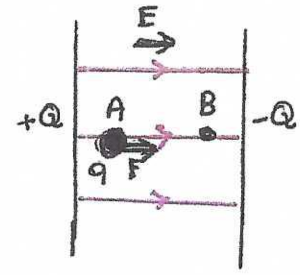
ΜΕΡΟΣ Β: ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛ/ΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

1) ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Το ηλεκτροστατικό πεδίο του οποίου η ένταση είναι σταθερή.

2) ΣΧΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ



Σχήμα 1.

Θεωρούμε το ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο του σχήματος 1.

Έστω θετικό φορτίο στο σημείο Α.

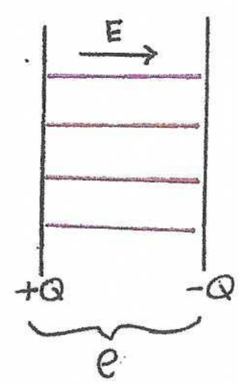
Η δύναμη που ασκείται στο φορτίο q είναι:

$$F = q \cdot E \quad (1)$$

Το έργο της δύναμης που παράγεται κατά την μετακίνηση του q από το Α στο Β είναι: $W_{AB} = F \cdot (AB) \overset{(1)}{\Leftrightarrow} W_{AB} = qE\,(AB) \quad (2)$

Γνωρίζουμε όμως ότι: $W_{AB} = q \cdot (V_A - V_B) \quad (3)$

$$(2),(3) \Rightarrow qE\,(AB) = q\,(V_A - V_B) \Leftrightarrow E = \frac{V_A - V_B}{AB} \quad (4)$$



Σχήμα 2

Άρα:

Αν V: η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή και

ℓ: η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του

η ένταση του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι:

$$E = \frac{V}{\ell} \quad (5)$$

Παρατήρηση 1.

Από την σχέση $W_{AB} = q\,(V_A - V_B)$ προκύπτουν τα εξής:

α) Αν $q > 0$

$W_{AB} > 0$ (δηλ. η μετακίνηση του φορτίου γίνεται χωρίς να απαιτείται ενέργε

όταν $q\,(V_A - V_B) > 0 \Leftrightarrow V_A - V_B > 0 \Leftrightarrow V_A > V_B$.

Άρα ένα θετικό φορτίο, αν αφεθεί ελεύθερο θα κινηθεί από υψηλότερα προς χαμηλότερα δυναμικά.

β) Αν $q < 0$

$W_{AB} > 0$ όταν $q\,(V_A - V_B) > 0 \Leftrightarrow V_A - V_B < 0 \Leftrightarrow V_A < V_B$

Άρα ένα αρνητικό φορτίο, αν αφεθεί ελεύθερο θα κινηθεί από χαμηλότερα προς υψηλότερα δυναμικά.

3. Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.

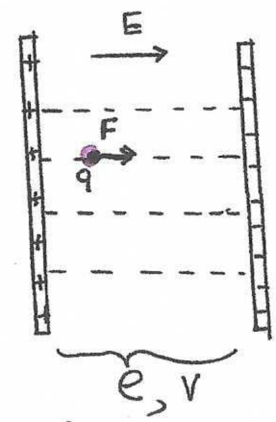
3.1) Κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($υ_0=0$)

Θεωρούμε θετικό φορτίο q που αφήνεται πολύ κοντά στην θετική πλάκα.

Η δύναμη που του ασκείται είναι $F=qE$ (6) (σταθερή)

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με:

- επιτάχυνση $a=\frac{qE}{m}$ (7)
- απόσταση που διανύει σε χρόνο t: $S=\frac{1}{2}at^2$ (8)
- ταχύτητα που αποκτά σε χρόνο t: $υ=at$ (9)



ℓ: η απόσταση των οπλισμών
V: η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών.

Σχήμα 3

α) Σε πόσο χρόνο φτάνει στην αρνητική πλάκα

$$\ell=\frac{1}{2}at_1^2 \Leftrightarrow \frac{2\ell}{a}=t_1^2 \Leftrightarrow t_1=\sqrt{\frac{2\ell}{a}} \quad (10)$$

ℓ: η απόσταση μεταξύ των οπλισμών

β) Με τι ταχύτητα φτάνει στην αρνητική πλάκα

$$υ_1=at_1 \Leftrightarrow υ_1=a\sqrt{\frac{2\ell}{a}} \Leftrightarrow υ_1=\sqrt{2\ell a} \quad (11)$$

3.2) Κίνηση με αρχική ταχύτητα ($υ_0 \neq 0$) παράλληλη στις δυναμικές γραμμές.

