

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Κεφάλαιο 2ο:

ΕΥΘΕΙΑ

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό-Λάθος»

1. * Συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας (ε) είναι η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα $x'x$. Σ Λ
2. * Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A (x_1, y_1) και B (x_2, y_2) ορίζεται πάντα ως $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Σ Λ
3. * Η ευθεία η οποία διέρχεται από τα σημεία A (x_1, y_1) και B (x_1, y_2) έχει συντελεστή διεύθυνσης μηδέν. Σ Λ
4. * Υπάρχουν δύο ευθείες ϵ_1, ϵ_2 με συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει συγχρόνως $\lambda_1 = \lambda_2$ και $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$. Σ Λ
5. ** Οι ευθείες με εξισώσεις $y = \frac{1}{|\lambda|}x$ και $y = -\lambda x$ είναι κάθετες για κάθε $\lambda \neq 0$. Σ Λ
6. * Οι ευθείες $2x + y = 1$ και $x - 2y = 1$ τέμνονται. Σ Λ
7. * Οι ευθείες $y = 3x + 1$ και $3x - y = 4$ τέμνονται. Σ Λ
8. * Οι ευθείες $y = -\frac{\kappa}{3}x + 1$ και $y = -\lambda x + 2$ είναι παράλληλες. Τότε ισχύει $\kappa = 3\lambda$. Σ Λ
9. * Οι ευθείες $y = 2x + 1$ και $4x - 2y + 5 = 0$ είναι παράλληλες. Σ Λ
10. * Οι διχοτόμοι των γωνιών των αξόνων $x'x, y'y$ έχουν εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$ και τέμνονται κάθετα. Σ Λ
11. * Οι ευθείες $y = 2$ και $y = 2x$ είναι παράλληλες. Σ Λ
12. * Οι ευθείες $5x + y = 1$ και $x - 5y - 1 = 0$ είναι κάθετες. Σ Λ
13. * Τα σημεία A (- 2, - 1), B (1, 4) και Γ (- 4, 2) είναι συνευθειακά. Σ Λ
14. * Τα σημεία A (κ, α), B (λ, α), Γ (μ, α) είναι συνευθειακά. Σ Λ
15. ** Τα σημεία A ($\alpha + \beta, \gamma$), B ($\beta + \gamma, \alpha$), Γ ($\gamma + \alpha, \beta$) είναι συνευθειακά αν $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$. Σ Λ
16. * Η ευθεία που περνά από τα σημεία A (x_1, y_1) και B (x_2, y_2) έχει εξίσωση: $y - y_2 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_2)$ με ($x_1 \neq x_2$). Σ Λ
17. * Από το σημείο A (x_0, y_0) περνά μία μόνο ευθεία με δεδομένο συντελεστή διεύθυνσης λ. Σ Λ
18. * Η ευθεία που περνά από το σημείο (1, 2) και είναι παράλληλη προς την ευθεία $y = -3x + 4$, έχει εξίσωση $y - 2 = -3(x - 1)$. Σ Λ
19. * Η ευθεία AB με A (1, - 4) και B (- 1, - 5) είναι παράλληλη

- προς την ευθεία $y = \frac{1}{2}x + 3$. Σ Λ
20. ** Δίνονται τα σημεία A (- 3, - 1), B (2, 2), Γ (- 3, 4) και Δ (3, - 6). Η ευθεία AB είναι κάθετη προς την ευθεία ΓΔ. Σ Λ
21. ** Η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (1, 1) και σχηματίζει με τον άξονα x'x γωνία ίση με 135° είναι $x + y = 0$. Σ Λ
22. * Η ευθεία $\frac{x}{\beta} + \frac{y}{\alpha} = 1$ με $\alpha, \beta \neq 0$ τέμνει τους άξονες στα σημεία A ($\alpha, 0$) και B (0, β). Σ Λ
23. * Η ευθεία $2y - 3x + 4 = 0$ τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο $(\frac{4}{3}, 0)$. Σ Λ
24. * Όταν ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας δεν ορίζεται, τότε η εξίσωσή της είναι της μορφής $x = x_0$. Σ Λ
25. * Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία $x + y = 0$ με τον άξονα x'x είναι 45° . Σ Λ
26. ** Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία $3x + \sqrt{3}y + 1 = 0$ με τον άξονα x'x είναι 120° . Σ Λ
27. * Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ είναι πάντα εξίσωση ευθείας. Σ Λ
28. ** Αν $A \neq B$, τότε η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει πάντοτε ευθεία. Σ Λ
29. ** Στην ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης. Τότε ισχύει $B = 0$. Σ Λ
30. * Κάθε εξίσωση ευθείας μπορεί να γραφεί στη μορφή $Ax + By = 0$. Σ Λ
31. * Το διάνυσμα $\vec{n} = (-2, 1)$ είναι κάθετο στην ευθεία $x + y + 2 = 0$. Σ Λ
32. * Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$. Σ Λ
33. * Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{n} = (A, -B)$. Σ Λ
34. Δύο ευθείες παράλληλες προς τα διανύσματα $\vec{\delta}_1 = (A, B)$ και $\vec{\delta}_2 = (-B, A)$ αντίστοιχα είναι μεταξύ τους κάθετες. Σ Λ
35. ** Μια ευθεία κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (A, B)$ με $B \neq 0$ έχει εξίσωση της μορφής: $Ax + By + \Gamma = 0$. Σ Λ
36. * Η απόσταση του σημείου $M_0 (x_0, y_0)$ από την ευθεία (ε): $Ax + By + \Gamma = 0$ δίνεται από τον τύπο $d(M_0, \epsilon) = \frac{Ax_0 + By_0 + \Gamma}{\sqrt{A^2 + B^2}}$. Σ Λ
37. * Η απόσταση $d(M_0, \epsilon)$ του σημείου $M_0 (x_0, y_0)$ από την ευθεία (ε): $Ax + By + \Gamma = 0$ επαληθεύει την ισότητα $|Ax_0 + By_0 + \Gamma| = d(M_0, \epsilon) \sqrt{A^2 + B^2}$. Σ Λ

38. * Το εμβαδόν ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με την ορίζουσα $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG})$. Σ Λ
39. * Όλα τα διανύσματα με κοινό φορέα έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης. Σ Λ
40. * Η ευθεία $y = \kappa^2 x + 1$ σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$ για κάθε $\kappa \neq 0$. Σ Λ
41. * Η ευθεία $x + \lambda(x - y) - \lambda = 0$ τέμνει τη διχοτόμο της γωνίας xOy για κάθε τιμή του αριθμού λ . Σ Λ
42. ** Οι ευθείες $\epsilon_1: y = 2x + 1$, $\epsilon_2: y = 2x - 1$, $\epsilon_3: x + 2y + 1 = 0$ και $\epsilon_4: x + 2y + 2 = 0$ τεμνόμενες ορίζουν ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Σ Λ
43. ** Η απόσταση των ευθειών $\epsilon_1: y = \lambda x + \beta_1$ και $\epsilon_2: y = \lambda x + \beta_2$ δίνεται από τον τύπο: $d(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$. Σ Λ
44. * Η εξίσωση της ευθείας ϵ που είναι κάθετη στην ευθεία $\epsilon': x + 3 = 0$ και περνά από το σημείο $(3, 2)$, είναι $y = 3$. Σ Λ
45. * Οι ευθείες $2x - 3y = 11$ και $4y + 3x + 9 = 0$ έχουν κοινό σημείο το $(-1, 3)$. Σ Λ
46. Η ευθεία $y = \lambda x + 3$ έχει δύο κοινά σημεία με τον άξονα $x'x$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. Σ Λ
47. * Αν οι ευθείες $(\mu + 1)x - y = 0$ και $3x + y - 7 = 0$ είναι παράλληλες, τότε $\mu = 2$. Σ Λ
48. ** Οι ευθείες $\epsilon_1: 7x + 3y + 2 = 0$ και $\epsilon_2: 2x + 5y - 3 = 0$ είναι κάθετες. Σ Λ
49. * Η εξίσωση $xy = x$ παριστάνει μια μόνο ευθεία του καρτεσιανού επιπέδου. Σ Λ
50. * Το σημείο $A(\eta\mu\theta, 0)$ με $\theta = \frac{\pi}{7}$ ανήκει στην ευθεία $2x + \kappa y = 3$. Σ Λ
51. * Η απόσταση των παράλληλων ευθειών $y = x$ και $y = x + 1$ είναι 1. Σ Λ
52. ** Η εξίσωση $y = x + \beta$ με $\beta \in \mathbb{R}$ παριστάνει οικογένεια ευθειών παράλληλων προς την ευθεία $y = x$. Σ Λ
53. * Ορίζεται τρίγωνο με πλευρές που έχουν εξισώσεις $3x - y = 4$, $y = -5x - 4$, $y = 3x + 5$. Σ Λ
54. ** Η συμμετρική της ευθείας $y = 3x$ ως προς τον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση $y = 3x + 3$. Σ Λ
55. ** Η εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$ με κορυφές $A(5, 1)$, $B(6, 3)$ και $\Gamma(2, 2)$ είναι $y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 2)$. Σ Λ
56. ** Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από την ευθεία $2x + 5y = 10$ και τους άξονες $x'x$ και $y'y$, είναι 5 τ.μ. Σ Λ
57. ** Όλες οι ευθείες της οικογένειας ευθειών: $(x + y + 1) + \lambda(3x - 2y - 4) = 0$ περνούν από το σημείο $(2, 1)$. Σ Λ

58. * Το σύστημα των εξισώσεων δύο παράλληλων ευθειών είναι αδύνατο. Σ Λ
59. ** Η εξίσωση της ευθείας $Ax + By + \Gamma = 0$ μπορεί να γραφεί υπό τη μορφή $\vec{s} \cdot \vec{v} + \Gamma = 0$, όπου $\vec{s} = (A, B)$ και $\vec{v} = (x, y)$. Σ Λ
60. * Οι ευθείες $A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0$ και $A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0$ είναι κάθετες. Τότε ισχύει $A_1 \cdot A_2 = B_1 \cdot B_2$. Σ Λ
61. * Αν A, B, Γ τρία σημεία του επιπέδου και $(AB\Gamma)$ το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, τότε: $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = 2(AB\Gamma)$ ή $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}) = -2(AB\Gamma)$. Σ Λ
62. ** Τα σημεία $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$ και $\Gamma(1, -1)$ είναι κορυφές ισοσκελούς τριγώνου. Σ Λ
63. * Για την απόσταση $d(A, \varepsilon)$ του σημείου A από την ευθεία ε ισχύει $d(A, \varepsilon) = 0$. Το σημείο A ανήκει στην ευθεία ε . Σ Λ
64. * Η εξίσωση $x = y$ για $x \geq 0$ παριστάνει μια ημιευθεία. Σ Λ
65. * Η εξίσωση $y = |x|$ παριστάνει μία μόνο ημιευθεία. Σ Λ

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. ** Αν η εξίσωση με δύο αγνώστους $f(x, y) = 0$ (1) είναι εξίσωση μιας γραμμής C , τότε
 Α. οι συντεταγμένες μόνο μερικών σημείων της C επαληθεύουν την (1)
 Β. οι συντεταγμένες των σημείων της C δεν επαληθεύουν την (1)
 Γ. το σημείο του οποίου οι συντεταγμένες επαληθεύουν την (1) δεν ανήκει στην C
 Δ. όλα τα σημεία που επαληθεύουν την (1) ανήκουν στην C
 Ε. υπάρχουν σημεία της C των οποίων οι συντεταγμένες δεν επαληθεύουν την (1)
2. ** Δίνεται ένα σημείο M μιας ευθείας, η οποία είναι παράλληλη με το διάνυσμα $\vec{v} = (3, -4)$. Ξεκινώντας από το σημείο M θα ξαναβρεθούμε σε σημείο της ευθείας, όταν
 Α. κινηθούμε 3 μονάδες αριστερά και 4 μονάδες κάτω
 Β. κινηθούμε 3 μονάδες αριστερά και 4 μονάδες πάνω
 Γ. κινηθούμε 3 μονάδες κάτω και 4 μονάδες δεξιά
 Δ. κινηθούμε 3 μονάδες κάτω και 4 μονάδες αριστερά
 Ε. κινηθούμε 3 μονάδες δεξιά και 4 μονάδες πάνω
3. * Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας (ε) που δεν είναι κάθετη στον $x'x$ ισούται
 Α. με το συνημίτονο της γωνίας φ που σχηματίζει η (ε) με τον $x'x$
 Β. με την εφαπτομένη της συμπληρωματικής γωνίας που σχηματίζει η (ε) με τον $x'x$
 Γ. με το συντελεστή διεύθυνσης ενός διανύσματος κάθετου στην (ε)
 Δ. με την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η (ε) με τον $x'x$
 Ε. με την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η (ε) με το θετικό ημιάξονα Oy

4. * Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας $7 + 3y = -4x$ είναι

- A. -4 B. 7 Γ. $-\frac{4}{3}$ Δ. $-\frac{7}{3}$ E. $-\frac{3}{4}$

5. * Η ευθεία (ε) έχει συντελεστή διεύθυνσης $-\frac{3}{2}$. Μια άλλη ευθεία (ε'), που είναι κάθετη στην (ε), έχει συντελεστή διεύθυνσης

