

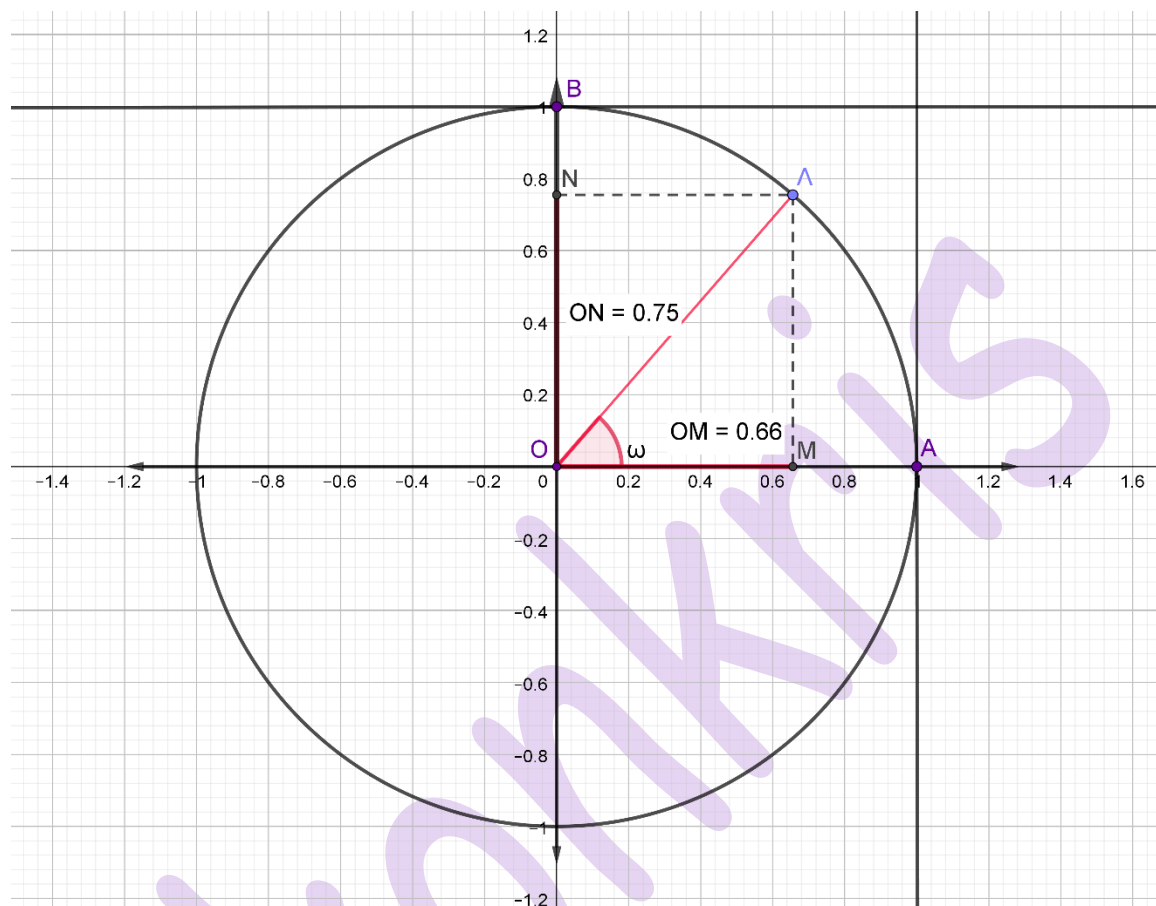
ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 5

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ

ΘΕΩΡΙΑ

Για να κατασκευάσουμε τον τριγωνομετρικό κύκλο, χρησιμοποιούμε ένα κλασικό σύστημα αξόνων. Κατασκευάζουμε εκεί έναν κύκλο ακτίνας $\rho = 1$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Έστω επίσης ένα τυχαίο σημείο Λ που το πήρα πάνω στην περιφέρεια του κύκλου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω ότι το Λ έχει τις τυχαίες συντεταγμένες που φαίνονται στο σχήμα, δηλαδή $\Lambda(0.66, 0.75)$



Άρα, με βάση όσα ξέρουμε στην τριγωνομετρία μπορούμε να βρούμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

