

Η εξίσωση $x^n = a$

Θέμα 3ο

14052. α) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 1 = 0$.

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $|x| + x = 0$.

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $|x| + |x^2 - 1| + x = 0$.

Λύση

α) $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$

β) $|x| + x = 0 \Leftrightarrow |x| = -x \Leftrightarrow x \leq 0$

γ) Είναι $|x^2 - 1| \geq 0$ και $|x| \geq -x \Leftrightarrow |x| + x \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Άρα $|x| + |x^2 - 1| + x = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 1| + (|x| + x) = 0 \Leftrightarrow$

$(x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1)$ και $(|x| + x = 0 \Leftrightarrow x \leq 0) \Leftrightarrow x = -1$