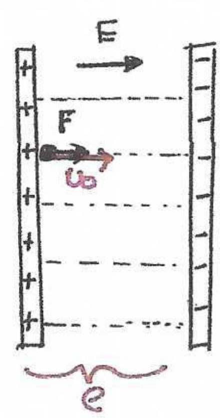
3.2α) $υ_0 \uparrow\uparrow F$

Η κίνηση που θα κάνει το θετικό φορτίο του σχήματος θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

- Επιτάχυνση $a=\frac{qE}{m}$ (7) (σταθερή)
- ταχύτητα που αποκτά σε χρόνο t:

  $υ=υ_0+at$ (12)
- διάστημα που διανύει σε χρόνο t.

  $S=υ_0 \cdot t+\frac{1}{2}at^2$ (13)

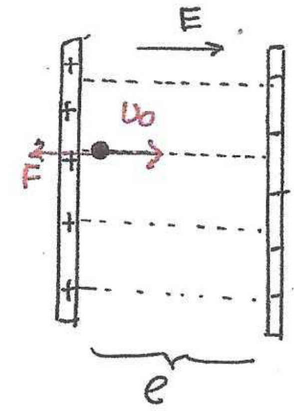


Σχήμα 4

Σε πόσο χρόνο φτάνει στην αρνητική πλάκα; και με τι ταχύτητα.

Θέτουμε
$$\begin{cases} S=\ell \Leftrightarrow \ell=υ_0t_1+\frac{1}{2}at_1^2 & (14) \\ υ=υ_0+at_1 & (15) \end{cases}$$

3.2β) $\upsilon_0 \uparrow\downarrow F$



Σχήμα 5

__Αρνητικό φορτίο__

βάλλεται με ταχύτητα υ_0 από την θετική πλάκα

Η δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο έχει φορά αντίθετη της έντασης (αφού $q<0$)

Επειδή η F άρα και η επιτάχυνση α έχουν αντίθετη φορά της υ_0, το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Άρα $\begin{cases} \upsilon = \upsilon_0 - at & (16) \\ s = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}at^2 & (17) \end{cases}$

! Θυμίζουμε ότι το διάστημα που διανύει μέχρι να σταματήσει στιγμιαία δίνεται από τις σχέσεις:

α) Ο χρόνος που απαιτείται για να σταματήσει είναι:

$\upsilon = \upsilon_0 - a t_1 \Leftrightarrow 0 = \upsilon_0 - a t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{\upsilon_0}{a}$ (18)

β) Το διάστημα που διανύει μέχρι να σταματήσει:

$S_{ολ} = \upsilon_0 t_1 - \frac{1}{2}a t_1^2 \overset{(18)}{\Leftrightarrow} S_{ολ} = \upsilon_0 \cdot \frac{\upsilon_0}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{\upsilon_0}{a}\right)^2 \Leftrightarrow$

$S_{ολ} = \frac{\upsilon_0^2}{a} - \frac{\upsilon_0^2}{2a} \Leftrightarrow S_{ολ} = \frac{\upsilon_0^2}{2a}$ (19)

ΕΦΑΡΜΟΓΗ : Στο σχήμα 5, το σωματίδιο βάλλεται με αρχική ταχύτητα υ_0. Ποιά πρέπει να είναι η διαφορά δυναμικού V μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, ώστε το σωματίδιο μόλις να φτάσει στην αρνητική πλάκα; (δηλ. να φτάσει στην αρνητική πλάκα με μηδενική ταχύτητα). Τα μεγέθη m, q θεωρούνται γνωστά.

▸ Φτάνει στην αρνητική πλάκα με μηδενική ταχύτητα.

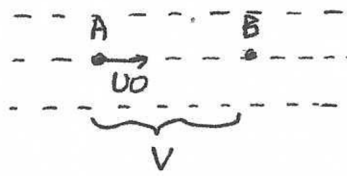
Άρα $0 = \upsilon_0 - a t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{\upsilon_0}{a}$ (18) ο χρόνος που κάνει να φτάσει στην αρνητική πλάκα.

Το διάστημα που διανύει είναι ℓ. Άρα

$\ell = \upsilon_0 t_1 - \frac{1}{2}a t_1^2 \Leftrightarrow \ell = \frac{\upsilon_0^2}{2a} \Leftrightarrow a = \frac{\upsilon_0^2}{2\ell} \Leftrightarrow \frac{qE}{m} = \frac{\upsilon_0^2}{2\ell} \Leftrightarrow$

$\frac{q \cdot \left(\frac{V}{\ell}\right)}{m} = \frac{\upsilon_0^2}{2\ell} \Leftrightarrow \frac{qV}{m\cancel{\ell}} = \frac{\upsilon_0^2}{2\cancel{\ell}} \Leftrightarrow qV = \frac{m\upsilon_0^2}{2} \Leftrightarrow V = \frac{m\upsilon_0^2}{2q}$. (20)

Παρατήρηση 2: (αν δεν δίνεται η απόσταση)



Σχήμα 6.