Ξέρουμε ότι: $\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho}$, $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho}$, $\epsilon\varphi\omega = \frac{y}{x}$ και $\sigma\varphi\omega = \frac{x}{y}$ όπου $\rho = OL = \sqrt{x^2 + y^2}$

Όμως, εδώ εφόσον έχουμε φτιάξει τον κύκλο να έχει ακτίνα $\rho = 1$ άρα, το $\rho = OL = 1$, οπότε έχουμε:

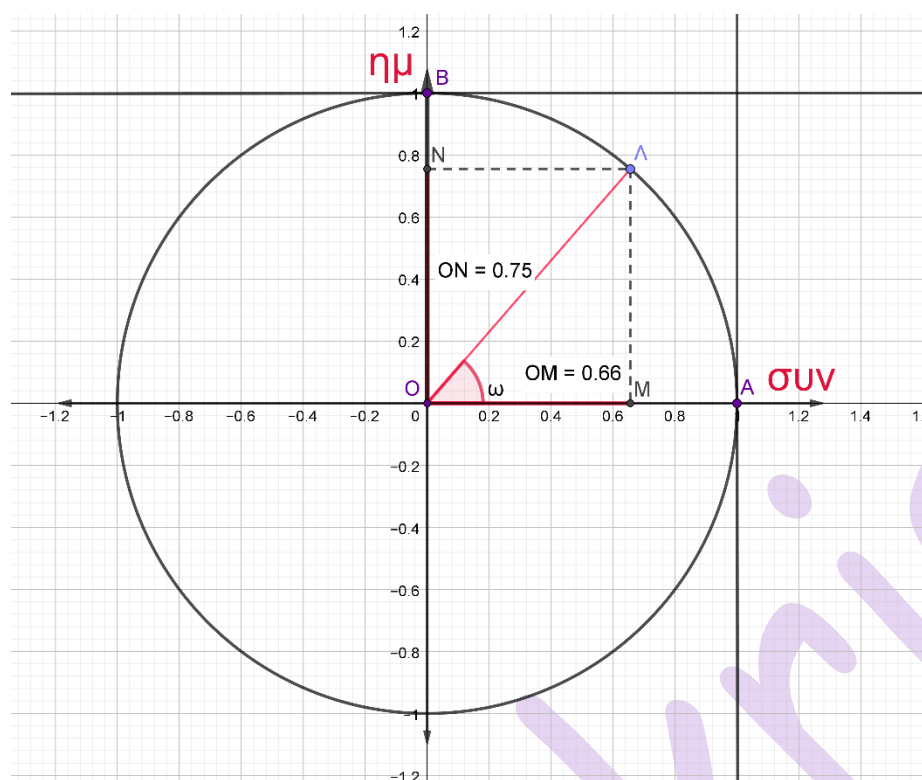
$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{1} = y, \text{ άρα } \eta\mu\omega = y \text{ και } \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{1} = x, \text{ άρα } \sigma\upsilon\nu\omega = x$$

Άρα, το $OM = 0,66$ εκτός του ότι δείχνει την τετμημένη x του σημείου Λ , ταυτόχρονα είναι και το συνημίτονο της γωνίας ω , δηλαδή είναι το $\sigma\upsilon\nu\omega$, άρα **$\sigma\upsilon\nu\omega = 0,66$** .

Ομοίως, το $ON = 0,75$ εκτός του ότι δείχνει την τεταγμένη y του σημείου Λ , ταυτόχρονα είναι και το ημίτονο της γωνίας ω , δηλαδή είναι το $\eta\mu\omega$, άρα **$\eta\mu\omega = 0,75$** .

Άρα στον συγκεκριμένο κύκλο, ο άξονας x' μας δείχνει πόσο είναι το συνημίτονο μιας γωνίας ω και ο άξονας y' μας δείχνει πόσο είναι το ημίτονο της γωνίας ω .

