rightarrow \Delta = 9$$

$$v_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} v_1 = 4 \text{ m/sec} \\ v_2 = 1 \text{ m/sec} \end{cases}$$



• Αν $v = 4 \text{ m/sec}$ τότε από την (3) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{T = 4 \text{ N}}$

Διόκος: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F - Mg - T = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F = Mg + T = 20 + 4 \Rightarrow \boxed{F = 24 \text{ N}}$$

• Αν $v = 1 \text{ m/sec}$ τότε από την (3) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{T = 1 \text{ N}}$

Διόκος: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F - Mg - T = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow F = Mg + T = 20 + 1 \Rightarrow \boxed{F = 21 \text{ N}}$$