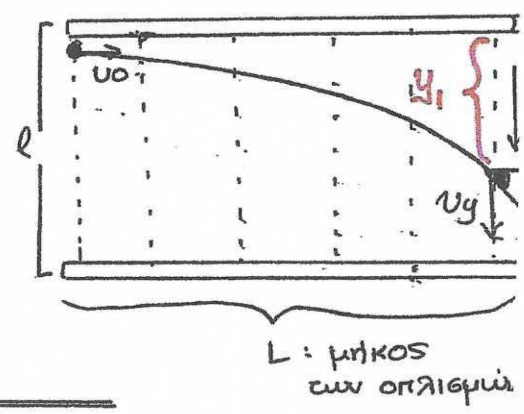
Θεωρούμε σωματίδιο το οποίο εισάγεται με αρχική ταχύτητα $υ_ο$ σε σημείο A ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου. Ζητείται η ταχύτητα που θ' αποκτήσει στο σημείο B. Γνωρίζουμε την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B, όχι όμως την απόστασή τους. Στην περίπτωση αυτή δουλεύουμε με ΘΜΚΕ:

$$E_{κιν,αρχ} + W_{A\to B} = E_{κιν,τελ} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}mυ_ο^2 + qV = \frac{1}{2}mυ_B^2 \quad (21)$$

3.3) ΚΙΝΗΣΗ ΜΕ ΑΡΧΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΑΘΕΤΗ ΣΤΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ.

Θετικό φορτίο q εισέρχεται με ταχύτητα υο κάθετη στις δυναμικές γραμμές (σχήμα 7).



Για την μελέτη της κίνησης εφαρμόζουμε την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων.

Άξονας x	Άξονας y
• Δύναμη $F_x=0$	• Δύναμη $F_y=qE$
• Κίνηση ευθύγραμμη ομαλή	• Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
• Επιτάχυνση $a_y=0$	• Επιτάχυνση $a_x = a = \frac{qE}{m} \Leftrightarrow a_x = \frac{qV}{mℓ}$
	• Αρχική ταχύτητα $υ_ο=0$
• Ταχύτητα $υ_x = υ_ο$ (22)	• Ταχύτητα $υ_y = a\cdot t$ (24)
• Διανυόμενο διάστημα στον άξονα x $Δx = υ_ο\cdot t$ (23)	• Διανυόμενο διάστημα στον άξονα y $Δy = \frac{1}{2}at^2$ (25)

α) Χρόνος παραμονής στο πεδίο. ($t_π$)

Από την σχέση (23) για $Δx = L$ προκύπτει: $Δx = υ_ο\cdot t_π \Leftrightarrow t_π = \frac{Δx}{υ_ο} \Leftrightarrow t_π = \frac{L}{υ_ο}$ (26)

β) Απόκλιση από την αρχική διεύθυνση κίνησης κατά την έξοδο (y_1)

Από την σχέση (25): $y_1 = \frac{1}{2}a\cdot t_π^2 \Leftrightarrow y_1 = \frac{1}{2}a\frac{L^2}{υ_ο^2} \Leftrightarrow y_1 = \frac{aL^2}{2υ_ο^2}$ (27)

ή $y_1 = \frac{1}{2}\frac{qVL^2}{υ_ο^2 mℓ}$ (28)

γ) Ταχύτητα εξόδου

$$\upsilon_x = \upsilon_0$$
$$\upsilon_y = a t_\pi$$
$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + (a t_\pi)^2}$$
$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{a^2 \cdot L^2}{\upsilon_0^2}}$$

Η κατεύθυνσή της δίνεται από:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}$$
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{a \cdot t_\pi}{\upsilon_0}$$
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{aL}{\upsilon_0^2}$$

δ) Εξίσωση τροχιάς

Η εξίσωση τροχιάς προκύπτει από τις σχέσεις

$$\begin{cases} x = \upsilon_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

αν απαλείψουμε του χρόνου t.

$$\begin{cases} x = \upsilon_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0} \\ y = \frac{1}{2} a \left(\frac{x}{\upsilon_0}\right)^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} a \frac{x^2}{\upsilon_0^2} \Leftrightarrow y = \frac{a}{2\upsilon_0^2} \cdot x^2 \end{cases} \quad (31)$$

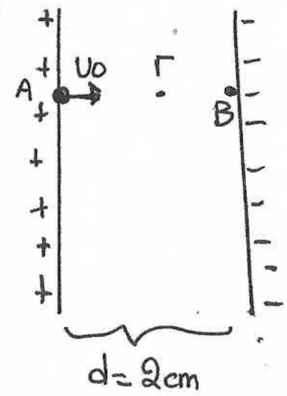
Αντικαθιστώντας την επιτάχυνση $a = \frac{qE}{m} = \frac{qV}{m\ell}$ στην (31)

προκύπτει:

$$y = \frac{qV}{2\upsilon_0^2 m\ell} x^2 \quad (32)$$

Άσκηση 1.