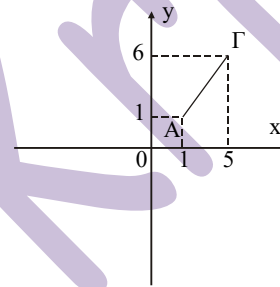
- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$ Γ. $\frac{2}{3}$ Δ. $\frac{3}{2}$ E. -1

6. * Μια ευθεία (ε) έχει συντελεστή $\frac{1}{2}$ και διέρχεται από τη σημείο $(-1, 3)$. Η εξίσωσή της είναι

- A. $y + 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$ B. $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 1)$ Γ. $x + 1 = \frac{1}{2}(y - 3)$
 Δ. $x - 3 = \frac{1}{2}(y + 2)$ E. καμία από τις παραπάνω

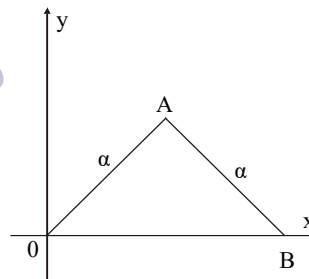
7. * Στο διπλανό σχήμα ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας ΑΓ είναι

- A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ Γ. $\frac{4}{5}$
 Δ. $\frac{2}{3}$ E. $\frac{5}{6}$



8. * Στο διπλανό σχήμα η εξίσωση της ευθείας ΟΑ είναι $y = \sqrt{3}x$. Η γωνία ΟΑΒ ισούται με

- A. 30° B. 60° Γ. 45°
 Δ. 90° E. 135°



9. * Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας που είναι παράλληλη με τον $y'y$ ισούται με

- A. 1 B. -1 Γ. 0 Δ. $\text{εφ } \frac{\pi}{4}$ E. δεν ορίζεται

10. * Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας (ε), που διέρχεται από τα σημεία Α (x_1, y_1) και Β (x_2, y_2) ορίζεται πάντα όταν

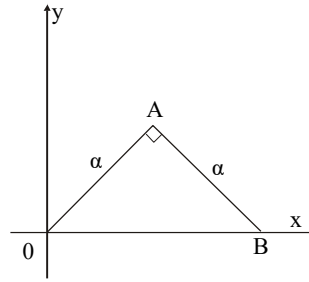
- A. $y_1 \neq y_2$ B. $x_1 = x_2$ και $y_1 \neq y_2$
 Γ. $x_1 \neq -x_2$ και $y_1 \neq y_2$ Δ. $y_1 = y_2$ και $x_1 = x_2$ E. $x_1 \neq x_2$

11. ** Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει πάντα ευθεία με

- A. $A = 0$ και $B = 0$ B. $A = 0$ ή $\Gamma \neq 0$
 Γ. $A^2 + B^2 \geq 0$ Δ. $|A| + |B| > 0$ E. $|A| + |B| < 0$

12. * Στο διπλανό σχήμα η γωνία OAB είναι ορθή, $\alpha \neq 1$ και B (β , 0). Η εξίσωση της ευθείας OA είναι

Α. $y = \frac{\alpha}{\beta} x$ Β. $y = \frac{\beta}{\alpha} x$ Γ. $y = \sqrt{\alpha} x$
 Δ. $y = \alpha\beta x$ Ε. $y = x$



13. * Το κοινό σημείο του άξονα $x'x$ και της ευθείας AB με A (0, 4) και B (1, 5) είναι
 Α. (4, 0) Β. (0, 0) Γ. (5, 0) Δ. (-4, 0) Ε. (0, -3)

14. * Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο (1, -1) και είναι παράλληλη στην ευθεία $2x + 6y = 1$ είναι

Α. $y - 1 = -\frac{1}{3}(x + 1)$ Β. $y + 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$ Γ. $y - 1 = \frac{1}{3}(x - 1)$
 Δ. $y + 1 = -\frac{1}{3}(x + 1)$ Ε. $y + 1 = \frac{1}{3}(x + 1)$

15. * Αν A (1, 3) και B (-2, 4), τότε η ευθεία AB έχει εξίσωση

Α. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 1)$ Β. $y - 4 = -\frac{1}{3}(x + 2)$ Γ. $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 3)$
 Δ. $y = -\frac{1}{3}x + 4$ Ε. $3y + x + 10 = 0$

16. ** Η ευθεία $y = \lambda x + 3$

Α. είναι κάθετη στον $x'x$ για κάποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$
 Β. είναι κάθετη στον $y'y$ για κάποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$
 Γ. για $\lambda \neq 0$ περνάει από το σημείο $(\frac{1}{\lambda}, 5)$
 Δ. περνάει από την αρχή των αξόνων
 Ε. για $\lambda = 1$ είναι κάθετη στην $y = x$

17. ** Οι ευθείες $x + 2y + 1 = 0$ και $2x + \lambda y - 2 = 0$

Α. τέμνονται για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
 Β. είναι και οι δύο κάθετες στην $y = -x$
 Γ. είναι κάθετες μεταξύ τους για $\lambda = -1$
 Δ. είναι παράλληλες για $\lambda = 2$
 Ε. τέμνονται στο σημείο (-1, 0) για $\lambda = 2$

18. ** Το διάνυσμα $\vec{\delta}(-2, 3)$ είναι κάθετο στην ευθεία

Α. $2x - 3y + 1 = 0$ Β. $2x + 3y + 1 = 0$ Γ. $3x + 2y + 1 = 0$
 Δ. $3x - 2y + 1 = 0$ Ε. $3x - 2y - 1 = 0$

19. ** Έστω (ε): $Ax + By + \Gamma = 0$ (με $A \neq 0$ και $B \neq 0$), τότε:

- Α. το διάνυσμα $\vec{v} = (B, A)$ είναι κάθετο στην (ε)
 Β. το διάνυσμα $\vec{v} = (A, -B)$ είναι παράλληλο στην (ε)
 Γ. το διάνυσμα $\vec{v} = (-B, A)$ είναι παράλληλο στην (ε)
 Δ. το διάνυσμα $\vec{v} = (A, B)$ είναι παράλληλο στην (ε)
 Ε. το διάνυσμα $\vec{v} = (-A, B)$ είναι κάθετο στην (ε)

20. * Η ευθεία που περνά από το σημείο $(-1, 5)$ και είναι κάθετη στην ευθεία

$$y = \frac{1}{3}x - 7 \text{ έχει εξίσωση}$$

- Α. $y = -3x + 7$ Β. $y + 1 = -3(x - 5)$ Γ. $y - 5 = -3(x + 1)$
 Δ. $y - 5 = 3(x + 1)$ Ε. $y + 1 = 3(x + 5)$

21. * Η εξίσωση της ευθείας AB με $A(1998, 0)$, $B(0, 1998)$ είναι

- Α. $1998x - 1998y = 0$ Β. $1998y + 1998x = 1$ Γ. $\frac{x}{1998} + \frac{y}{1998} = 1$
 Δ. $1998x - 1998y = 1$ Ε. $y = 1998x + 1998$

22. * Στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων δίνονται τα σημεία $A(3, 5)$ και $B(-1, 8)$. Η προβολή του AB στον άξονα $x'x$ έχει μήκος

- Α. 3 Β. 5 Γ. -1 Δ. 8 Ε. 4

23. ** Έστω ευθεία (ε) που διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και είναι παράλληλη με το διάνυσμα $\vec{v} = (\alpha, \beta)$ με $\alpha\beta \neq 0$. Τότε η εξίσωση της ευθείας είναι

- Α. $\frac{y - y_0}{\beta} = \frac{x - x_0}{\alpha}$ Β. $y - y_0 = \beta(x - x_0)$ Γ. $\frac{x - x_0}{y - y_0} = \frac{\beta}{\alpha}$
 Δ. $y = \frac{\beta}{\alpha}(x - x_0)$ Ε. $y - y_0 = -\frac{\beta}{\alpha}(x - x_0)$

24. ** Η ευθεία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ αμβλεία γωνία είναι

- Α. $y = |\lambda|x - 2$ Β. $y = 2$ Γ. $y = 3x + 2$
 Δ. $y = |\lambda|x + \beta$ με $\lambda < 0$ Ε. η κάθετη στην $2x - 3y + 2 = 0$

25. ** Αν η ευθεία (ε) τέμνει τους άξονες $x'x$, $y'y$ στα $A(\alpha, 0)$, $B(0, \beta)$ αντίστοιχα με $\alpha = 2\beta$. Τότε

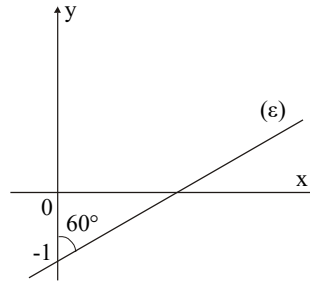
- Α. η (ε) σχηματίζει γωνία 60° με τον $x'x$
 Β. η (ε) σχηματίζει γωνία 90° με τον $x'x$
 Γ. η (ε) σχηματίζει γωνία οξεία με τον $x'x$
 Δ. η (ε) σχηματίζει γωνία αμβλεία με τον $x'x$
 Ε. ο συντελεστής διεύθυνσης της (ε) είναι $\frac{1}{2}$

26. ** Στο διπλανό σχήμα η ευθεία (ε) έχει εξίσωση

A. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ B. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$

Γ. $y = \frac{1}{2}x + 1$ Δ. $y = \frac{1}{2}x - 1$

E. $y = \sqrt{3}x + 1$



27. * Αν το σημείο $(3, \kappa)$ ανήκει στην ευθεία (ε) $\frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{3} = 1$, τότε

A. $\kappa = 0$ B. $\kappa = 2$ Γ. $\kappa = 3$ Δ. $\kappa = 5$ E. $\kappa = 1$

28. * Στο καρτεσιανό επίπεδο η εξίσωση $y^2 = x^2$ παριστάνει

A. μια ευθεία κάθετη στον x'

B. μόνο τη διχοτόμο της γωνίας xOy

Γ. μόνο τη διχοτόμο της γωνίας yOx'

Δ. τις διχοτόμους των γωνιών xOy και yOx'

E. μια ευθεία κάθετη στον $y'y$

29. ** Δίνονται τα σημεία A (8, 1), B (7, 3), Γ (4, 5). Η εξίσωση του ύψους ΓΔ του τριγώνου ABΓ είναι

A. $y - 5 = -\frac{1}{2}(x + 4)$ B. $y - 5 = 2(x + 4)$ Γ. $y - 5 = -2(x - 4)$

Δ. $y - 5 = \frac{1}{2}(x - 4)$ E. καμία από τις προηγούμενες

30. * Οι συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB με A (-8, 4) και B (-6, -2) είναι

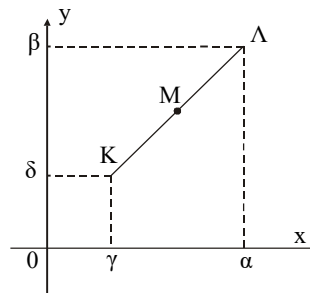
A. (1, -7) B. (3, -1) Γ. (-5, -1) Δ. (-7, 1) E. (-1, -3)

31. * Στο διπλανό σχήμα το μέσο M του ΚΛ έχει συντεταγμένες στον άξονα x' το σημείο

A. $(0, \frac{\beta - \delta}{2})$ B. $(\frac{\alpha - \gamma}{2}, \frac{\beta - \delta}{2})$

Γ. $(\frac{\alpha + \gamma}{2}, 0)$ Δ. $(\frac{\alpha - \gamma}{2}, 0)$

E. $(\frac{\alpha + \gamma}{2}, \frac{\beta + \delta}{2})$



32. * Αν A (1, 3) και B (5, 3), το συμμετρικό του μέσου του AB ως προς τον άξονα x' είναι το

A. (2, 3) B. (2, -3) Γ. (3, -3) Δ. (-3, 3) E. (-3, -3)

33. * Δίνονται τα σημεία A (0, 4) και B (4, 0). Ο συντελεστής διεύθυνσης της διαμέσου AM του τριγώνου OAB είναι (O το σημείο τομής των $x'y'$)