Άρα, όπως μπορείτε να δείτε στο επόμενο σχήμα, τον άξονα $x'x$ τον μετονομάζουμε σε άξονα **συν** (δηλαδή άξονα συνημιτόνων) και τον άξονα $y'y$ σε άξονα **ημ** (δηλαδή άξονα ημιτόνων)



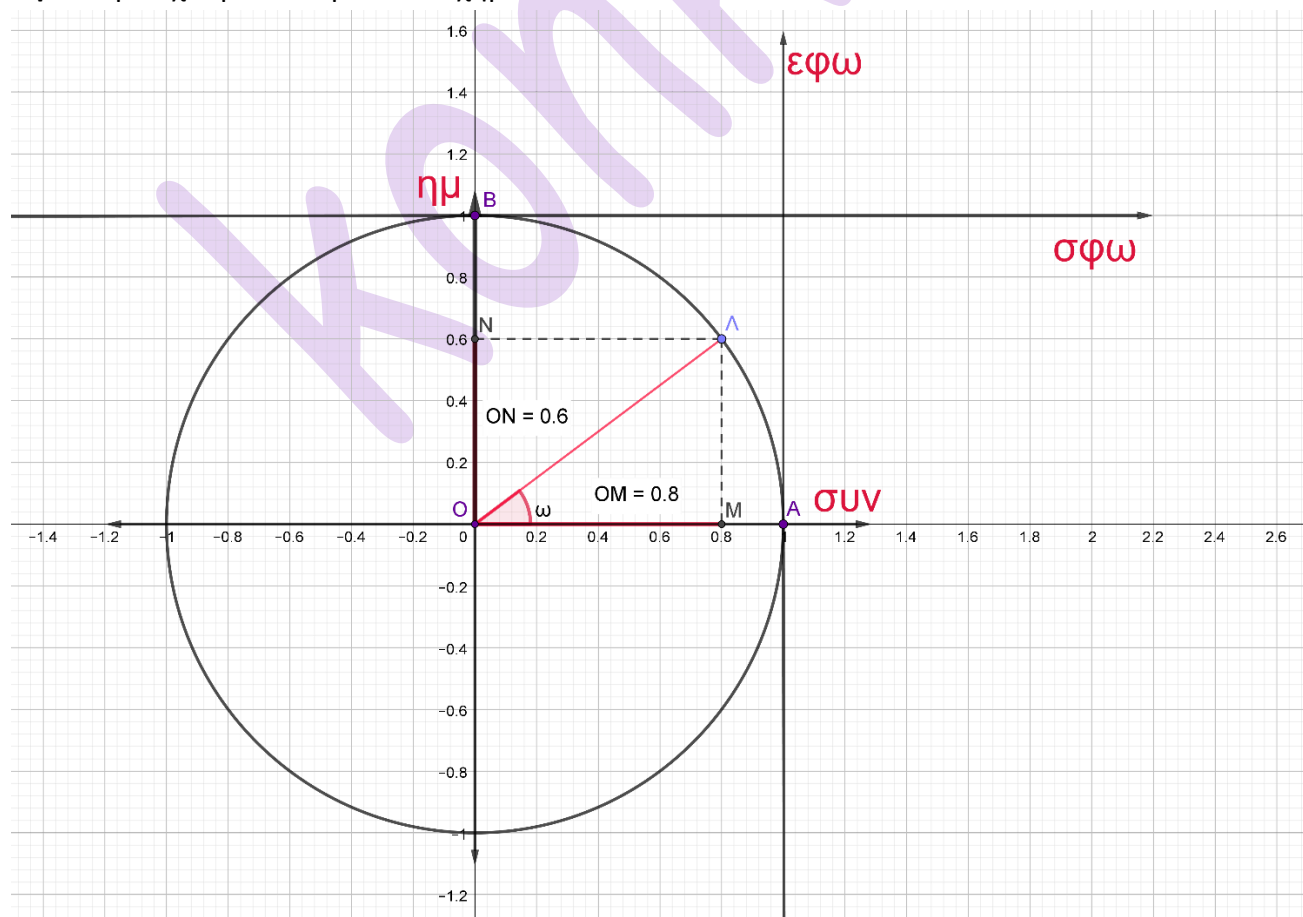
Μετακινώντας τώρα το Λ πάνω στην περιφέρεια του κύκλου μπορούμε να παίρνουμε διάφορες γωνίες ω και κάθε φορά να βλέπουμε αμέσως πόσο είναι το **ημ ω** και πόσο είναι το **συν ω** .

Μένει να βρούμε πώς θα απεικονίζεται στο σχήμα η **εφ ω** και η **σφ ω** .