Σωματίδιο φορτίου $q=4\mu C$ και μάζας $m=5\cdot10^{-2}$ kgr εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του διπλανού σχήματος, το οποίο σχηματίζεται μεταξύ δύο αντίθετα φορτισμένων πλακών που απέχουν απόσταση $d=2cm$. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι 500 V. Η αρχική ταχύτητα του σωματιδίου είναι $\upsilon_0=0{,}5 m/s$. Να βρεθούν:



α) η επιτάχυνση του σωματιδίου

β) Μετά από πόσο χρόνο και με τι ταχύτητα το σωματίδιο φτάνει στην αρνητική πλάκα

Μετά από χρόνο 0,01 sec από τη στιγμή εισόδου του στο πεδίο, το σωματίδιο φτάνει στο σημείο Γ.

γ) Με τι ταχύτητα φτάνει;

δ) Να βρεθεί η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα Α και Γ

Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται.

Λύση

α) Ένταση ηλ. πεδίου: $E=\frac{V}{d} \Leftrightarrow E=\frac{500}{2\cdot10^{-2}} \Leftrightarrow E=\frac{5}{2}\cdot10^4 V/m$.

Η δύναμη που ασκείται στο φορτίο: $F=qE \Leftrightarrow F=\cancel{4}^{2}\cdot10^{-6}C\cdot\frac{5}{\cancel{2}}10^4\frac{V}{m} \Leftrightarrow$
$F=10\cdot10^{-2}N \Leftrightarrow F=10^{-1}N$.

$\upsilon_0 \uparrow\uparrow F$ άρα θα κάνει ευθ. ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

$a=\frac{F}{m} \Leftrightarrow a=\frac{10^{-1}}{5\cdot10^{-2}} \Leftrightarrow a=\frac{10\cdot10^{-2}}{5\cdot10^{-2}} \Leftrightarrow a=2 m/s^2$

β) $d=\upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2 \Leftrightarrow 2\cdot10^{-2}=\frac{1}{2}\cdot\Delta t+\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\cdot\Delta t^2 \Leftrightarrow 4\cdot10^{-2}=\Delta t+2\Delta t^2 \Leftrightarrow$
$2\Delta t^2+\Delta t-4\cdot10^{-2}=0$

$\Delta=1-4\cdot2(-4\cdot10^{-2})$

$\Delta=1+32\cdot10^{-2}$

$\Delta=1{,}32$

$\sqrt{\Delta}=1{,}15$ $\quad \Delta t_1=\frac{-1+1{,}15}{4}=\frac{0{,}15}{4}=0{,}04 sec$

$\Delta t_2=\frac{-1-1{,}15}{4}<0$ απορρίπτεται

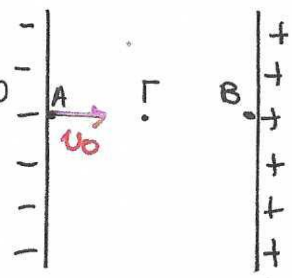
Φτάνει στην αρνητική πλάκα με ταχύτητα
$\upsilon=\upsilon_0+a\Delta t=$
$=0{,}5+2\cdot0{,}04$
$=0{,}58 m/s$

γ) $\upsilon_\Gamma=\upsilon_0+a\Delta t \Leftrightarrow \upsilon_\Gamma=0{,}5+2\cdot0{,}01 \Leftrightarrow \upsilon_\Gamma=0{,}5+0{,}02 \Leftrightarrow \upsilon_\Gamma=0{,}52 m/s$

δ) $(A\Gamma)=\Delta x=\upsilon_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2=0{,}5\cdot0{,}01+\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\cdot0{,}01^2=5\cdot10^{-3}+10^{-4}=5{,}1\cdot10^{-3}m$

$E=\frac{V_{A\Gamma}}{(A\Gamma)} \Leftrightarrow V_{A\Gamma}=E\cdot(A\Gamma) \Leftrightarrow V_{A\Gamma}=\frac{5}{2}\cdot10^4\frac{V}{m}\cdot5{,}1\cdot10^{-3}m=127{,}5 V$

Σωματίδιο φορτίου $2\mu C$ και μάζας 10^{-2} kgr εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος, την χρονική στιγμή $t=0$. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι $V=100V$ και η απόσταση των πλακών είναι 4cm



A α) τι είδους κίνηση κάνει το σωματίδιο;

β) να βρεθεί η επιτάχυνση α.

