

3.

Αν $\alpha \geq 0$, τότε:

$$\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu \cdot \nu]{\alpha}$$

Έχουμε:

$$\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu \cdot \nu]{\alpha} \Leftarrow (\text{αρκεί να αποδείξουμε ότι})$$

$$(*) \Leftarrow \left[\left(\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} \right)^\mu \right]^\nu = \left(\sqrt[\mu \cdot \nu]{\alpha} \right)^{\mu \cdot \nu} \Leftarrow (\text{αρκεί να αποδείξουμε ότι})$$

$$\Leftarrow \left(\sqrt[\nu]{\alpha} \right)^\nu = \alpha \Leftarrow \alpha = \alpha, \text{ που ισχύει.}$$

Εφόσον η τελευταία ισότητα ισχύει, μπορούμε να μεταβούμε από αυτή στην αρχική από κάτω προς τα πάνω, βάζοντας το σύμβολο της ισοδυναμίας σε κάθε βήμα.

(*) Σημείωση: Αν υψώσουμε αντίστροφα «πρώτα εις την ν» «και μετά εις την μ» καταλήγουμε πάλι σε ισότητα που ισχύει:

$$\Leftarrow \left[\left(\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} \right)^\nu \right]^\mu = \left(\sqrt[\mu \cdot \nu]{\alpha} \right)^{\mu \cdot \nu} \Leftarrow$$

$$\Leftarrow \left[\sqrt[\mu]{\left(\sqrt[\nu]{\alpha} \right)^\nu} \right]^\mu = \left(\sqrt[\mu \cdot \nu]{\alpha} \right)^{\mu \cdot \nu} \Leftarrow$$

$$\Leftarrow \left(\sqrt[\mu]{\alpha} \right)^\mu = \alpha \Leftarrow \alpha = \alpha, \text{ που ισχύει}$$

4.

$$\sqrt[\nu \cdot \rho]{\alpha^{\mu \cdot \rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$$

Έχουμε:

$$\sqrt[\nu \cdot \rho]{\alpha^{\mu \cdot \rho}} = \sqrt[\nu]{\sqrt[\rho]{\left(\alpha^\mu \right)^\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$$

Ασκήσεις

1.

Να γραφεί η ποσότητα $37 - 12\sqrt{7}$ ως τέλειο τετράγωνο.

Λύση:

$$\begin{aligned} 37 - 12\sqrt{7} &= \\ &= 37 - 2 \cdot 6\sqrt{7} = \\ &= 37 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{7} = \\ &= (2\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{7} + 3^2 = \\ &= (2\sqrt{7} - 3)^2 \end{aligned}$$

2.

A) Να αποδείξετε ότι: $(1 - 2\sqrt{3})^2 = 13 - 4\sqrt{3}$

B) Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt{13 - 4\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{6}}$$

Απάντηση για το B) $A = \dots = -4$

3.

Να βρεθεί η τιμή της διαφοράς:

$$\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$

Με δύο τρόπους:

α) γράφοντας τις ποσότητες κάτω από τις ρίζες ως τέλεια τετράγωνα, ...

β) βρίσκοντας το τετράγωνο της διαφοράς,...

και με τους δύο τρόπους η διαφορά έστω δ , είναι $\delta = 2$.

και για να μην ξεχνάμε τις απόλυτες τιμές,...

4.

Αν $d(2x, 6) < 4$ και $-1 < y < 3$

A) Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η τιμή της παράστασης

$$A = |x - |x|| - 3y + 2x - |x|$$

B) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K = |8 - |A|| + 2016 + |A|$$

Αν διεξάγετε σωστά τους υπολογισμούς σας, θα βρείτε για K , το έτος που θα αποχωριστούμε σε ενάμιση μήνα περίπου, με δεδομένο ότι οι ασκήσεις αυτές γράφηκαν την Πέμπτη 14 Νοεμβρίου 2024.

(συνεχίζεται...)