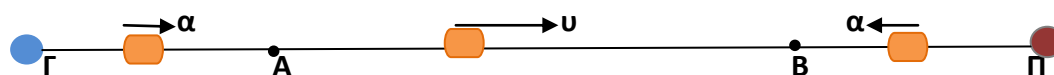


ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟΝ α ΚΕΝΤΑΥΡΟΥ



Ο χημικός πύραυλος έχει οδηγήσει το διαστημόπλοιο εκτός πεδίου βαρύτητας της γης με μηδενική ταχύτητα. Εκεί τίθεται σε λειτουργία ο κινητήρας ιόντων που δίνει στο σκάφος σταθερή επιτάχυνση $a = 10 \text{ m/s}^2$ μέχρις ότου αποκτήσει ταχύτητα $u = 0,2c$ στη θέση Α. Στη συνέχεια το σκάφος κινείται με σταθερή ταχύτητα u μέχρι τη θέση Β από όπου μία επιβραδυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση $a = -10 \text{ m/s}^2$ θα τον φέρει στον εξωπλανήτη προορισμού του με μηδενική ταχύτητα.

Ο Proxima Centauri b απέχει από το ηλιακό μας σύστημα 3,2 έτη φωτός.

α) Να βρεθεί η χρονική διάρκεια κάθε φάσης του ταξιδιού σε ημέρες και ο συνολικός χρόνος του ταξιδιού σε έτη.

β) Η τελική μάζα του διαστημόπλοιου όταν φτάνει στον προορισμό του είναι $m_f = 1000 \text{ tn}$. Να βρεθεί η αρχική μάζα του διαστημόπλοιου m_i όταν τέθηκε σε λειτουργία ο κινητήρας ιόντων. Δίνεται η ταχύτητα εξόδου των καυσαερίων $V_e = 50.000 \text{ km/s}$ και η πυραυλική εξίσωση Tsiolkovski $\Delta u = V_e \ln \frac{m_i}{m_f} \Rightarrow \frac{m_i}{m_f} = e^{\Delta u / V_e}$ όπου Δu η μεταβολή της ταχύτητας πυραύλου για δεδομένη κατανάλωση καυσίμου $m_i - m_f$.

γ) Να βρεθούν η μάζα του καυσίμου από τη στιγμή της έναρξης της επιτάχυνσης μέχρι το τέλος της επιβράδυνσης και η κινητική ενέργεια του σκάφους κατά τη διάρκεια της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης.

δ) Στις αρχές του 19^{ου} αιώνα οι φυσικοί πίστευαν ότι ένας διπλασιασμός της ταχύτητας του πυραύλου θα απαιτούσε διπλάσια ποσότητα καυσίμου. Πχ έστω m η μάζα του πυραύλου και m_K η μάζα των καυσαερίων. Εξαντλούνται όλα τα καύσιμα και η ταχύτητα από 0 γίνεται 60.000 km/s . Για να γίνει η ταχύτητα $120.000.000 \text{ km/s}$ χρειάζονται καύσιμα $m_K' = 2m_K$. Βρείτε για την παραπάνω υπόθεση το m_K και το m_K' με την εξίσωση Tsiolkovsky, $V_e = 50.000 \text{ km/s}$ και το % σφάλμα της εκτίμησης πριν από αυτήν.

ε) Ο Proxima Centauri b είναι ένας εξωπλανήτης που με μέση θερμοκρασία επιφάνειας -40°C βρίσκεται εντός της κατοικήσιμης ζώνης

του άστρου του Proxima Centauri(εγγύτατος Κενταύρου). Ο εγγύτατος Κενταύρου είναι το 3^ο και πιο κοντινό στο ηλιακό μας σύστημα αστέρι του συστήματος α Κενταυρου. Ο εξωπλανήτης έχει μάζα και ακτίνα ίδιες περίπου με τη γη. $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R = 6400 \text{ km}$. Όταν το διαστημόπλοιο μηδενίσει την ταχύτητά του πλέον δέχεται την έλξη του εξωπλανήτη. Με τι ταχύτητα θα έφτανε στην επιφάνεια του πλανήτη αν δεν χρησιμοποιούσε τους χημικούς του ανασχετικούς πυραύλους;