γ) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα υο, ώστε το σωματίδιο να φτάσει στην θετική πλάκα με μηδενική ταχύτητα.

δ) Με τι ταχύτητα επιστρέφει στο A και μετά από πόσο χρόνο από την είσοδό του στο πεδίο;

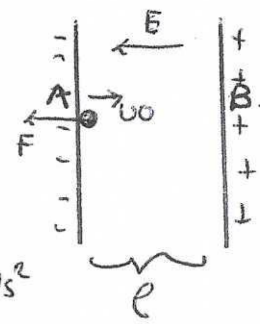
B) Να βρεθεί σημείο Γ, στο οποίο το σωματίδιο έχει ταχύτητα 0,15 m/s. Ποιά η διαφορά δυναμικού $V_{B\Gamma}$

Γ) Να βρεθεί το έργο της δύναμης του πεδίου για την μετακίνηση του φορτίου από το $A \to B$, και το έργο για την διαδρομή $A \to B \to A$

Λύση

A) α) Αφού $q>0$ η $F \uparrow\uparrow E$. Άρα $F \uparrow\downarrow \upsilon_0$

θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.



β) $F = qE$, $a = \frac{F}{m}$, $E = \frac{V}{\ell}$ $\Bigg\}$ $a = \frac{qE}{m} \Leftrightarrow a = \frac{qV}{\ell m} \Leftrightarrow$

$a = \frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 10^{2}}{4\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow a = \frac{20\cdot 10^{-7}\cdot 10^{2}}{4\cdot 10^{-4}}\ m/s^2$

$a = 5\cdot 10^{-1}\ m/s^2$ (επιβράδυνση)

γ) Η απόσταση που θα έχει διανύσει είναι $\Delta x = \ell$, και $\upsilon_{τελ} = 0$

$\upsilon_{τελ} = \upsilon_0 - a\Delta t_1 \Leftrightarrow 0 = \upsilon_0 - a\Delta t_1 \Leftrightarrow a\Delta t_1 = \upsilon_0 \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{\upsilon_0}{a}$ (1)

$\ell = \upsilon_0 \Delta t_1 - \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 \Leftrightarrow \ell = \frac{\upsilon_0^2}{a} - \frac{\upsilon_0^2}{2a} \Leftrightarrow \ell = \frac{\upsilon_0^2}{2a} \Leftrightarrow \upsilon_0 = \sqrt{2a\ell} \Leftrightarrow$

$\upsilon_0 = \sqrt{2\cdot 5\cdot 10^{-1}\cdot 4\cdot 10^{-2}}\ m/s \Leftrightarrow \upsilon_0 = \sqrt{4\cdot 10^{-2}}\ m/s \Leftrightarrow \upsilon_0 = 2\cdot 10^{-1}\ m/s$

και $\Delta t_1 = \frac{\upsilon_0}{a} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{2\cdot 10^{-1}}{5\cdot 10^{-1}} \Leftrightarrow \Delta t_1 = 0{,}4$ sec ή $\Delta t_1 = 4\cdot 10^{-1} s$

δ) Κίνηση από $B \to A$.

Η κίνηση είναι ευθ. ομαλά επιταχυνόμενη. με $a = 5\cdot 10^{-1} m/s^2$ και $\upsilon_0' = 0$

$\ell = \frac{1}{2} a \Delta t_2^2 \Leftrightarrow 2\ell = a \Delta t_2^2 \Leftrightarrow \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2\ell}{a}} \Leftrightarrow$

$\Delta t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-1}}} \Leftrightarrow \Delta t_2 = \sqrt{\frac{20 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-1}}} \Leftrightarrow$

$\Delta t_2 = \sqrt{16 \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow \Delta t_2 = 4 \cdot 10^{-1}$ sec και $\upsilon_2 = a \Delta t_2 = 5 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-1} \Leftrightarrow$
$\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-1}$ m/s.

Επιστρέφει στο Α μετά από χρόνο $\Delta t_{ολ} = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Leftrightarrow$
$\Delta t_{ολ} = 0{,}4$ sec $+ 0{,}4$ sec $\Leftrightarrow \Delta t_{ολ} = 0{,}8$ sec. από την στιγμή που εισήχθη στο πεδίο. Επίσης, επιστρέφει με την ίδια (κατά μέτρο) ταχύτητα.