A. 4 B. 2 Γ. 0 Δ. -2 E. -4

34. ** Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $A(0, 0)$, $B(3, 1)$, $\Gamma(5, 3)$ και $\Delta(\kappa, \kappa)$. Η τιμή του κ είναι
 Α. 3 Β. 2 Γ. 1 Δ. - 2 Ε. - 3
35. * Τα σημεία $A(1, 1)$, $B(3, 3)$ και $\Gamma(5, \kappa)$ είναι συνευθειακά. Η τιμή του κ είναι
 Α. - 4 Β. 3 Γ. 1 Δ. 5 Ε. - 1
36. * Το σημείο $M(0, -\frac{9}{2})$ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB με $A(-1, -5)$. Το σημείο B είναι το
 Α. $(0, -5)$ Β. $(-1, -\frac{19}{2})$ Γ. $(-1, 4)$ Δ. $(1, -4)$ Ε. $(-\frac{1}{2}, -\frac{19}{2})$
37. * Δίνεται ευθεία $(\epsilon): -3x + 2y + 1 = 0$ και το σημείο $M(1, -2)$. Τότε η απόσταση του M από την (ϵ) είναι
 Α. $-\frac{6}{\sqrt{13}}$ Β. $\frac{6}{13}$ Γ. $-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{13}}$ Δ. $\frac{6}{\sqrt{13}}$ Ε. $\frac{\sqrt{6}}{13}$
38. ** Η απόσταση του σημείου $A(-1, 1)$ από την ευθεία $ax + by = 0$ με $a > b$ είναι
 Α. $\frac{(a+b)\sqrt{a^2+b^2}}{a^2+b^2}$ Β. $\frac{(a-b)\sqrt{a^2+b^2}}{a^2+b^2}$ Γ. $-\frac{|\beta-a|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
 Δ. $\frac{|\alpha+\beta|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ Ε. $\frac{(a-b)\sqrt{a^2+b^2}}{\alpha+\beta}$
39. * Τα σημεία $A(\alpha, \alpha+1)$, $B(\alpha+1, \alpha+2)$ και $\Gamma(\alpha+2, \alpha+3)$ είναι
 Α. συνευθειακά
 Β. κορυφές ορθογωνίου τριγώνου
 Γ. κορυφές ισοσκελούς ορθογωνίου τριγώνου
 Δ. κορυφές ορθογωνίου τριγώνου
 Ε. κορυφές ισοσκελούς οξυγωνίου τριγώνου
40. * Τα σημεία $O(0, 0)$, $A(\kappa, 0)$, $B(0, \lambda)$ με $\kappa, \lambda > 0$ ορίζουν τρίγωνο με εμβαδόν
 Α. $2\kappa\lambda$ Β. $\frac{1}{2}(\kappa+\lambda)\kappa$ Γ. $\kappa\lambda$
 Δ. $\frac{1}{2}(\kappa-\lambda)(\kappa+\lambda)$ Ε. $\frac{1}{2}\kappa\lambda$
41. * Το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές $A(0, 0)$, $B(\alpha, 0)$ και $\Gamma(\alpha, \beta)$ είναι
 Α. $\frac{\alpha\beta}{2}$ Β. $\frac{\alpha|\beta|}{2}$ Γ. $\alpha\beta$ Δ. $\frac{|\alpha\beta|}{2}$ Ε. $\frac{|\alpha|\beta}{2}$

42. * Η απόσταση του σημείου $(5, -1)$ από την ευθεία $3x - 2y - 2 = 0$ είναι
 Α. $\frac{13\sqrt{15}}{13}$ Β. $\frac{13\sqrt{13}}{15}$ Γ. $\frac{15\sqrt{13}}{13}$ Δ. $\frac{15\sqrt{15}}{13}$ Ε. $\frac{15\sqrt{13}}{15}$
43. ** Το εμβαδόν του τριγώνου που ορίζεται από τους άξονες συντεταγμένων και την ευθεία $3x + 3y = 6$ είναι σε τετραγωνικές μονάδες
 Α. $\frac{9}{2}$ Β. 9 Γ. 4 Δ. 2 Ε. 1
44. * Το συμμετρικό του σημείου $(4, 1)$ ως προς τη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων είναι
 Α. $(-4, 1)$ Β. $(4, -1)$ Γ. $(-4, -1)$ Δ. $(2, \frac{1}{2})$ Ε. $(1, 4)$
45. * Οι ευθείες $y = 2$ και $y = \sqrt{3}x - 1$ σχηματίζουν μεταξύ τους οξεία γωνία ίση με
 Α. 30° Β. 60° Γ. 45° Δ. 75° Ε. 15°
46. * Δυο ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) τέμνονται. Τότε το σύστημα των εξισώσεων τους
 Α. έχει άπειρες λύσεις Β. έχει μοναδική λύση
 Γ. δεν έχει λύση Δ. έχει δύο λύσεις
 Ε. έχει άπειρες λύσεις της μορφής (x, x)
47. * Μια ευθεία δεν είναι γραφική παράσταση συνάρτησης όταν
 Α. η εξίσωσή της είναι της μορφής $y = c$
 Β. έχει συντελεστή διεύθυνσης 0
 Γ. είναι παράλληλη με τον x'
 Δ. δεν ορίζεται ο συντελεστής της
 Ε. έχει εξίσωση $y = \lambda x$
48. * Η ευθεία $\lambda x + y + \mu = 0$ είναι κάθετη στην $y = x$. Τότε ο λ είναι ίσος με
 Α. -2 Β. -1 Γ. 0 Δ. 1 Ε. 2

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. ** Να αντιστοιχίσετε κάθε ευθεία που η εξίσωσή της βρίσκεται στη στήλη Α του πίνακα (Ι) με τον συντελεστή της που βρίσκεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (ΙΙ) ($\alpha, \beta \neq 0$).

Πίνακας (Ι)

στήλη Α	στήλη Β
1. $\epsilon_1: y = \alpha x + \beta$	A. 0
2. $\epsilon_2: y = y_0$	B. δεν ορίζεται
3. $\epsilon_3: x = x_0$	Γ. 1
4. $\epsilon_4: \alpha x + \beta y + \gamma = 0,$	Δ. β
5. $\epsilon_5: \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} = 1$	E. α
	Z. $-\frac{\beta}{\alpha}$
	H. $-\frac{\alpha}{\beta}$

Πίνακας (ΙΙ)

1	2	3	4	5

2. ** Η πρώτη στήλη του πίνακα (I) περιέχει τους συντελεστές διεύθυνσης κάποιων ευθειών και η δεύτερη τις γωνίες που σχηματίζουν οι ίδιες ευθείες με τον άξονα $x'x$. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $\frac{\sqrt{3}}{3}$	Α. 0
2. $-\sqrt{3}$	Β. $\frac{\pi}{4}$
3. δεν ορίζεται	Γ. $\frac{2\pi}{3}$
4. -1	Δ. $\frac{\pi}{6}$
5. 0	Ε. $\frac{\pi}{3}$
	Ζ. $\frac{\pi}{2}$
	Η. $\frac{5\pi}{6}$
	Θ. $\frac{3\pi}{4}$

Πίνακας (II)

1	2	3	4	5

3. ** Να αντιστοιχίσετε τις εξισώσεις των ευθειών της στήλης Α του πίνακα (I) με τη γωνία που σχηματίζουν με τον άξονα x'x της στήλης Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1). $y = x - 1$	Α. 50°
2. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$	Β. 45°
3. $y = -x + \alpha$	Γ. 135°
	Δ. 30°
	Ε. 120°

Πίνακας (II)

1	2	3

4. ** Να αντιστοιχίσετε τις ευθείες της στήλης Α του πίνακα (I) με τα κάθετα σ' αυτές διανύσματα της στήλης Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $y = 2x - 1$	Α. $\vec{\delta}_1 = (0, 2)$
2. $2x + y + 2 = 0$	Β. $\vec{\delta}_2 = (2, - 1)$
3. $y = 3$	Γ. $\vec{\delta}_3 = (2, 0)$
4. $x = - 1$	Δ. $\vec{\delta}_4 = (2, 1)$
	Ε. $\vec{\delta}_5 = (1, - 2)$
	Ζ. $\vec{\delta}_6 = (- 1, - 2)$

Πίνακας (II)

1	2	3	4

5. ** Να αντιστοιχίσετε κάθε ζεύγος ευθειών της στήλης Α του πίνακα (I) με το συνημίτονο της οξείας γωνίας τους στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $\epsilon_1: y = x,$ $\epsilon_2: x = 5$	Α. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $\epsilon_1: y = 3,$ $\epsilon_2: y = \sqrt{3}x + 5$	Β. 0
3. $\epsilon_1: x = -2,$ $\epsilon_2: \sqrt{3}x - y = 0$	Γ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
	Δ. 1
	Ε. $\frac{1}{2}$

Πίνακας (II)

1	2	3

6. ** Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy να αντιστοιχίσετε κάθε ζεύγος γωνίας - σημείου στη στήλη Α του πίνακα (I) με την αντίστοιχη ευθεία που ορίζεται από αυτό το ζεύγος και βρίσκεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $45^\circ, (0, 0)$	Α. $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x + 1)$
2. $60^\circ, (0, 1)$	Β. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1) + 1$
3. $150^\circ, (-1, 0)$	Γ. $y = x - 1$
4. $30^\circ, (1, 1)$	Δ. $y = x$
	Ε. $y = \sqrt{3}x + 1$

Πίνακας (II)

1	2	3	4

7. ** Να αντιστοιχίσετε σε κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) την απόσταση της αρχής των αξόνων από αυτή, που εμφανίζεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $y = 2$	A. 0
2. $x = -3$	B. -2
3. $2x - y = 0$	Γ. 1
4. $3x + 4y - 5 = 0$	Δ. 2
	E. -1
	Z. 3

Πίνακας (II)

1	2	3	4

8. ** Κάθε σημείο της στήλης Α του πίνακα (I) βρίσκεται σε μια ευθεία της στήλης Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α σημεία	στήλη Β ευθείες
1. $(-1, 2)$	A. $x - 3y = 9$
2. $(0, -3)$	B. $3x + y = 15$
3. $(5, 0)$	Γ. $x + y = 1$
4. $(-2, -1)$	Δ. $2x - y = 0$
	E. $x + 2y + 4 = 0$
	Z. $y = 5x$

Πίνακας (II)

1	2	3	4

9. ** Κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) περιέχει ένα σημείο που βρίσκεται στη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

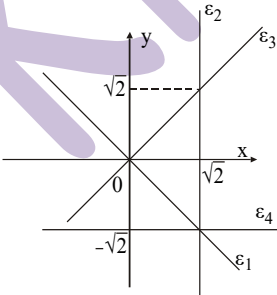
Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $y = - 3x + 1$	Α. (12, 0) Β. (0, 12) Γ. $(\frac{1}{3}, 0)$ Δ. $(0, \frac{1}{3})$ Ε. (2, 7) Ζ. (7, 2)
2. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6$	
3. $x = 2$	

Πίνακας (II)

1	2	3

10. ** Να αντιστοιχίσετε κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) με την εξίσωσή της που βρίσκεται στη στήλη Β, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).



Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. ε_1	Α. $y = x$ Β. $x + y = \sqrt{2}$ Γ. $x + y = 0$ Δ. $x = \sqrt{2}$ Ε. $y = \sqrt{2} x$ Ζ. $y = 0$ Η. $y = -\sqrt{2}$ Θ. $x = 0$ Ι. $y = x + \sqrt{2}$
2. ε_2	
3. ε_3	
4. ε_4	
5. $x'x$	
6. $y'y$	

Πίνακας (II)

1	2	3	4	5	6

11. ** Κάθε ευθεία της στήλης Α του πίνακα (I) είναι κάθετη σε μια ευθεία της στήλης Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

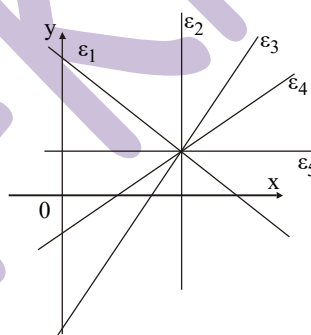
Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. $y - x = 0$	A. $3x = 2y$
2. $y = 2$	B. $x + 2y = 2$
3. $2x + y = 2$	Γ. $x - 2y = 2$
4. $x - \frac{y}{2} = 1$	Δ. $x = 2$
	Ε. $y - x = 1$
	Ζ. $x + y = 0$

Πίνακας (II)

1	2	3	4

12. ** Στη στήλη Α του πίνακα (I) δίνεται ο χαρακτηρισμός του συντελεστή διεύθυνσης μιας ευθείας που βρίσκεται στη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).



Πίνακας (I)

στήλη Α	στήλη Β
1. αρνητικός	A. ε_1
2. μηδέν	B. ε_2
	Γ. ε_3
	Δ. ε_4
	Ε. ε_5
3. δεν ορίζεται	

Πίνακας (II)

1	2	3

13. ** Κάθε σημείο της στήλης Α του πίνακα (I) είναι κέντρο μιας οικογένειας ευθειών από τη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

στήλη Α κέντρο	στήλη Β εξίσωση οικογένειας ευθειών
1. (2, 1)	Α. $(x + 6y - 7) + \lambda (2x - 15y + 1) = 0$ Β. $(x + y + 1) + \lambda (2x - 5y + 7) = 0$
2. (7, 1)	Γ. $(x + y - 3) + \lambda (2x - y - 3) = 0$ Δ. $(x + y - 1) + \lambda (x + 2y - 3) = 0$
3. (-1, 2)	Ε. $(x + y - 8) + \lambda (-x + 2y + 5) = 0$

Πίνακας (II)

1	2	3

14. ** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: y = \lambda x + 7$ και $\delta: y = 3x - 1$. Για κάθε τιμή του λ που βρίσκεται στη στήλη Α του πίνακα (I), η ευθεία ε παίρνει μια θέση στο καρτεσιανό επίπεδο που περιγράφεται στη στήλη Β. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, συμπληρώνοντας τον πίνακα (II).