στ) Το πιο ενδιαφέρον εξωηλιακό πλανητικό σύστημα είναι αυτό γύρω από τον αστέρα Trappist 1 στα 40 έτη φωτός με τουλάχιστον 3 πλανήτες σαν τη γη στην κατοικήσιμη ζώνη. Με τι σταθερή ταχύτητα πρέπει να κινούμαστε για να φτάσουμε στο σχετικά κοντινό μας αστρικό σύστημα του Trappist 1 σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα 20 χρόνων;

ΛΥΣΗ

α) Αν s_1 το διάστημα από τη γη στο Α, s_2 το διάστημα από το Α στο Β και t_1, t_2, t_3 οι αντίστοιχοι χρόνοι τότε. $u = 300.000 \text{ km/s} \times 0,2 = 60.000 \text{ km/s} = 60.000.000 \text{ m/s}$

Από τη γη στο Α:

$$u = \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = u/\alpha = 60.000.000/10 = 6.000.000 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\mathbf{t_1 = 69,45 \text{ days}} \text{ και } s_1 = \frac{1}{2} \alpha t_1^2 = 5 \times (6 \times 10^6)^2 \Rightarrow \mathbf{s_1 = 18 \times 10^{13} \text{ m}}$$

Από το Α στο Β:

$$s_2 = u t_2 \quad (1)$$

Από το Β στον προορισμό:

$$0 = u + \alpha t_3 \Rightarrow t_3 = -\frac{u}{\alpha} = 60.000.000/10 \Rightarrow \mathbf{t_3 = 6.000.000 \text{ s} = 69,45 \text{ days}}$$

$$s_3 = u t_3 + \frac{1}{2} \alpha t_3^2 = 6 \times 10^7 \times 6 \times 10^6 - 5 \times (6 \times 10^6)^2 \Rightarrow \mathbf{s_3 = 18 \times 10^{13} \text{ m}}$$

$$\text{Όμως } s_{\text{ολ}} = 3,2 \text{ ly} = 3,2 \times 300.000 \times 365 \times 24 \times 3600 \Rightarrow \mathbf{s_{\text{ολ}} = 3,0275 \times 10^{13} \text{ km}}$$

$$\text{Αλλά } s_1 + s_2 + s_3 = s_{\text{ολ}} \Rightarrow s_2 = 3,0275 \times 10^{13} - 2 \times 0,018 \times 10^{13} \Rightarrow$$

$$\mathbf{s_2 = 2,9915 \times 10^{13} \text{ km} = 2991,5 \times 10^{13} \text{ m}}$$

$$(1) \Rightarrow t_2 = (2991,5 \times 10^{13}) / (6 \times 10^7) = 498,5833 \times 10^6 \text{ s} \Rightarrow \mathbf{t_2 = 5770,64 \text{ days}}$$

Δηλαδή το διάστημα που το διαστημόπλοιο κινήθηκε με σταθερή ταχύτητα είναι το συντριπτικά μεγαλύτερο κομμάτι της διαδρομής του.

$$t_{\text{ολ}} = t_1 + t_2 + t_3 = 5909,54 \text{ days ή}$$

$$t_{\text{ολ}} = 16,19 \text{ χρόνια}$$

β) Κατά την κίνηση από τη γη στο A: $\frac{m_i}{m_{f(A)}} = e^{\Delta u/Ve} \Rightarrow \frac{m_i}{m_{f(A)}} = e^{6/5} \Rightarrow$

$$m_{f(A)} = m_i/e^{1,2} \quad (2)$$

Από το A στο B ο κινητήρας δε λειτουργεί.

Από το B μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα: $\frac{m_{f(A)}}{m_f} = e^{1,2} \Rightarrow m_{f(A)} = m_f e^{1,2} \quad (2)$

$$(1)(2) \Rightarrow m_f e^{1,2} = \frac{m_i}{e^{1,2}} \Rightarrow m_i = m_f (e^{1,2})^2 = 10^6 \times 11,023176 \Rightarrow$$

$$m_i = 11.023.176 \text{ tn}$$

γ) Μάζα καυσίμου = $11.023.176 - 1.000.000 = 10.023.176 \text{ tn}$

δηλαδή το καύσιμο ήταν το $10023176:11023076 = 0,9$ περίπου ή το 90% της αρχικής μάζας του διαστημόπλοιου.