Β) $A \to B$

$\left.\begin{array}{l} \upsilon_0 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ m/s} \\ \upsilon_\Gamma = 0{,}15 \text{ m/s} \end{array}\right\}$ $\upsilon_\Gamma = \upsilon_0 - a\Delta t \Leftrightarrow$
$0{,}15 = 0{,}2 - 5 \cdot \Delta t$
$5 \Delta t = 0{,}05$
$\Delta t = 0{,}01$ sec για να φτάσει από $A \to \Gamma$

$(A\Gamma) = \upsilon_0 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2$

$(A\Gamma) = 0{,}2 \cdot 0{,}01 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0{,}01^2 \Leftrightarrow$

$(A\Gamma) = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2} - \frac{5}{2} \cdot 10^{-4} \Leftrightarrow$

$(A\Gamma) = \frac{4}{2} \cdot 10^{-3} - \frac{5}{2} \cdot 10^{-4} \Leftrightarrow$

$(A\Gamma) = \frac{35}{2} \cdot 10^{-4}$ m. $\Leftrightarrow (A\Gamma) = 17{,}5 \cdot 10^{-4}$

$(B\Gamma) = 4 \cdot 10^{-2} - 0{,}175 \cdot 10^{-2} = 3{,}825 \cdot 10^{-2}$ m

$V_{B\Gamma} = E \cdot (B\Gamma) \Leftrightarrow V_{B\Gamma} = \frac{V}{\ell} \cdot (B\Gamma) \Leftrightarrow V_{B\Gamma} = \frac{100}{4 \cdot \cancel{10^{-2}}} \cdot 3{,}825 \cdot \cancel{10^{-2}}$

$V_{B\Gamma} = 95{,}625$ V.

Γ) $W_{A\to B} = -F \cdot (AB)$

$F = qE \Leftrightarrow$

$F = \frac{qV}{\ell} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{20}{4} \cdot \frac{10^{-5}}{10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-3}$ N

$W_{A\to B} = -5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-2}$ J

$W_{A\to B} = -2 \cdot 10^{-4}$ J

$W_{B\to A} = F \cdot AB = +2 \cdot 10^{-4}$ J

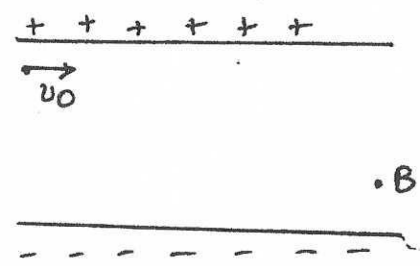
$W_{A\to B\to A} = 0$! Αναμενόμενο γιατί η F είναι συντηρητική δύναμη.

ή από ΘΜΚΕ.

$\Delta K = W_{A\to B\to A} \Leftrightarrow K_{τελ} - K_{αρ} = W_{A\to B\to A} \Leftrightarrow$
$\frac{1}{2} m \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = W_{A\to B\to A} = 0$

Άσκηση 3

Σωματίδιο φορτίου $q=3\mu C$ και μάζας $m=6\cdot 10^{-3}$ kgr εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος, με αρχική ταχύτητα 5m/s. Οι πλάκες του πυκνωτή έχουν μήκος $L=10$cm, ενώ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=4$cm. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι 3200V. Να βρεθούν:



α) η επιτάχυνση του σωματιδίου

β) ο χρόνος εξόδου του σωματιδίου από το πεδίο (σημείο Β).

γ) η κατακόρυφη απόκλιση των σημείων εισόδου - εξόδου

δ) η ταχύτητα εξόδου από το πεδίο.

ε) η διαφορά δυναμικού των σημείων Α και Β (V_{AB})

στ) το έργο της δύναμης του πεδίου για την μετακίνηση Α→Β.

Λύση

α) Εισέρχεται με ταχύτητα ⊥ στις δυναμικές γραμμές.
Θα εκτελέσει οριζόντια βολή. $E = \frac{V}{d} = \frac{3200V}{4\cdot 10^{-2}m} \Leftrightarrow E = 8\cdot 10^{4}$ /m

$F = qE \Leftrightarrow F = 3\cdot 10^{-6}C\cdot 8\cdot 10^{4}V/m \Leftrightarrow F = 24\cdot 10^{-2}$ N

$a = \frac{F}{m} = \frac{24\cdot 10^{-2}N}{6\cdot 10^{-3}kgr} \Leftrightarrow a = 40\ m/s^2$ (στον άξονα y)

β) $L = \upsilon_0\cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{10^{-1}m}{5\ m/s} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{10\cdot 10^{-2}}{5}s \Leftrightarrow \Delta t = 2\cdot 10^{-2}$ sec