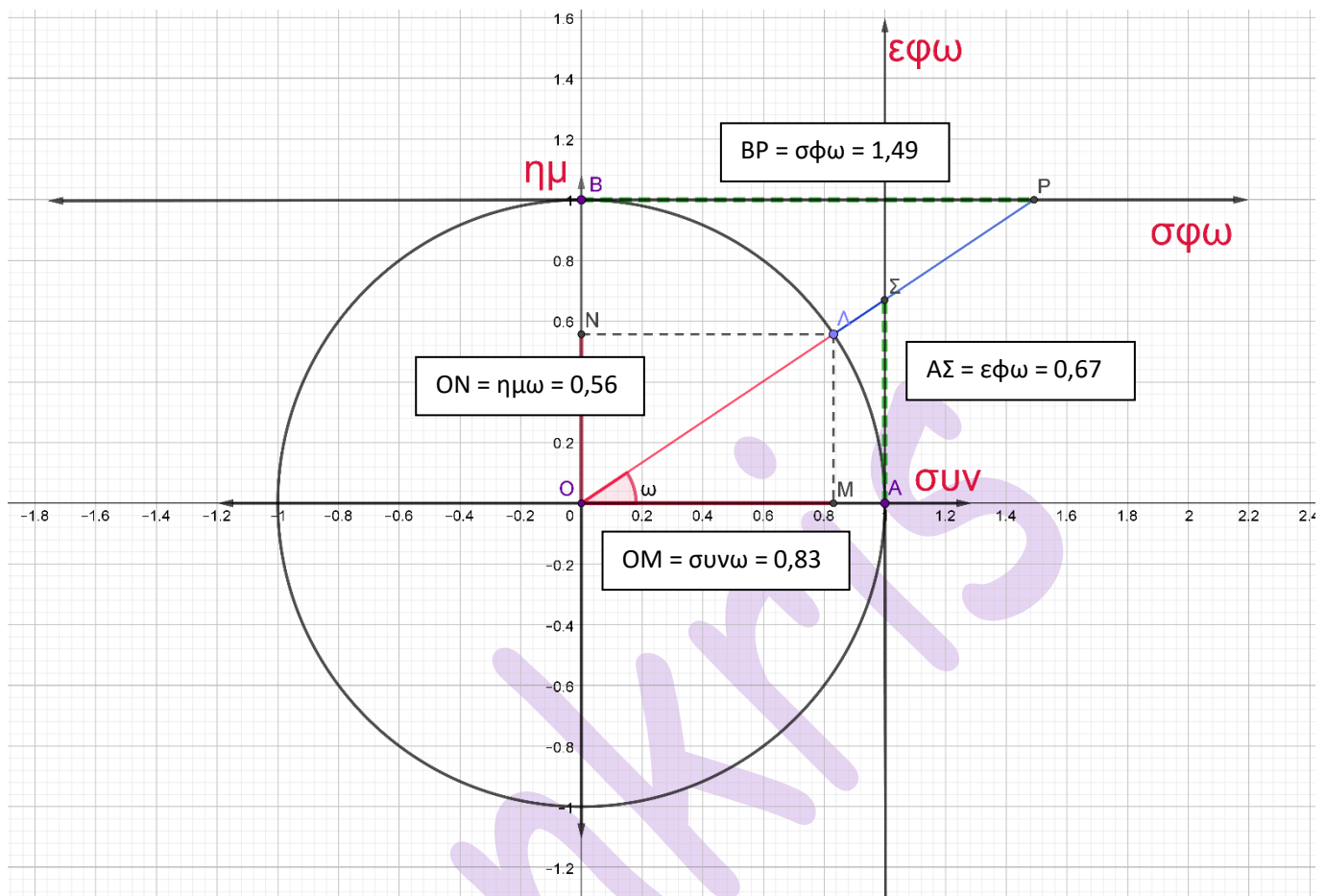
Πάμε στο σημείο A και φέρνουμε μια ευθεία παράλληλη με τον άξονα $y'y$. Αποδεικνύεται ότι αυτή ευθεία παριστάνει την **εφ ω** .

Επίσης, πάμε στο σημείο B και

φέρνουμε μια ευθεία παράλληλη με τον άξονα $x'x$. Αποδεικνύεται ότι αυτή η ευθεία παριστάνει την **σφ ω** . Άρα έχουμε το παρακάτω σχήμα:



Οπότε, για μια τυχαία γωνία ω που έφτιαξα στο επόμενο σχήμα, δείτε πώς βρίσκω όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της.