Πίνακας (I)

Στήλη Α	στήλη Β
1. $\lambda = -\frac{1}{3}$	Α. $\varepsilon \parallel \delta$ Β. $\varepsilon \parallel x'x$ Γ. $\varepsilon \parallel y'y$
2. $\lambda = 3$	Δ. $\varepsilon \perp \delta$ Ε. $\varepsilon \parallel \text{διχοτόμος της } xOy$
3. $\lambda = 0$	

Πίνακας (II)

1	2	3

1. ** Να γράψετε σε μια σειρά τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών:

$$\epsilon_1: y = -2x + 5$$

$$\epsilon_2: 5x - 3y + 7 = 0$$

$$\epsilon_3: y = \epsilon\phi \frac{\pi}{3} x + 4$$

$$\epsilon_4: \text{παράλληλη με το διάνυσμα } \vec{\delta}_1 = (2, 7)$$

$$\epsilon_5: \text{κάθετη στο διάνυσμα } \vec{\delta}_2 = (\sqrt{3}, 1)$$

$$\epsilon_6: y + (\eta\mu\alpha) x + 5 = 0$$

ώστε καθένας να είναι μεγαλύτερος από τον προηγούμενό του.

2. ** Δίνονται οι ευθείες:

$$\epsilon_1: y = -x + 7$$

$$\epsilon_2: y = \sqrt{3}x + 4$$

$$\epsilon_3: x = 3$$

$$\epsilon_4: x - y + 3 = 0$$

$$\epsilon_5: x - \sqrt{3}y + 5 = 0$$

$$\epsilon_6: y = 1$$

Να τις γράψετε σε μια σειρά, ώστε κάθε επόμενη να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία μεγαλύτερη από την προηγούμενή της.

3. ** Δίνονται τα σημεία A (1, 1), B (2, 3), Γ (-1, 2) και Δ (-2, 3). Να γράψετε τα ευθύγραμμα τμήματα AB, AD, BG, BD και ΓΔ σε μια σειρά, έτσι ώστε καθένα από το προηγούμενό του να έχει μεγαλύτερο μήκος.

4. ** Δίνονται οι ευθείες:

$$\epsilon_1: x - 2y - 4 = 0$$

$$\epsilon_2: 3x - y + 2 = 0$$

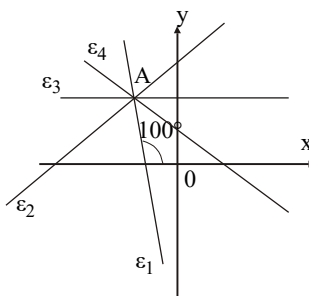
$$\epsilon_3: 2x + 3y - 1 = 0$$

$$\epsilon_4: 4x - 5y + 5 = 0$$

Να τις γράψετε σε μια σειρά, έτσι ώστε καθεμιά να έχει συντελεστή διεύθυνσης μεγαλύτερο από την προηγούμενή της.

5. ** Να γραφούν τα σημεία A (1, 3), B (-3, 1) και Γ (2, 2) σε μια σειρά, έτσι ώστε καθένα να απέχει από την ευθεία $y = x$ απόσταση μεγαλύτερη από την απόσταση του προηγούμενού του.

6. ** Στο διπλανό σχήμα να γράψετε σε μια σειρά τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο A, έτσι ώστε καθεμιά να έχει συντελεστή μικρότερο της προηγούμενης της.



Ερωτήσεις συμπλήρωσης

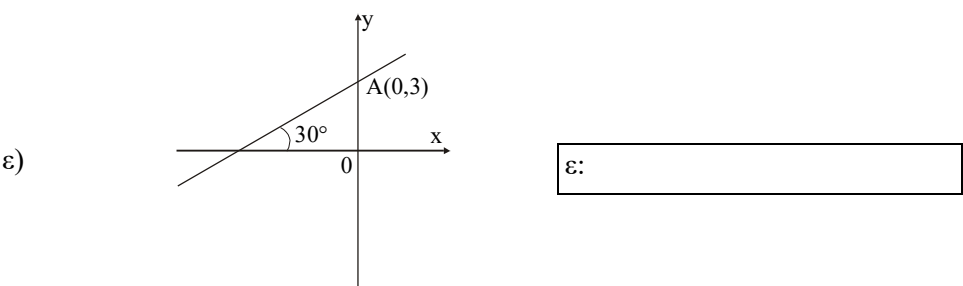
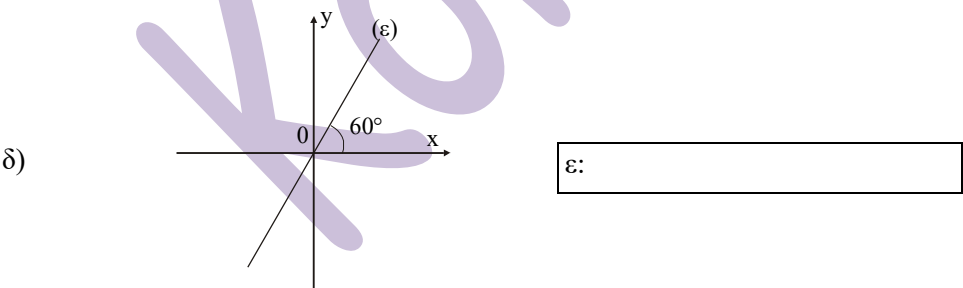
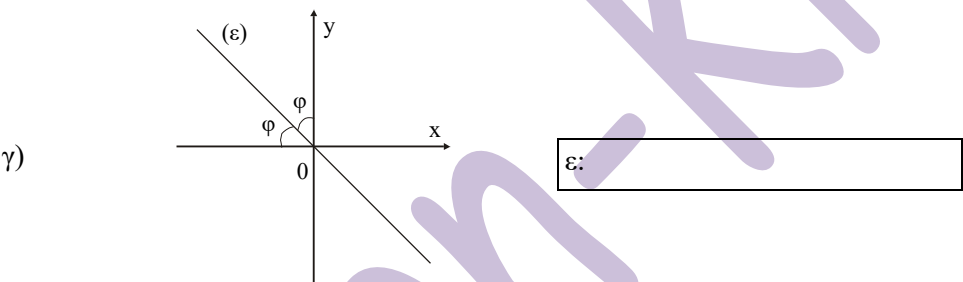
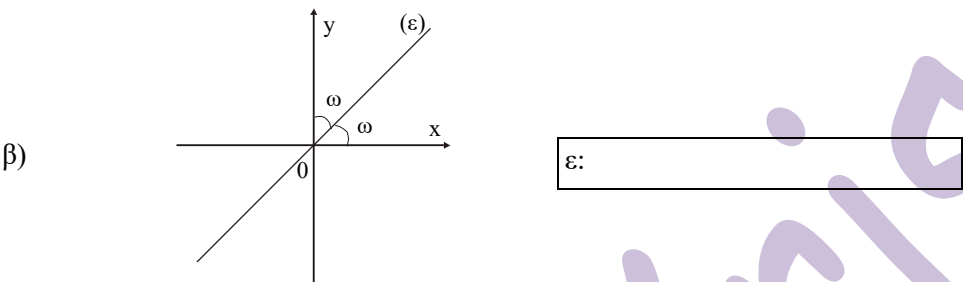
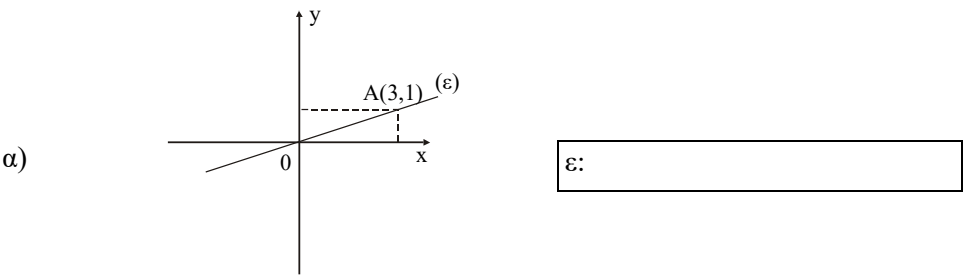
1. ** Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

ευθεία	κλίση ευθείας	σχετική θέση ευθείας ως προς $x'x$	σχετική θέση ευθείας ως προς $y'y$
$y = 3$			
$x = 2$			
$y = 2x - 1$			

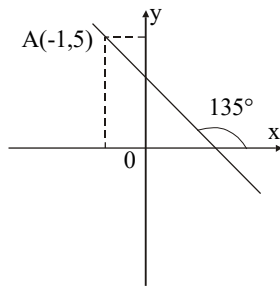
2. ** Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

κορυφές τριγώνου ΑΒΓ	Είδος τριγώνου		εμβαδόν τριγώνου
	ορθογώνιο	ισοσκελές	
A (- 3, 2) B (5, 0) Γ (- 2, 6)			
A (1, 1) B (- 3, 1) Γ (-1, 2)			
A (0, 2) B (3, 0) Γ (0, 0)			
A (3, 0) B (0, 4) Γ (- 3, 0)			

3. * Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας (ε) που υπάρχει σε καθένα από τα επόμενα σχήματα:

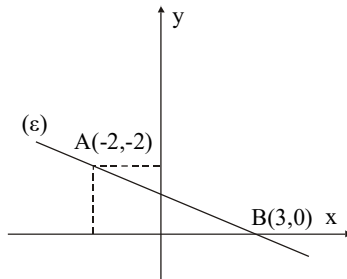


στ)



Ε:

ζ)



Ε:

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. * Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης μιας ευθείας ϵ , που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία:

α) $\omega = \frac{\pi}{3}$

β) $\omega = \frac{2\pi}{3}$

γ) $\omega = \pi$

2. * Να βρείτε τη γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ μια ευθεία ϵ , η οποία διέρχεται από τα σημεία:

α) A (- 6, - 2) B (3, 7)

β) A (1, 3) B (2, 4)

γ) A ($\sqrt{3}$, 3) B (0, 4)

δ) A (1, - 1) B (1, 2)

ε) A (0, $\sqrt{3}$) B (1, 0)

3. ** Να αποδείξετε ότι τα σημεία A (- 2, 3), B (- 6, 1) και Γ (- 10, - 1) είναι συνευθειακά.

4. ** Δίνονται τα σημεία A (7, 5), B (6, - 7) και Γ (2, 3). Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.

5. * Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A (3, - 2) και:

α) είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}$ (2, - 5)β) είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}$ (0, 3)γ) είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}$ (- 2, 0)δ) είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta}$ (2, 1)ε) είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta}$ (0, - 2)στ) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 135^\circ$.

6. ** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με Α (- 1, 2), Β (3, - 2) και Γ (1, 4). Να βρεθούν:
- οι εξισώσεις των πλευρών του
 - οι εξισώσεις δύο υψών του
 - οι εξισώσεις δύο διαμέσων του
 - οι εξισώσεις δύο διχοτόμων του
 - οι συντεταγμένες του ορθοκέντρου του
 - οι συντεταγμένες του βαρυκέντρου του
 - οι συντεταγμένες του εκκέντρου του
 - οι συντεταγμένες του περικέντρου του.
7. ** Στο επίπεδο θεωρούμε τα σημεία Α (κσυνφ, λημφ), Β (κημφ, - λσυνφ) και Γ (κ, λ), όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ και $0 < \varphi < \pi$. Για ποιες τιμές του φ τα Α, Β, Γ είναι συνευθειακά;
8. * Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών: $3x + 4y - 11 = 0$ και $2x - 3y + 21 = 0$ και είναι:
- παράλληλη προς την ευθεία $x + 2y + 1 = 0$
 - κάθετη προς την ευθεία $3x - y + 5 = 0$
 - διέρχεται από την αρχή των αξόνων
 - παράλληλη στον άξονα $x'x$
 - παράλληλη στον άξονα $y'y$
 - παράλληλη στη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων
 - παράλληλη στη διχοτόμο της δεύτερης γωνίας των αξόνων
 - σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 32 τ.μ.
9. ** Τα σημεία $M_1 (1, 1)$, $M_2 (2, 2)$ και $M_3 (3, - 1)$ είναι τρεις διαδοχικές κορυφές ενός παραλληλογράμμου. Να βρεθούν:
- οι συντεταγμένες της τέταρτης κορυφής του
 - οι συντεταγμένες του κέντρου του
 - το εμβαδόν του
10. ** Μια κορυφή ενός τετραγώνου είναι το σημείο τομής των ευθειών $2x - 3y + 20 = 0$ και $3x + 5y - 27 = 0$ και η μια διαγώνιός του βρίσκεται επί της ευθείας $x + 7y - 16 = 0$. Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών του τετραγώνου καθώς και η εξίσωση της άλλης διαγωνίου του.
11. ** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία $\epsilon: 2x - 3y - 12 = 0$ και οι οποίες ορίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν ίσο με 12 τ.μ.
12. ** Σε τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε: Α (- 8, 2), Β (7, 4) και Η (5, 2) το ορθόκεντρό του. Να βρείτε:
- την εξίσωση της πλευράς ΒΓ
 - τις συντεταγμένες της κορυφής Γ
 - τις εξισώσεις των πλευρών του
13. ** Τριγώνου ΑΒΓ δίνονται η κορυφή Α (1, 2) και οι εξισώσεις $x - 3y + 1 = 0$ και $y - 1 = 0$ δύο διαμέσων του. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ.

14. ** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι μεσοπαράλληλη των ευθειών:
 α) $\varepsilon_1: 3x - y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: -6x + 2y - 3 = 0$
 β) $\varepsilon_1: x = 4$ και $\varepsilon_2: x = -6$
 γ) $\varepsilon_1: y = x$ και $\varepsilon_2: y = x - 3$
15. ** Το σημείο A (3, -1) είναι κορυφή του τετραγώνου ΑΒΓΔ, του οποίου μία πλευρά έχει εξίσωση $3x - 2y - 5 = 0$. Να βρεθούν οι εξισώσεις των άλλων πλευρών του.
16. * Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: (\lambda + 2)x + \lambda y + 3\lambda - 1 = 0$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 1)x + \lambda y + 5 = 0$. Να βρείτε τον λ , ώστε να είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.
17. ** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: (\mu + 1)x + (\mu + 2)y = 0$ και $\varepsilon_2: \mu x - (3\mu + 2)y + 7 = 0$. Να βρείτε τον μ , ώστε η γωνία των ε_1 και ε_2 να είναι 90° .
18. ** Οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου είναι: $3x + 4y - 7 = 0$, $x + y + 2 = 0$ και $2x + 3y - 5 = 0$. Ζητούνται:
 α) οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου
 β) το εμβαδόν του.
19. ** Δίνονται τα σημεία A (2, 1), B (6, 4) και $\Gamma (\frac{9}{2}, 6)$.
 α) Ναδειχθεί ότι η γωνία ΑΒΓ είναι ορθή.
 β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες της κορυφής Δ του ορθογωνίου παραλλη-λογράμμου ΑΒΓΔ.
 γ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κέντρου του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο ΑΒΓ.
20. ** Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x - y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: x + 2y + 3 = 0$ είναι οι φορείς των δύο πλευρών ορθογωνίου παραλληλογράμμου και A (2, -1) μια κορυφή του, να βρεθούν οι άλλες κορυφές και το εμβαδόν του.
21. *** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνάει από τα σημεία A (ημω, συνω) και B (ημφ, συνφ). Να βρεθεί η απόσταση του O (0, 0) από αυτήν ($0 \leq \omega \neq \varphi < \frac{\pi}{2}$).
22. ** Δίνονται τα σημεία A (λ , 0), B (2 λ , 3 λ), $\lambda \neq 0$. Αν η κάθετη στην ΑΒ στο σημείο Α τέμνει την ευθεία $x = -2\lambda$ στο Γ, να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.
23. ** Έστω οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x - 3y + 1 = 0$, $\varepsilon_2: -x + 4y + 3 = 0$ και το σημείο A (1, -2). Να βρεθεί σημείο Μ της ε_2 , ώστε το μέσο του ΑΜ να ανήκει στην ε_1 .
24. ** Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραπλεύρου που έχει κορυφές τα σημεία A (1, -2), B (-2, 3), Γ (-1, -4) και Δ (5, 0).
25. ** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $2y^2 - 3xy - 2x^2 = 0$ παριστάνει ζεύγος δύο ευθειών. Ποια είναι η σχετική θέση των δύο ευθειών που βρήκατε;
26. ** Τα σημεία A (1, 0) και B (3, 6) ισαπέχουν από το σημείο Γ (-4, λ). Να υπολογιστεί η τιμή του λ.

27. ** Δίνονται τα σημεία A (4, 2), B (3, - 1) και η ευθεία $\varepsilon: y = - 3x$. Να βρεθεί σημείο Γ της ευθείας ε , ώστε το τρίγωνο ABΓ να είναι ισοσκελές με κορυφή το B.
28. ** Δίνονται τα σημεία A (1, 4) και B (- 1, - 5).
- Να βρεθούν οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθυγράμμου τμήματος AB.
 - Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας AB.
 - Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας του ευθύγραμμου τμήματος AB.
 - Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ευθεία AB.
 - Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές την αρχή των αξόνων και τα σημεία τομής τους με την ευθεία AB.
29. ** Για ποιες τιμές των $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ οι ευθείες $\varepsilon_1: (\mu + 1)x - 2\mu y = \lambda$ και $\varepsilon_2: (\mu - 1)x - 3y = 2\lambda - 1$:
- τέμνονται,
 - είναι παράλληλες,
 - συμπίπτουν.
30. ** Θεωρούμε τις ευθείες $\varepsilon: ax + by + \gamma = 0$, $\varepsilon_1: ax - by + \gamma = 0$, $\varepsilon_2: ax - by - \gamma = 0$ και $\varepsilon_3: ax + by - \gamma = 0$ ($\alpha, \beta, \gamma \neq 0$). Να αποδείξετε ότι:
- η ε_1 είναι συμμετρική της ε ως προς άξονα συμμετρίας τον $x'x$
 - η ε_2 είναι συμμετρική της ε ως προς άξονα συμμετρίας τον $y'y$
 - η ε_3 είναι συμμετρική της ε ως προς κέντρο συμμετρίας την αρχή Ο των αξόνων.
31. ** Δίνεται η ευθεία ε με εξίσωση $x + y = 1$. Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου P (2, 3) ως προς άξονα συμμετρίας την (ε).
32. ** Να εξετάσετε αν η ευθεία $2\lambda x + 2\lambda y + 5\lambda = 3y - x + 7$ διέρχεται από σταθερό σημείο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
33. ** Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $\chi \sin^2 \frac{\theta}{2} + y \mu^2 \frac{\theta}{2} + \sin \theta - 1 = 0$, $\theta \in [0, \pi]$ παριστάνει ευθεία, η οποία διέρχεται από σταθερό σημείο.
34. ** Θεωρούμε την εξίσωση $(2\lambda^2 + \lambda - 3)x - (\lambda^2 + \lambda - 2)y - 5\lambda^2 - 3\lambda + 8 = 0$ (1)
Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η (1) παριστάνει ευθεία;
35. ** Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M ($\lambda - 1, 2\lambda + 3$), $\lambda \in \mathbb{R}$.
36. ** Τριγώνου ABΓ οι κορυφές είναι A (- 2, 2κ), B (2κ, κ) και Γ (κ - 2, - κ), $\kappa \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του κέντρου βάρους του τριγώνου.
37. ** Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, τα οποία ισαπέχουν από τις ευθείες $3x - 2y + 4 = 0$ και $3x - 2y + 6 = 0$.

38. ** Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $x^2 - y^2 - 4\lambda y - 2\lambda x - 3\lambda^2 = 0$ παριστάνει δύο ευθείες κάθετες μεταξύ τους. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του σημείου τομής των δύο αυτών ευθειών.
39. ** Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, των οποίων τα τετράγωνα των αποστάσεων από τα σημεία A (3, 2) και B (- 1, 2) έχουν σταθερή διαφορά c είναι ευθεία κάθετη στην AB.
40. ** Να εξετάσετε αν η ευθεία $x + 1998y = 4$ ανήκει στην οικογένεια ευθειών που έχει εξίσωση $(x + y - 4) + \lambda (x - 3y - 4) = 0$.
41. ** Φωτεινή ακτίνα διερχόμενη από το σημείο Σ (2, 3) και προσπίπτουσα στην ευθεία $x + y + 1 = 0$, μετά την ανάκλασή της διέρχεται από το σημείο M (1, 1). Να βρεθούν οι εξισώσεις της προσπίπτουσας και της ανακλώμενης ακτίνας.
42. ** Ένα σημείο P του επιπέδου κινείται πάνω στην ευθεία $y = x$. Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό σημείο P' του P ως προς την ευθεία $x + 2y - 1 = 0$ κινείται πάνω στην ευθεία $7x - y - 2 = 0$.
43. ** Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A (5, 3), B (0, 0) και Γ (6, 0). Φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς τη ΒΓ που τέμνει τις ευθείες AB και ΑΓ στα σημεία E και Δ αντιστοίχως. Να βρεθεί η εξίσωση της γραμμής πάνω στην οποία κινείται το σημείο τομής των ΒΔ και ΓΕ.
44. ** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας (ε) στις ακόλουθες περιπτώσεις:
- Διέρχεται από σημείο A (x_0, y_0) και είναι παράλληλη σε ευθεία (ε').
Εφαρμογή:
α) A (1, - 1) και (ε'): $2x + y - 1 = 0$
β) A (2, - 3) και (ε'): $x = - 3$
γ) A (- 2, 1) και (ε'): $y = - 1$
 - Διέρχεται από σημείο A (x_0, y_0) και είναι κάθετη σε ευθεία (ε').
Εφαρμογή:
α) A (- 1, 1) και (ε'): $2x + y + 1 = 0$
β) A (4, - 3) και (ε'): $2x + 1 = 0$
γ) A (2, - 1) και (ε'): $y = 4$
 - Διέρχεται από σημείο A (x_0, y_0) και σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα x'x.
Εφαρμογή:
α) A (- 2, 3) και $\varphi = 30^\circ$
β) A (4, - 5) και $\varphi = 90^\circ$
γ) A (3, - 3) και $\varphi = 135^\circ$
 - Τέμνει τους άξονες στα σημεία A ($x_1, 0$) και B (0, y_2).
Εφαρμογή:
α) A (4, 0) και B (0, 4)
β) A (- 3, 0) και B (0, 1)

- Είναι μεσοπαράλληλη δύο παράλληλων ευθειών (ϵ_1) και (ϵ_2).

Εφαρμογή:

α) (ϵ_1): $3x - y + 1 = 0$ και (ϵ_2): $-6x + 2y - 3 = 0$

β) (ϵ_1): $x = 4$ και (ϵ_2): $x = -6$

γ) (ϵ_1): $y = x$ και (ϵ_2): $y = x - 3$

- Απέχει απόσταση d από γνωστή ευθεία (ϵ').

Εφαρμογή:

α) $d = \sqrt{2}$ από (ϵ'): $2x + y - 1 = 0$

β) $d = 4$ από (ϵ'): $y = 3$

- Διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και απέχει απόσταση d από το $B(x_1, y_1)$.

Εφαρμογή:

α) $A(3, -1)$ και απέχει $d = \sqrt{2}$ από το $B(2, 2)$

β) $A(2, 1)$ και απέχει $d = 1$ από το $B(0, 0)$

- Είναι μεσοκάθετη σε γνωστό τμήμα AB .

Εφαρμογή:

α) $A(-2, 1)$ και $B(2, 3)$

β) $A(3, 0)$ και $B(0, -5)$

- Είναι άξονας συμμετρίας του AB με A, B γνωστά σημεία.

Εφαρμογή:

α) $A(1, -1)$ και $B(-1, 3)$

β) $A(-3, 4)$ και $B(4, -3)$

- Διέρχεται από σημείο $A(x_0, y_0)$ και σχηματίζει γωνία φ με γνωστή ευθεία (ϵ').

Εφαρμογή:

α) $A(2, 1)$ και $\varphi = 45^\circ$ με την $x - y + 1 = 0$

β) $A(-2, 1)$ και $\varphi = 30^\circ$ με την $y + 2 = 0$

- Διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και είναι παράλληλη σε διάνυσμα $\vec{v}$.

Εφαρμογή:

α) $A(3, -2)$ και $\vec{v} = (0, 1)$

β) $A(-2, -3)$ και $\vec{v} = (2, 3)$

γ) $A(-1, 0)$ και $\vec{v} = (-4, 0)$

- Διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και είναι κάθετη σε διάνυσμα $\vec{v}$.

Εφαρμογή:

α) $A(5, -2)$ και $\vec{v} = (-1, 3)$

β) $A(-2, 2)$ και $\vec{v} = (0, 4)$

- Διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και σχηματίζει γωνία φ με το διάνυσμα $\vec{v}$.

Εφαρμογή:

α) $A(1, -2)$ και $\varphi = 60^\circ$ με το $\vec{v} = (1, 1)$

β) $A(0, 3)$ και $\varphi = 45^\circ$ με το $\vec{v} = (2, 1)$

- Διέρχεται από το $A(x_0, y_0)$ και σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο σταθερού εμβαδού.

Εφαρμογή:

α) $A(-1, 2)$ και εμβαδόν 3 τ.μ.

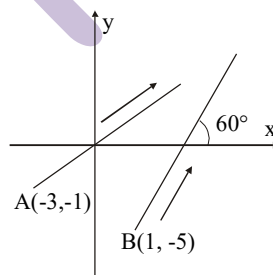
β) $A(-1, 0)$ και εμβαδόν $\sqrt{2}$ τ.μ.

45. ** Τον Δεκέμβριο το καλοριφέρ μιας κατοικίας λειτούργησε 4 ώρες την ημέρα και το κόστος έφτασε τις 45.000 δρχ. ενώ τον Ιανουάριο που λειτούργησε 5 ώρες την ημέρα το κόστος ήταν 49.960 δρχ. Αν η συνάρτηση που εκφράζει το κόστος είναι $y = ax + \beta$, όπου x οι ώρες λειτουργίας, να βρεθούν:
- α) οι τιμές των a, β
- β) το προβλεπόμενο κόστος για τον Φεβρουάριο, αν λειτουργήσει 4,5 ώρες την ημέρα (28 ημέρες).