γ) $\Delta y = \frac{1}{2}a\Delta t^2 \Leftrightarrow \Delta y = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot 40\cdot \cancel{4}^{2}\cdot 10^{-4} \Leftrightarrow \Delta y = 8\cdot 10^{-3}m$

δ) $\upsilon_x = \upsilon_0 = 5\ m/s$

$\upsilon_y = a\Delta t \Leftrightarrow \upsilon_y = 40\cdot 2\cdot 10^{-2}\ \frac{m}{s} \Leftrightarrow \upsilon_y = 8\cdot 10^{-1}m/s.$

$\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 \Leftrightarrow \upsilon^2 = 25 + 64\cdot 10^{-2} \Leftrightarrow \upsilon^2 = 25{,}64 \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{25{,}64}\ m/s$

$\Leftrightarrow \upsilon = 5{,}1\ m/s$

και $\varepsilon\varphi\phi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{8\cdot 10^{-1}}{5} = 0{,}16$

ε) Τα σημεία Α και Β έχουν κατακόρυφη απόσταση $\Delta y = 8\cdot 10^{-3}m$

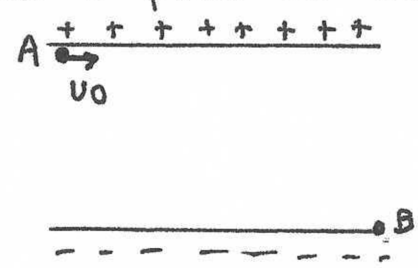
$V_{AB} = E\cdot \Delta y \Leftrightarrow V_{AB} = 8\cdot 10^{4}\frac{V}{m}\cdot 8\cdot 10^{-3}\ m \Leftrightarrow V_{AB} = 640V$

στ) Από ΘΜΚΕ: $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = W_F \Leftrightarrow$

$W_F = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 10^{-3}kgr\,(5{,}1^2 - 5^2) \Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 10^{-3}(25{,}64 - 25) \Leftrightarrow$
$W_F = 1{,}92\cdot 10^{-3}$ J

Άσκηση 4

Σωματίδιο μάζας 0,1 kgr και φορτίου 6μC εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με ταχύτητα 0,5 m/s εφαπτομενικά στη θετική πλάκα. Η απόσταση των πλακών είναι d=6cm, ενώ το μήκος τους είναι 0,5 m



α) Τι είδους κίνηση θα κάνει; Να σχεδιαστεί η τροχιά του.

β) Να γραφεί η εξίσωση τροχιάς του σωματιδίου.

γ) Να βρεθεί η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών, ώστε να εξέλθει εφαπτομενικά από την αρνητική πλάκα

δ) Να βρεθεί ο χρόνος και η ταχύτητα εξόδου από το πεδίο

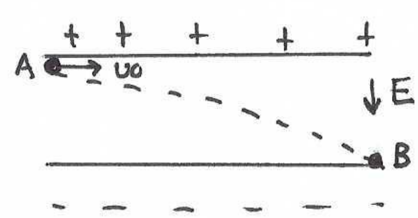
ε) Να βρεθεί σημείο Γ, στο οποίο φτάνει το σωματίδιο μετά από 0,2s από την στιγμή εισόδου.

στ) Με τι ταχύτητα φτάνει στο Γ;

ζ) Να βρεθεί το $V_{ΒΓ}$.

η) Να βρεθεί το έργο της δύναμης του πεδίου κατά την μετακίνηση Α→Γ.

Λύση



α) Οριζόντια βολή γιατί:

Στον άξονα x: $\Sigma F_x = 0$, $\upsilon_{0,x} = \upsilon_0$ (Ε.Ο.Κ)

Στον άξονα y: $\Sigma F_x = F = qE$, $\upsilon_{0y} = 0$

ευθ. ομαλά επιταχυνόμενη με $a = \frac{qE}{m}$

β) $x = \upsilon_0 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0}$ (1)

$y = \frac{1}{2} a t^2 \overset{(1)}{\Leftrightarrow} y = \frac{1}{2} \cdot \frac{qE}{m} \cdot \frac{x^2}{\upsilon_0^2} \Leftrightarrow y = \frac{qE}{2m\upsilon_0^2} x^2$ (2)

γ) Στην εξίσωση τροχιάς (2) θέτω $x = L$ και $y = d$

$\Leftrightarrow d = \frac{qE}{2m\upsilon_0^2} \cdot L^2 \Leftrightarrow d = \frac{q}{2m\upsilon_0^2} \cdot \frac{V}{d} L^2 \Leftrightarrow d^2 = \frac{q}{2m\upsilon_0^2} \cdot V L^2 \Leftrightarrow$