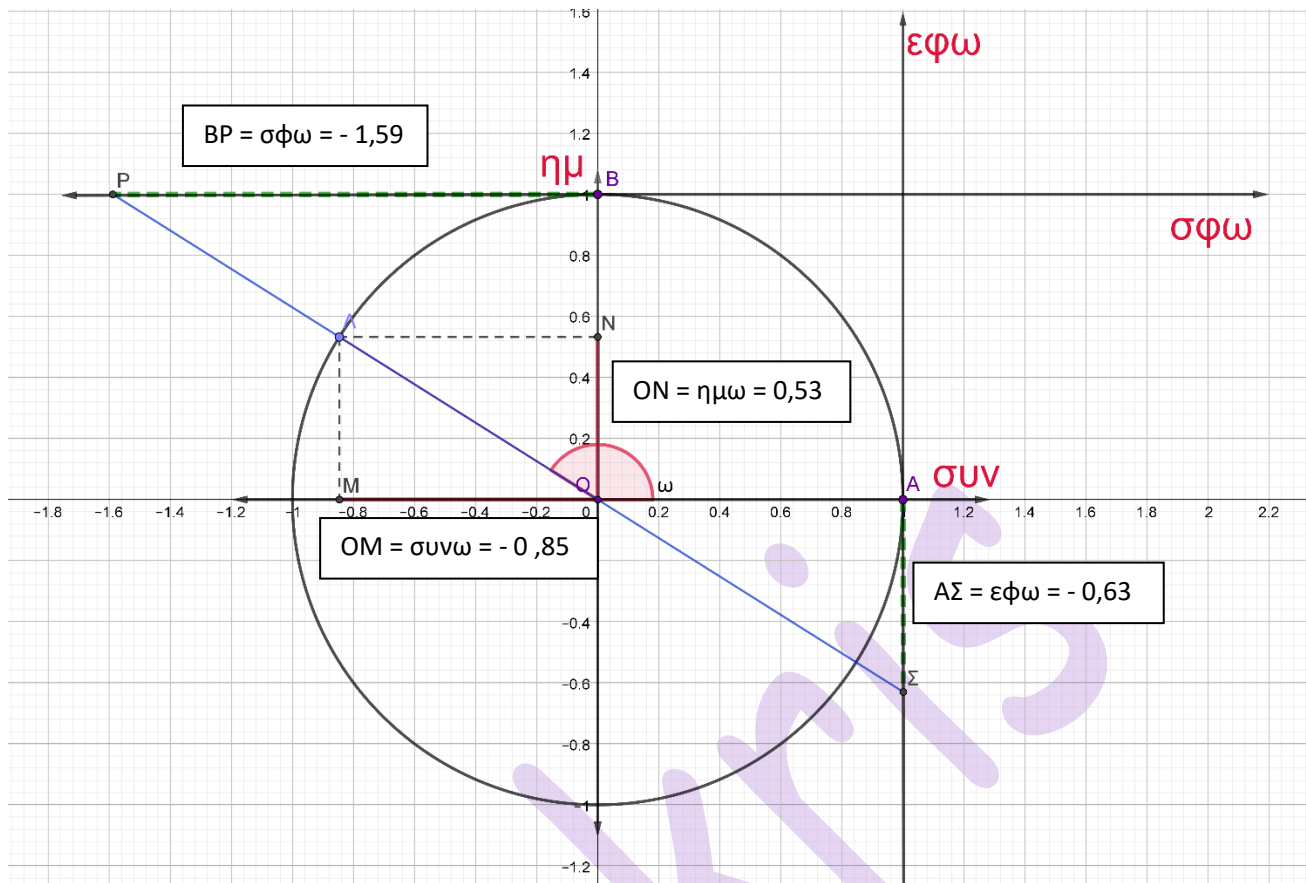


- Το OM είναι το συνω και είναι **συνω = 0,83**
- Το ON είναι το ημω και είναι **ημω = 0,56**
- Μετά προεκτείνουμε την ΟΛ και συναντάμε τον άξονα της εφαπτομένης στο Σ, οπότε το ΑΣ είναι η εφω και είναι **εφω = 0,67**.
- Τέλος, συνεχίζουμε την προέκταση της ΟΛ και συναντάμε τον άξονα της συνεφαπτομένης στο Ρ, οπότε το ΒΡ είναι η σφω και άρα **σφω = 1,49**.