Από (1) $m_{f(A)} = m_i/e^{1,2} = 11023176/3,2 = 3320086,69 \text{ kg}$

Η μάζα και η ταχύτητα μένουν σταθερές κατά τη διαδρομή AB επομένως κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2} m_{f(A)} u^2 = 0,5 \times 3320086,69 \times (6 \times 10^7)^2 \Rightarrow$

$$K = 6 \times 10^{21} \text{ J}$$

δ) Τι νόμιζαν

Έστω m η αρχική μάζα του πυραύλου και m_k η ποσότητα του καυσίμου. Έστω ότι εξαντλεί όλα τα καύσιμα και η ταχύτητά του αυξάνεται από 0 σε u . Για να αυξηθεί από 0 σε $2u$ χρειάζονται καύσιμα $m_k' = 2m_k$.

Τι ισχύει

Έστω m η αρχική μάζα του πυραύλου και m_k η ποσότητα του καυσίμου. Έστω ότι εξαντλεί όλα τα καύσιμα και η ταχύτητά του αυξάνεται από 0 σε u . Τελική μάζα $m = (m + m_k)/e^{1,2} \Rightarrow m_k = 2,2m$

Για να αυξήσει την ταχύτητά του από 0 σε $2u$: $m = (m + m_k')/e^{2,4} \Rightarrow$

$m_k' = 10m = 4,55m_k$ δηλαδή 125% περισσότερα καύσιμα από αυτά που πίστευαν.

ε) Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργεια από το θεωρητικά άπειρο για τον εξωπλανήτη με ταχύτητα μηδέν έως την επιφάνειά του:

$K_{\infty} + U_{\infty} = K + U \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}mu^2 - \frac{GMm}{R} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11200 \text{ m/s ή } 11,2 \text{ km/s}$
 αναμενόμενο αποτέλεσμα καθώς είναι η αντίστροφη διαδικασία από τον υπολογισμό της ταχύτητας διαφυγής.

στ) $u = s/t = 40 \times c \times 1y / 20y \Rightarrow u = 2c !!!$

ΣΧΟΛΙΟ

Οι κινητήρες ιόντων ενώ δίνουν μεγαλύτερη ώθηση για δεδομένη ποσότητα καυσίμου αλλά σε μεγάλο χρονικό διάστημα, δεν μπορούν επομένως να χρησιμοποιηθούν για την εκτόξευση πυραύλου καθώς εκεί χρειαζόμαστε μεγάλη ώθηση σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα.

Τώρα αν στην παραπάνω ποσότητα καυσίμου του κινητήρα ιόντων προσθέσουμε και την ποσότητα καυσίμου του χημικού πυραύλου για την εκτόξευση του διαστημόπλοιου και την προσεδάφισή του στον εξωπλανήτη προκύπτει ένα εξωπραγματικό ποσό καυσίμου για ένα ταξίδι στο κοντινότερο αστέρι σε λογικό χρόνο.

Για να πάμε στον Trappist 1 με $0,2c$ χρειαζόμαστε 200 χρόνια δηλαδή γίνεται αναπαραγωγή μέσα στο σκάφος και προσεδάζονται στον εξωπλανήτη τα δισέγγονά μας. Αν όμως καταφέρουμε να ταξιδεύουμε μέσα στο ...επιτρεπτό όριο των $0,999c$ λογικά θα χρειαζόμαστε 40 χρόνια, με τη διαστολή του χρόνου όμως το ταξίδι μειώνεται δραστικά στα 5 χρόνια περίπου.

Εν κατακλείδι κοντινά διαστρικά ταξίδια απαιτούν ταχύτητες κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Για ταξίδια όμως σε αστρικά συστήματα πάνω από 1000 έτη φωτός ούτε η διαστολή του χρόνου μας σώζει οπότε ή πατάμε γκάζι στα 2, 3,... $10c$ και βάλει ή συμβιβάζομαστε με μια ζωή δική μας, των παιδιών μας και των απογόνων μας μέχρι ν-οστής γενιάς μέσα στο σκάφος.