46. ** Οι συντεταγμένες δύο πλοίων Π_1, Π_2 είναι $\Pi_1(t-1, t+2)$ και $\Pi_2(3t, 3t-1)$ για κάθε χρονική στιγμή t ($t > 0$).

- α) Να βρεθούν οι γραμμές πάνω στις οποίες κινούνται τα δύο πλοία.
- β) Να εξεταστεί αν υπάρχουν τιμές του t που τα δύο πλοία θα συναντηθούν.
- γ) Να βρεθεί η απόσταση των δύο πλοίων τη χρονική στιγμή $t = 3$.

47. ** Η πορεία δύο κινητών που κινούνται ευθύγραμμα ξεκινώντας από τα σημεία A και B αντιστοίχως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



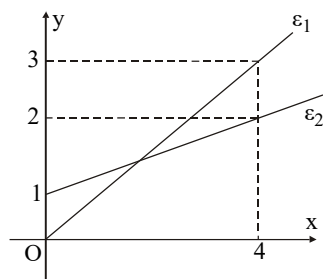
- α) Να βρεθεί η απόσταση των δύο σημείων A και B .
- β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου Γ .
- γ) Να βρεθεί η απόσταση του σημείου B από την ευθεία στην οποία κινείται το άλλο κινητό.
- δ) Να εξετασθεί αν τέμνονται οι διευθύνσεις των δύο κινητών.

48. ** Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα αξόνων η θέση ενός λιμανιού προσδιορίζεται από το σημείο $A(2, 6)$ και η θέση ενός πλοίου με το σημείο $\Pi(\lambda - 1, 2 + \lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- α) Για ποιες τιμές του λ το σημείο Π έχει τετμημένη μικρότερη από την τετμημένη του A ;
- β) Να εξετάσετε αν το πλοίο θα περάσει από το λιμάνι A , όταν κινείται ευθύγραμμα.
- γ) Ποια θα είναι η ελάχιστη απόσταση της πορείας του πλοίου από το λιμάνι;

49. ** Μια τριγωνική κατασκήνωση διαθέτει τρεις εισόδους, μία σε κάθε κορυφή. Ο αρχηγός της κατασκήνωσης (του οποίου η σκηνή βρίσκεται κάπου μέσα στην κατασκήνωση) θέλοντας να βρει το εμβαδόν της κατασκήνωσης, αποστέλλει τρεις κατασκηνωτές (εφοδιασμένους με πυξίδες και χιλιομετρητές) να μετρήσουν τις αποστάσεις των εισόδων από τη σκηνή του. Ο πρώτος προχωρά 2 km βόρεια και αμέσως μετά 1 km ανατολικά και εκεί συναντά την πρώτη είσοδο. Ο δεύτερος προχωρά 3 km ανατολικά και 1 km νότια και εκεί συναντά τη δεύτερη είσοδο. Ο τρίτος προχωρά 2 km δυτικά και συναντά την τρίτη είσοδο.

- α) Να τοποθετήσετε, σε ένα πρόχειρο σχέδιο, τη σκηνή του αρχηγού και τις εισόδους, αφού πρώτα χαράξετε τις πορείες.
 β) Να θεωρήσετε κατάλληλο σύστημα αξόνων και να βρείτε τις συντεταγμένες των τριών εισόδων σ' αυτό το σύστημα.
 γ) Να βρείτε το εμβαδόν της κατασκήνωσης.

50. ** Σε ένα εργοστάσιο ο νέος διευθυντής ζήτησε να ενημερωθεί για την οικονομική πορεία της επιχείρησης από το έτος που ιδρύθηκε. Οι υπεύθυνοι των οικονομικών του παρέδωσαν το παρακάτω σχεδιάγραμμα:



ε_1 η ευθεία των εσόδων
 ε_2 η ευθεία των εξόδων
 Ox ο άξονας των ετών λειτουργίας
 Oy ο άξονας των εκατοντάδων εκατομμυρίων δραχμών

- α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.
 β) Να βρείτε πόσα χρόνια μετά την έναρξη της λειτουργίας της, η επιχείρηση αρχίζει να έχει κέρδη.
 γ) Να βρείτε το κέρδος (έσοδα μείον έξοδα) της επιχείρησης τον τέταρτο χρόνο της λειτουργίας της.
 δ) Πότε η επιχείρηση θα παρουσιάσει κέρδος 300 εκατομμύρια (3 εκατοντάδες εκατομμύρια);

51. ** Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα αξόνων Oxy ένα πλοiάριο ξεκινά από ένα λιμάνι A και κατευθύνεται στο λιμάνι O . Το ραντάρ θέσης για κάθε χρονική στιγμή t δίνει συντεταγμένες για το πλοiάριο $(2t - 40, t - 30)$, $t \geq 0$.

- α) Πού βρίσκεται στο χάρτη το λιμάνι A ;
 β) Πόσο απέχει το λιμάνι A από το O ;
 γ) Είναι σωστή η πορεία του πλοiάρου; Ποια είναι η εξίσωσή της;

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Κεφάλαιο 2ο:	ΕΥΘΕΙΑ
--------------	--------

Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου “Σωστό - Λάθος”

1.	Σ	18.	Σ	35.	Σ	52.	Σ
2.	Λ	19.	Σ	36.	Λ	53.	Λ
3.	Λ	20.	Σ	37.	Σ	54.	Λ
4.	Λ	21.	Λ	38.	Λ	55.	Σ
5.	Λ	22.	Σ	39.	Σ	56.	Σ
6.	Σ	23.	Σ	40.	Λ	57.	Λ
7.	Λ	24.	Σ	41.	Σ	58.	Σ
8.	Σ	25.	Λ	42.	Σ	59.	Σ
9.	Σ	26.	Σ	43.	Σ	60.	Λ
10.	Σ	27.	Σ	44.	Λ	61.	Σ
11.	Λ	28.	Σ	45.	Λ	62.	Σ
12.	Σ	29.	Σ	46.	Λ	63.	Σ
13.	Λ	30.	Λ	47.	Λ	64.	Σ
14.	Σ	31.	Λ	48.	Λ	65.	Λ
15.	Σ	32.	Σ	49.	Λ		
16.	Σ	33.	Λ	50.	Λ		
17.	Σ	34.	Σ	51.	Λ		

1.	Δ
2.	Β
3.	Δ
4.	Γ
5.	Γ
6.	Β
7.	Β
8.	Β
9.	Ε
10.	Ε
11.	Δ
12.	Ε
13.	Δ
14.	Β
15.	Β
16.	Β

17.	Γ
18.	Α
19.	Γ
20.	Γ
21.	Γ
22.	Ε
23.	Α
24.	Ε
25.	Δ
26.	Β
27.	Β
28.	Δ
29.	Δ
30.	Δ
31.	Ε
32.	Γ

33.	Δ
34.	Β
35.	Δ
36.	Δ
37.	Δ
38.	Β
39.	Α
40.	Ε
41.	Δ
42.	Γ
43.	Δ
44.	Ε
45.	Β
46.	Β
47.	Δ
48.	Δ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης

1.

1	E
2	A
3	B
4	H
5	Z

3.

1	B
2	Δ
3	Γ

5.

1	A
2	E
3	Γ

7.

1	Δ
2	Z
3	A
4	Γ

9.

1	Γ
2	B
3	E

11.

1	Z
2	Δ
3	Γ
4	B

13.

1	Γ
2	E
3	Δ

2.

1	Δ
2	Γ
3	Z
4	Θ
5	A

4.

1	B
2	Δ
3	A
4	Γ

6.

1	Δ
2	E
3	A
4	B

8.

1	Γ
2	A
3	B
4	E

10.

1	Γ
2	Δ
3	A
4	H
5	Z
6	Θ

12.

1	A
2	E
3	B

14.

1	Δ
2	A
3	B

Απαντήσεις στις ερωτήσεις διάταξης

1. $-2, -\sqrt{3}, -\eta\mu\alpha, \frac{5}{3}, \sqrt{3}, \frac{7}{2}$

2. $\varepsilon_6, \varepsilon_5, \varepsilon_4, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_1$

3. ΓΔ, ΑΒ, ΒΓ, ΑΔ, ΒΔ

4. $\varepsilon_3, \varepsilon_1, \varepsilon_4, \varepsilon_2$

5. Γ, Α, Β

6. $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_1$

Απαντήσεις - υποδείξεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης

1. α) $\sqrt{3}$ β) $-\sqrt{3}$ γ) 0

2. α) 45° β) 45° γ) 150° δ) 90° ε) 120°

3. $\lambda_{AB} = \lambda_{BG} = \frac{1}{2}$

4. $\lambda_{AB} \cdot \lambda_{BG} = -1$

5. α) $y + 2 = -\frac{5}{2}(x - 3)$ β) $x = 3$ γ) $y = -2$
δ) $y + 2 = -2(x - 3)$ ε) $y = -2$ στ) $y + 2 = -(x - 3)$

6. Παρατηρήστε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο στο Α

7. Είναι $\overrightarrow{AB} = (\kappa(\eta\mu\varphi - \sigma\upsilon\nu\varphi), \lambda(\eta\mu\varphi + \sigma\upsilon\nu\varphi))$, $\overrightarrow{BG} = (\kappa(\eta\mu\varphi - 1), \lambda(\sigma\upsilon\nu\varphi + 1))$. Θα πρέπει:

$$\begin{vmatrix} \kappa(\eta\mu\varphi - \sigma\upsilon\nu\varphi) & \kappa(\eta\mu\varphi - 1) \\ \lambda(\eta\mu\varphi + \sigma\upsilon\nu\varphi) & \lambda(\sigma\upsilon\nu\varphi + 1) \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ ή } \varphi = \frac{5\pi}{6}$$

Αν $\kappa = 0$ ή $\lambda = 0$ τότε βρίσκονται στην ίδια ευθεία για κάθε γωνία φ .8. Το κοινό σημείο είναι το $(-3, 5)$

α) $y - 5 = -\frac{1}{2}(x + 3)$ β) $y - 5 = -\frac{1}{3}(x + 3)$

γ) $y = -\frac{5}{3}x$ δ) $y = 5$ ε) $x = -3$

στ) $y - 5 = (x + 3)$ ζ) $y - 5 = -(x + 3)$

η) Αν $y - 5 = \lambda(x + 3)$ η ευθεία τότε τα σημεία τομής με τους άξονες είναι $(-\frac{5}{\lambda} - 3, 0)$ και $(0, 3\lambda + 5)$ και πρέπει $(-\frac{5}{\lambda} - 3)(3\lambda + 5) = 32$ 9. α) Αν $M_4(x, y)$ τότε $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_4M_3}$, οπότε $x = 4, y = 0$ β) Το μέσον του M_1M_3 είναι το $(2, 0)$

γ) Είναι ίσο με το διπλάσιο εμβαδόν του $M_1M_2M_3$

10. Το σημείο τομής είναι $A(-1, 6)$. Η απέναντι κορυφή είναι το συμμετρικό του A ως προς την $x + 7y - 16 = 0$.