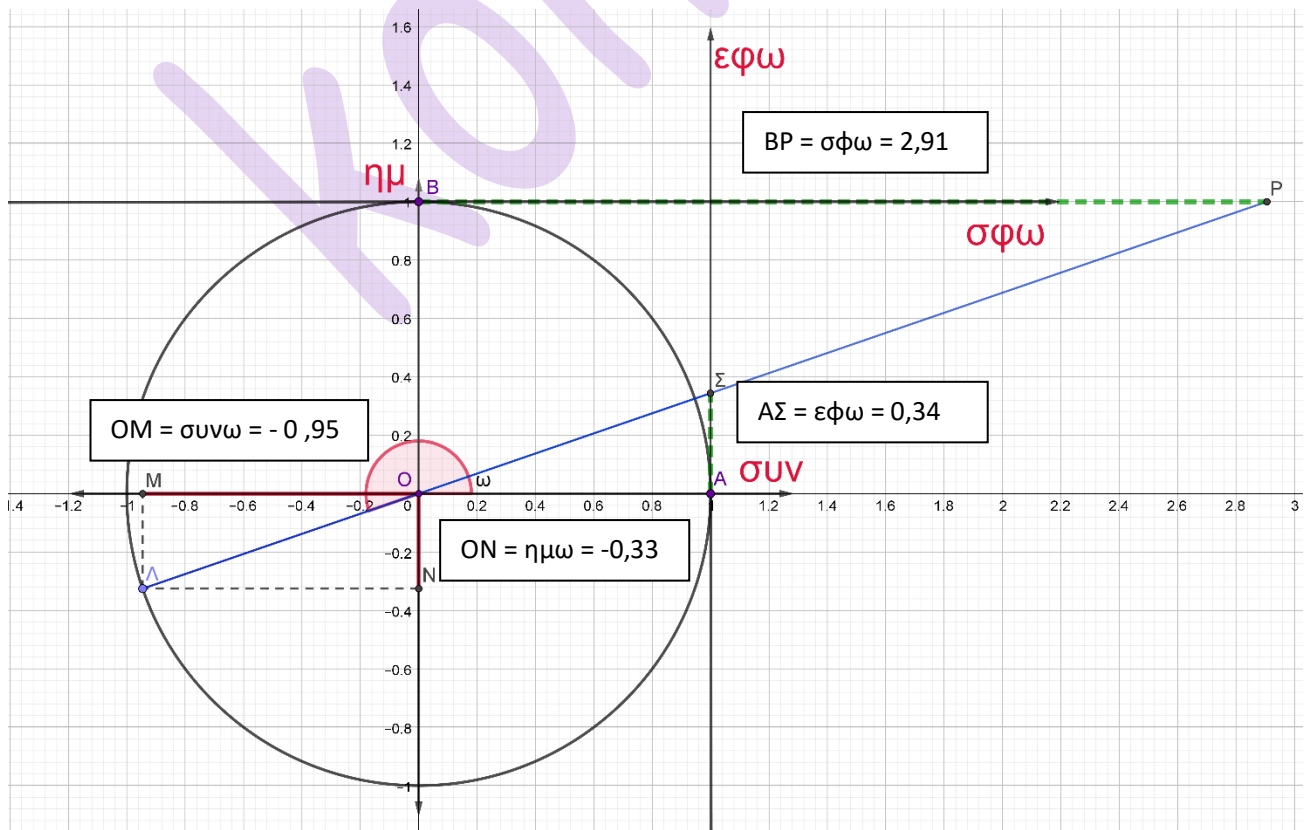
Μετακινώντας το Λ πάνω στην περιφέρεια του κύκλου περνάω από όλες τις γωνίες και άρα μπορώ να υπολογίσω τους τριγωνομετρικούς αριθμούς κάθε γωνίας, όπου κι αν βρίσκεται.

Το συγκεκριμένο σύστημα αξόνων με τον κύκλο ακτίνας $\rho = 1$ και τους άξονες που όρισα λέγεται τριγωνομετρικός κύκλος.

Δείτε για παράδειγμα στο επόμενο σχήμα μια τυχαία γωνία στο 2^ο τεταρτημόριο και δείτε πώς προκύπτουν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της.



Επίσης στο παρακάτω σχήμα δείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μιας γωνίας στο 3^ο τεταρτημόριο



Σελίδα 6