$V = \frac{2m\upsilon_0^2 d^2}{qL^2} \Leftrightarrow V = \frac{2 \cdot 10^{-1} \cdot \cancel{\frac{1}{4}} \cdot \overset{6}{\cancel{36}} \cdot 10^{-4}}{\cancel{6} \cdot 10^{-6} \cdot \cancel{\frac{1}{4}}} \Leftrightarrow V = 120\ V$

δ) $\Delta t = \frac{L}{u_0} = 1\ sec$

$E = \frac{V}{d} = \frac{120\,V}{6\cdot 10^{-2}\,m} \Leftrightarrow E = 2\cdot 10^{3}\ N/m$ ή N/C

$F = qE \Leftrightarrow 6\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{3}\ N = F \Leftrightarrow F = 12\cdot 10^{-3}\,N$

$a = \frac{F}{m} \Leftrightarrow a = \frac{12\cdot 10^{-3}\,N}{10^{-1}\,kgr} \Leftrightarrow a = 12\cdot 10^{-2}\ m/s^2$

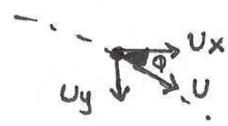
άρα

$u_x = u_0 = 0{,}5\,m/s$

$u_y = a\cdot \Delta t \Leftrightarrow u_y = 12\cdot 10^{-2}\cdot 1\ m/s \Leftrightarrow u_y = 0{,}12\ m/s$.

$u^2 = u_x^2 + u_y^2 \Leftrightarrow u^2 = 0{,}25 + 0{,}0144 \Leftrightarrow u^2 = 0{,}2644 \Leftrightarrow u = 0{,}514\ m/s$.

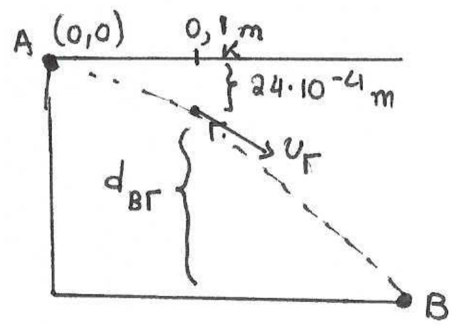
και $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{u_y}{u_x} = \frac{0{,}12}{0{,}5} = 0{,}24$



ε) $\Delta t' = 0{,}2\ sec$

$x_\Gamma = u_0 \Delta t' = 0{,}5\cdot 0{,}2 = 0{,}1\,m$

$y_\Gamma = \frac{1}{2} a \Delta t'^2 = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot \cancel{12}^{\,6}\cdot 10^{-2}\cdot 4\cdot 10^{-2} = 24\cdot 10^{-4}\,m$.



στ) $u_x = u_0 = 0{,}5\,m/s$

$u_y = a\Delta t' \Leftrightarrow u_y = 12\cdot 10^{-2}\cdot 2\cdot 10^{-1} = 24\cdot 10^{-3}\,m/s$

$u_\Gamma = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 0{,}000576} \simeq 0{,}5\ m/s$

$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{24\cdot 10^{-3}}{\frac{1}{2}} = 48\cdot 10^{-3}$

ζ) $V_{B\Gamma} = E\cdot d_{B\Gamma}$

$d_{B\Gamma}$: η κατακόρυφη απόσταση του Β από το Γ.

$d_{A\Gamma} = \frac{1}{2} a \Delta t'^2 = y_\Gamma = 0{,}24\,cm$

$d_{B\Gamma} = (AB) - (A\Gamma) = 6 - 0{,}24 = 5{,}76\,cm$

$V_{B\Gamma} = d_{B\Gamma}\cdot E = 5{,}76\cdot 10^{-2}\cdot 2\cdot 10^{3} \Leftrightarrow V_{B\Gamma} = 115{,}2\,V$

η) $W_{A\to\Gamma}$

α' τρόπος $W_{A\to\Gamma} = W_{A\to K} + W_{K\Gamma} =$

$= 0 + F\cdot y_\Gamma =$

$= 12\cdot 10^{-3}\,N\cdot 24\cdot 10^{-4}\,m$

$= 2{,}88\cdot 10^{-5}\,J$

! $W_{A\to K} = 0$ γιατί $F \perp AK$

! $W_{A\to\Gamma}$ είναι ανεξάρτητο της διαδρομής από $A\to\Gamma$ γιατί η $F_{ηλ}$ είναι συντηρητική δύναμη

β' τρόπος (ΘΜΚΕ)

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{A\to\Gamma} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m (u_\Gamma^2 - u_A^2) = W_{A\to\Gamma} \Leftrightarrow$

$W_{A\to\Gamma} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}1 (0{,}250576 - 0{,}25) = 2{,}88\cdot 10^{-5}\,J$