11. Οι ευθείες έχουν τη μορφή $y = \frac{2}{3}x + \kappa$ και κόβουν τους άξονες στα σημεία $A(0, \kappa)$ και $B(-\frac{3}{2}\kappa, 0)$. Το

εμβαδόν του OAB είναι $\frac{1}{2} \left| \kappa \cdot (-\frac{3}{2}\kappa) \right|$

12. α) $AH \perp BG$, άρα βρίσκουμε το συντελεστή της BG

β) $BH \perp AG$

13. Έστω $(\varepsilon_1): y - 1 = 0$, $(\varepsilon_2): x - 3y + 1 = 0$. Το A δεν ανήκει στις (ε_1) , (ε_2) . Άρα οι διάμεσοι θα είναι από τα B και Γ . Έστω $B(x_1, y_1)$, $\Gamma(x_2, y_2)$ και M, N μέσα των AB, AG αντίστοιχα. Τότε θα έχουμε M

$$\left(\frac{x_1+1}{2}, \frac{y_1+2}{2} \right),$$

$$N\left(\frac{x_2+1}{2}, \frac{y_2+2}{2} \right) \text{ με τα } B \text{ και } N \text{ να ανήκουν στην } (\varepsilon_1) \text{ και τα } \Gamma \text{ και } N \text{ να ανήκουν στην } (\varepsilon_2)$$

14. Η μεσοπαράλληλη διχοτομεί κάθε ευθύγραμμο τμήμα με άκρα πάνω στις παράλληλες

15. Το A δεν ανήκει στη δοσμένη ευθεία. Μπορούμε να βρούμε την εξίσωση της κάθετης από το A πάνω στη δοσμένη

16. Για $\lambda = 0$ είναι παράλληλες με τον yy'

17. Παίρνουμε παράλληλα προς τις ευθείες διανύσματα

21. Είναι $\lambda = \frac{\text{συν}\varphi - \text{συν}\omega}{\eta\mu\varphi - \eta\mu\omega}$ και ορίζεται πάντα λόγω του περιορισμού

22. Οι συντεταγμένες του Γ θα είναι $(-2\lambda, \lambda)$ και $(AB) = (AG) = \sqrt{10} \cdot |\lambda|$

24. Άθροισμα των δύο εμβαδών τριγώνου

25. Θεωρούμε την εξίσωση τριώνυμο ως προς y ή x

30. α) Αν το $(x_0, y_0) \in (\varepsilon)$ τότε $(x_0, -y_0) \in (\varepsilon_1)$

β) Το $(-x_0, y_0) \in (\varepsilon_2)$

γ) Το $(-x_0, -y_0) \in (\varepsilon_3)$

33. Χρησιμοποιούμε τον τύπο $\sin\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2} - 1$ και η ευθεία γράφεται

$$(y - 2) + \sin^2\frac{\theta}{2}(x - y + 2) = 0$$

37. Οι ευθείες είναι παράλληλες

38. Η εξίσωση γράφεται: $(x - \lambda)^2 - (y + 2\lambda)^2 = 0$ και εφαρμόζουμε διαφορά τετραγώνων

40. Το κέντρο της οικογένειας είναι το $(4, 0)$ και ανήκει στην ευθεία

41. Βρίσκουμε το συμμετρικό του Σ ως προς την ευθεία. Αυτό το σημείο λόγω συμμετρίας θα ανήκει και στην ανακλώμενη

42. Το συμμετρικό του $A(k, k)$ ανήκει στην (ε) : $7x - y - 2 = 0$ αφού η κάθετη από το (A) στην $x + 2y - 1 = 0$ τέμνει την (ε) στο B και τα A, B ισαπέχουν από την $x + 2y - 1 = 0$

43. Θεωρήστε την $y = k$ και βρείτε τα σημεία τομής της με τις AB, AG

45. Θεωρήστε τα σημεία $(4, 45.000)$ και $(5, 49.960)$ πάνω στην $y = \alpha \cdot x + \beta$ για να υπολογίσετε τα α, β

46. α) Βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που αντιστοιχούν στα Π_1, Π_2
β) Οι ευθείες είναι παράλληλες

48. α) $\lambda - 1 < 2$
β) Το σύστημα $\lambda - 1 = 2$ και $2 + \lambda = 6$ είναι αδύνατο
γ) Απόσπαση σημείου από ευθεία

49. Τα σημεία είναι τα $(1, 2), (3, -1), (-2, 0)$

50. β) Να βρεθεί το σημείο τομής των $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$

γ) είναι η διαφορά $3 - 2$

δ) $\frac{3}{4}x - (\frac{1}{4}x + 1) = 3$

51. α) Θέτουμε $t = 0$

1. Δίνεται η γραμμή C με εξίσωση $x^2 - (x-1)y = 3x + 10$
 - α) Να εξετάσετε αν τα σημεία A(3, -5) και B(2, -10) ανήκουν στη γραμμή C.
 - β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραμμής C με τους άξονες.
 - γ) Αν το σημείο M(λ , $\lambda - 1$) ανήκει στη γραμμή C, να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$
2. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης λ μιας ευθείας ε η οποία:
 - α) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία: i) $\omega = \frac{\pi}{3}$ ii) $\omega = 120^\circ$ iii) $\omega = 0^\circ$ iv) $\omega = 90^\circ$
 - β) σχηματίζει με τον άξονα $y'y$ γωνία: i) $\omega = \frac{\pi}{3}$ ii) $\omega = 45^\circ$ iii) $\omega = 0^\circ$ iv) $\omega = 90^\circ$
 - γ) είναι παράλληλη με το διάνυσμα $\vec{\delta} = (2, -4)$
 - δ) είναι κάθετη με το διάνυσμα $\vec{\eta} = (5, -5)$
 - ε) διέρχεται από τα σημεία: A(1, 3), B(3, 6)
 - στ) διέρχεται από τα σημεία: A(3, -2), B(3, 4)
 - ζ) είναι παράλληλη στην ευθεία ε_1 που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 120^\circ$
 - η) είναι κάθετη στην ευθεία ε_2 που διέρχεται από τα σημεία A(2, 3) και B(3, 5)
3. Να βρείτε την γωνία που σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$ οι ευθείες που διέρχονται από τα σημεία: i) A(1, 0) και B(2, $\sqrt{3}$) ii) A(2, 3) και B(1, 3)
4. Έστω η ευθεία ε που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$ και η ευθεία ζ που διέρχεται από τα σημεία A(3, α) και B(5, $3\alpha - 2$). Να βρείτε την τιμή του α , ώστε:
 - α) οι ευθείες ε και ζ να είναι παράλληλες.
 - β) οι ευθείες ε και ζ να είναι κάθετες.
5. Δίνονται τα σημεία A(5, -2), B(3, 8) και $\Gamma(\alpha, \alpha+1)$, με $\alpha \in \mathbb{R}$
 - α) Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας AB.
 - α) Αν η ευθεία B Γ έχει συντελεστή διεύθυνσης 3, να βρείτε:
 - i) τον αριθμό α ,
 - ii) τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία A Γ με τον άξονα $x'x$.
6. Θεωρούμε την ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο A(1, 2) και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 3$. Να βρείτε:
 - α) την εξίσωση της ευθείας ε .
 - β) την τιμή του λ , για την οποία το σημείο M($\lambda - 1$, 2λ) ανήκει στην ευθεία ε .
7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο A(3, 2) και:
 - α) έχει συντελεστή διεύθυνσης 3
 - β) σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 45^\circ$
 - γ) είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\alpha} = (2, -4)$
 - δ) είναι κάθετη στην ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{1}{2}$
 - ε) είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$
 - στ) είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$

8. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$:

α. οι ευθείες $\varepsilon_1: y = (a^2 + 3a)x + 4$ και $\varepsilon_2: y = (a + 8)x - 21$ είναι παράλληλες.

β. οι ευθείες $\varepsilon_3: y = (a + 1)x - 7$ και $\varepsilon_4: y = \frac{(\alpha - 3)x + 13}{4}$

9. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: y = \frac{x}{2} - 1$ και $\zeta: y = (|\mu| - 2)x - 5$. Να βρείτε την τιμή του μ , ώστε:

α) οι ευθείες να ε και ζ να είναι παράλληλες,

β) οι ευθείες ε και ζ να είναι κάθετες.

10. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε , όταν:

α) η ευθεία ε τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0, -3)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 2$.

β) η ευθεία ε διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{2}{3}$

γ) η ευθεία ε διέρχεται από τα σημεία $A(-1, 4)$ και $B(\lambda^2, 4)$

11. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε , η οποία:

α) είναι παράλληλη στην ευθεία $\zeta: y = 3x + 10$ και διέρχεται από το σημείο $A(2, -1)$,

β) είναι κάθετη στην ευθεία $\eta: y = \frac{x+3}{2}$ και διέρχεται από το σημείο $B(3, -5)$,

γ) σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα $x'x$ και διέρχεται από το σημείο $\Gamma(-2, 3)$,

δ) είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\alpha} = (2, 8)$ και διέρχεται από το σημείο $\Delta(3, 7)$,

ε) είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\beta} = (3, 0)$ και διέρχεται από το σημείο $E(4, 5)$

12. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που είναι κάθετη στην ευθεία $\zeta: y = -\frac{1}{3}x + 2011$ και

σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν 6 τετραγωνικές μονάδες.

13. Να εξετάσετε αν τα σημεία $A(-1, 11)$, $B(2, 2)$ και $\Gamma(6, -10)$ είναι συνευθειακά.

14. Έστω μια ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο $M(\alpha, 2\alpha + 1)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 1$

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε .

β) Αν επιπλέον, η ευθεία ε διέρχεται από το σημείο $N(1, -2)$, να βρείτε:

i) την τιμή του α ,

ii) τα σημεία τομής της ευθείας ε με τους άξονες και στη συνέχεια να την σχεδιάσετε

iii) το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από την ευθεία ε και τους άξονες.

15. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(2, -3)$, $B(1, 5)$ και $\Gamma(2, 3)$. Να βρείτε την εξίσωση:

α) της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη στην ευθεία $B\Gamma$

β) του ύψους AD

γ) της διαμέσου BM .

16. Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$ και $B(5, 1)$. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB . Ομοίως για τα σημεία $A(1, 4)$ και $B(3, -6)$.

17. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $A(2, 5)$, $B(1, 7)$ και $\Gamma(4, 1)$. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου BD .

18. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon: y = 2x - 6$ και $\zeta: y = -3x + 19$. Να βρείτε:
- α) το σημείο τομής των ευθειών ϵ και ζ .
 - β) το σημείο τομής της ευθείας ϵ με τους άξονες.
19. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon: y = 2x - 1$ και $\zeta: y = x + 1$.
- α) Να βρείτε το σημείο τομής M των ευθειών ϵ και ζ .
 - β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η που διέρχεται από το σημείο M και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 135^\circ$.
 - γ) Να δείξετε ότι οι ευθείες ϵ , ζ και $\kappa: y = 5x - 7$ συντρέχουν.
20. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\Gamma(4, 3)$. Αν η εξίσωση της ευθείας AB είναι $y = 2x + 1$ και τους ύψους AD είναι $y = x - 1$, να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών A και B .
21. Δίνεται η ευθεία $y = \frac{1}{2}x - 3$ και το σημείο $A(3, 1)$. Να βρείτε:
- α) την προβολή του σημείου A στην ευθεία ϵ ,
 - β) το συμμετρικό του σημείου A ως προς την ευθεία ϵ .
22. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon: y = 3x + 5$, $\zeta: y = -x + 3$ και $\theta: y = 2x - 6$. Το σημείο $M(2\lambda+4, \lambda+2)$ ανήκει στην ευθεία ϵ . Να βρείτε:
- α) τον αριθμό λ ,
 - β) σημείο A της ευθείας ζ και σημείο B της ευθείας θ , ώστε το ευθύγραμμο τμήμα AB να έχει μέσο το M .
23. Δίνεται η ευθεία $\zeta: y = x - 2$. Να βρείτε ευθεία ϵ , η οποία διέρχεται από το σημείο $P(3, 5)$ και τέμνει την ευθεία ζ σε σημείο A , που απέχει απόσταση $\sqrt{10}$ από την αρχή των αξόνων.
24. Να βρείτε το πλησιέστερο σημείο της ευθείας $\epsilon: y = -2x + 1$ από την αρχή των αξόνων και στη συνέχεια την ελάχιστη απόσταση του σημείου O από τα σημεία της ευθείας ϵ .
25. Να βρείτε το συμμετρικό σημείο του σημείου $A(5, 4)$ ως προς την ευθεία $\epsilon: y = -4x + 7$.
26. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B(-3, -3)$. Η εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται η πλευρά AG είναι $y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ και η εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται το ύψος AD είναι $y = -2x - 4$. Να βρείτε:
- α) τις συντεταγμένες της κορυφής A ,
 - β) τις εξισώσεις των πλευρών AB και $B\Gamma$,
 - γ) τις συντεταγμένες της κορυφής Γ ,
 - δ) την εξίσωση του ύψους BE ,
 - ε) τις συντεταγμένες του ορθόκεντρου του τριγώνου $AB\Gamma$,
 - ζ) την εξίσωση της διχοτόμου AK .
27. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B(1, 2)$. Το ύψος και η διάμεσος από μια κορυφή του τριγώνου έχουν εξισώσεις $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ και $y = x$. Να βρείτε τις άλλες κορυφές του και το βαρύκεντρο του τριγώνου.
28. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(1, 2)$, $\epsilon_{B\Gamma}: y = 2x + 5$ και η διάμεσος BM έχει εξίσωση $\epsilon_{BM}: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$. Να βρείτε:

- α) τις συντεταγμένες του σημείου Γ,
 β) την εξίσωση του ύψους ΓΔ.
29. Δίνονται τα σημεία $A(-2, 2)$ και $B(3, 1)$. Να βρείτε σημείο Μ της ευθείας $\epsilon: y = x + 3$, τέτοιο, ώστε το τρίγωνο AMB να είναι ορθογώνιο στην κορυφή Μ.
30. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\epsilon_{AB}: y = 2x$ και $\epsilon_{AG}: y = 3x - 1$. Αν το σημείο $M(1, 0)$ είναι μέσον της πλευράς ΒΓ, να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΒΓ.
31. Να αποδείξετε ότι καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$, το σημείο $M(\lambda + 3, 4\lambda - 5)$ κινείται σε μια ευθεία.
32. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων $M(x, y)$, όταν:
- α) $M(\lambda - 1, 2\lambda - 3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$ β) $M(-3, \lambda + 1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$
 γ) $M(\lambda^2 + 1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$ δ) $M(-3, \eta\mu\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$
33. Αν το σημείο $M(\alpha, \beta)$ κινείται στην ευθεία $\epsilon: y = 2x - 4$, να βρείτε που κινείται το σημείο $N\left(\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}\right)$.
34. Να αποδείξετε ότι το σημείο $M(3 - \sin^2\theta, 1 - \eta\mu^2\theta)$, $\theta \in \mathbb{R}$, κινείται σε σταθερή ευθεία.
35. Θεωρούμε το σημείο $A(2, 1)$ και το συμμετρικό του A' ως προς τον άξονα $x'x$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OM'} \cdot \overrightarrow{OA'} = 2$ όπου M' το συμμετρικό του Μ ως προς τον άξονα $x'x$.
36. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $A(1, 3)$, $B(-3, 5)$, $\Gamma(-1, -3)$. Να βρείτε την εξίσωση:
- α) της ευθείας που διέρχεται από την κορυφή Α και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 135^\circ$,
 β) της διαμέσου AM του τριγώνου,
 γ) του ύψους ΒΔ,
 δ) της ευθείας που διέρχεται από την κορυφή Γ και είναι παράλληλη στην ευθεία AB.
37. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: y = 2x - \lambda$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ και το σημείο της $A(1, 1)$. Να βρείτε:
- α) τα σημεία τομής της ευθείας ϵ με τους άξονες,
 β) την ευθεία ζ που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ευθεία ϵ ,
 γ) το σημείο τομής Μ των ευθειών ϵ και ζ,
 δ) το συμμετρικό σημείο Β του Α ως προς την ζ.
38. Δίνονται τα σημεία $A(1, -2)$, $B(-1, 2)$ και η ευθεία $\epsilon: y = -x + 3$.
- α) τη μεσοκάθετο του τμήματος AB,
 β) σημείο Γ της ευθείας ϵ που ισαπέχει από τα σημεία Α και Β,
 γ) σημείο Δ της ευθείας ϵ , ώστε το τρίγωνο AΔΒ να είναι ορθογώνιο στο Δ,
 δ) που κινείται το σημείο Ν, όταν το σημείο Ρ κινείται στην ευθεία ϵ και ισχύει:
 $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{BP}$
39. Δίνεται τρίγωνο ABΓ, με $A(-3, 2)$, ενώ η πλευρά ΒΓ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = x - 5$ και το ύψος ΓΔ βρίσκεται πάνω στην ευθεία: $y = \frac{2}{3}x - 2$. Να βρείτε:
- α) τις συντεταγμένες της κορυφής Γ,
 β) την εξίσωση της πλευράς ΑΓ,
 γ) την εξίσωση της πλευράς ΑΒ,
 δ) τις συντεταγμένες της κορυφής Β,

- ε) την εξίσωση της διαμέσου BM,
 στ) την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς ΒΓ,
 ζ) την εξίσωση της διχοτόμου της γωνίας Α.
40. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, με $A(-5, -2)$, ενώ η διάμεσός του ΒΜ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = x - 1$ και το ύψος του ΓΔ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = -2x - 2$. Να βρείτε:
- α) την εξίσωση της πλευράς ΑΒ,
 β) τις συντεταγμένες της κορυφής Β,
 γ) τις συντεταγμένες της κορυφής Γ,
 δ) τη γωνία $\hat{\Gamma}$
41. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $A(-3, 3)$ και μια πλευρά του που βρίσκεται πάνω στην ευθεία: $y = x - 2$.
- α) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.
- β) Αν επιπλέον η διάμεσος ΓΜ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = \frac{5x + 10}{9}$, να βρείτε:
- i) τις συντεταγμένες του σημείου Γ και την εξίσωση της πλευράς ΑΓ,
 ii) τις συντεταγμένες του σημείου Β και την εξίσωση της πλευράς ΑΒ,
 iii) το ορθόκентρο του τριγώνου ΑΒΓ
42. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, με $A(-2, 4)$ και $B(7, 1)$, στο οποίο η διχοτόμος ΓΔ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = x + 2$. Να βρείτε:
- α) τις συντεταγμένες του σημείου Δ,
 β) το συμμετρικό σημείο Ε του Α ως προς την ευθεία ΓΔ,
 γ) την εξίσωση της ευθείας ΒΓ,
 δ) την εξίσωση της ευθείας ΑΓ.

43. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda^2 + 2\lambda - 8)x + (\lambda^2 - 4)y + \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1):
- α) παριστάνει ευθεία,
 - β) παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$,
 - γ) παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$,
 - δ) παριστάνει ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
44. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda^2 - 1)x + (\lambda^2 - \lambda)y + \lambda + 1 = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1):
- α) παριστάνει ευθεία,
 - β) παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$,
 - γ) παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$,
 - δ) παριστάνει ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
45. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: 2x + 3y - 6 = 0$. Να βρείτε:
- α) την ευθεία ζ που είναι παράλληλη στην ευθεία ϵ και διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$,
 - β) το σημείο τομής της ευθείας ζ με τους άξονες.
46. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\epsilon_1: x - 3y + 2 = 0$, $\epsilon_2: 2x - y - 1 = 0$ και $\epsilon_3: 5x - 3y - 2 = 0$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.
47. Δίνονται οι ευθείες: $\epsilon_1: (\mu - 1)x - (\mu - 2)y - \mu = 0$ και $\epsilon_2: (\mu - 2)x - (\mu + 1)y - 3 = 0$. Να βρείτε το μ , ώστε:
- α) οι ευθείες να είναι παράλληλες,
 - β) οι ευθείες να είναι κάθετες
 - γ) οι ευθείες να τέμνονται.
48. Δίνονται οι ευθείες: $\epsilon_1: (\lambda - 2)x + \lambda y - 3 = 0$ και $\epsilon_2: (\lambda - 8)x + (\lambda - 2)y + 3 = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει:
- α) οι ευθείες να είναι παράλληλες,
 - β) οι ευθείες να είναι κάθετες
 - γ) οι ευθείες να τέμνονται.
49. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda + 5)x + (\lambda - 3)y - 5\lambda - 1 = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι:
- α) η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$,
 - β) όλες οι ευθείες που παριστάνει η εξίσωση (1) για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχονται από σταθερό σημείο.
50. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda + 1)x + (\lambda - 1)y + 2\lambda = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι:
- α) η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$,
 - β) όλες οι ευθείες που παριστάνει η εξίσωση (1) για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ διέρχονται από σταθερό σημείο
 - γ) να βρείτε εκείνη την ευθεία ϵ που ορίζεται από την (1) και είναι κάθετη στην ευθεία $\zeta: y = 2x$
51. Δίνονται οι ευθείες: $\epsilon_1: \lambda x + (\lambda - 2)y - 2 = 0$ και $\epsilon_2: (\lambda - 1)x + (\lambda - 3)y - 4 = 0$

α) να αποδείξετε ότι οι ευθείες τέμνονται (έχουν μοναδικό κοινό σημείο) για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$,
 β) να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, το σημείο τομής Μ των ευθειών ε_1 και ε_2 κινείται πάνω σε ευθεία.

52. Να βρείτε την οξεία γωνία των ευθειών: $\varepsilon_1: y = (-2 + \sqrt{3})x$ και $\varepsilon_2: y = -x$.
53. Να βρείτε την οξεία γωνία των ευθειών: $\varepsilon_1: 3x + y - 5 = 0$ και $\varepsilon_2: 2x - y + 1 = 0$.
54. Να βρείτε τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο $P(1, -1)$ και σχηματίζουν με την ευθεία $\varepsilon: x + y - 1 = 0$ οξεία γωνία ίση με 45° .
55. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: \sqrt{3}x - y + 2 = 0$ και το σημείο $P(2, 3)$. Να βρείτε ευθεία ζ που διέρχεται από το σημείο P και σχηματίζει με την ευθεία ε οξεία γωνία ίση με 30° .
56. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - 3y^2 - 2x + 1 = 0$ (1)
 α) να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει δύο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ συμμετρικές ως προς τον άξονα $x'x$.
 β) να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες ε_1 και ε_2 .
57. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2y^2 - xy - 3x + 9y - 4 = 0$ (1). Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δύο ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις.
58. Οι ευθείες: $\varepsilon_1: (\lambda + 1)x + (\lambda - 4)y - 4 = 0$ και $\varepsilon_2: \lambda x + (5 - \lambda)y - 7 = 0$ είναι κάθετες μεταξύ τους.
 α) να βρείτε τον αριθμό λ
 β) Θεωρούμε την εξίσωση: $(\mu^2 - 3\mu + 2)x + (\mu^2 - 1)y - 2\mu^2 + 2\mu = 0$ (1), $\mu \in \mathbb{R}$
 i) να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία.
 ii) να βρείτε τον αριθμό μ , ώστε η ευθεία ζ που έχει εξίσωση την (1) να διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 .
59. Δίνεται η εξίσωση $6x^2 - y^2 - xy - x - 2y - 1 = 0$ (1).
 α) να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δύο ευθείες ε_1 και ε_2 ,
 β) να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται πάνω στον άξονα $y'y$,
 γ) αν η ευθεία $\zeta: 4x + 3y - 7 = 0$ τέμνει τις ε_1 και ε_2 στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, να βρείτε την απόσταση ΑΒ.
60. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 4)x - \lambda y + \lambda + 3 = 0$ (1)
 α) να αποδείξετε ότι για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) παριστάνει ευθείες οι οποίες διέρχονται από σταθερό σημείο,
 β) να βρείτε την ευθεία ε που έχει εξίσωση την (1) και τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα έτσι, ώστε να ισχύει: $\frac{1}{(OA)} + \frac{1}{(OB)} = 4$.
61. Έστω ε η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(-2, 6)$ και $B(-4, 2)$ και ζ η ευθεία που είναι παράλληλη στη διχοτόμο της $1^{ης}$ - $3^{ης}$ γωνίας των αξόνων και διέρχεται από το σημείο $\Gamma(-3, -1)$.
 α) να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ε και ζ .
 β) να βρείτε την απόσταση του σημείου τομής Μ των ευθειών ε και ζ από την αρχή των αξόνων.

Γ) έστω η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $P(-1, 3)$ και τέμνει τις ευθείες ϵ και ζ στα σημεία Δ και Z αντίστοιχα, ώστε το P να είναι μέσο του ΔZ . Να βρείτε:

i) την εξίσωση της ευθείας ζ ,

ii) την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες ϵ και η .

62. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: 2x + 3y - 6 = 0$. Να βρείτε:

α) τα σημεία τομής A, B της ϵ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα,

β) την ευθεία ζ που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στην ευθεία $\eta: \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + 1$

γ) την τιμή του α , ώστε οι ευθείες ϵ, ζ και $\alpha x - y + \alpha - 1 = 0$ να συντρέχουν,

δ) την προβολή της αρχής των αξόνων O στην ευθεία ϵ .

63. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon: y = (\lambda + 3)x - \frac{3}{2}$ και $\zeta: y = (\lambda - 3)x + 4$

α) να δείξετε ότι οι ευθείες ϵ και ζ τέμνονται για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

β) να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε $\epsilon \perp \zeta$

γ) για $\lambda = \sqrt{14}$, να βρείτε την οξεία γωνία των ευθειών,

δ) να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κοινών σημείων M των ευθειών ϵ και ζ .

64. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 1)x + (\lambda - 2)y + \lambda - 3 = 0$ (1) όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

α) να δείξετε ότι, για κάθε τιμή της παραμέτρου λ , η εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή.

β) να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει ευθεία:

i) παράλληλη στον άξονα $x'x$,

ii) παράλληλη στον άξονα $y'y$,

iii) που να διέρχεται από την αρχή των αξόνων

γ) να δείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από σταθερό σημείο.

δ) υπάρχει ευθεία που να ορίζεται από την εξίσωση (1) και να είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (1, -1)$.

65. Να βρείτε την απόσταση:
- του σημείου $M(1, 2)$ από την ευθεία $\varepsilon: 5x - 12y - 7 = 0$.
 - του σημείου $A(4, 2)$ από την ευθεία $\varepsilon: y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$
66. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ με $A(1, 2)$ και η πλευρά του $\Gamma\Delta$ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $\varepsilon: x + y - 1 = 0$.
67. Αν η απόσταση του σημείου $P(2, -3)$ από την ευθεία $\varepsilon: y = \lambda x - 4$ είναι $\sqrt{5}$, να βρείτε την τιμή του λ .
68. Να βρείτε την ευθεία ε , που είναι κάθετη στην ευθεία $\zeta: 3x + 4y + 1 = 0$ και ισαπέχει από τα σημεία $A(1, 2)$ και $B(-2, 1)$.
69. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $A(3, 4)$ και απέχουν από το σημείο $M(0, 2)$ απόσταση ίση με 3 μονάδες.
70. Να βρείτε ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο $A(5, -8)$ και απέχει από το σημείο $B(3, -2)$ απόσταση ίση με 2.
71. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon: 2x - y + 1 = 0$ και $\zeta: 2x - y - 5 = 0$. Να βρείτε:
- την απόσταση d των δύο ευθειών.
 - το εμβαδόν E του τετραγώνου που οι δύο πλευρές βρίσκονται στις ευθείες ε και ζ .
72. Οι ευθείες $\varepsilon: ax + (a - 6)y + a + 2 = 0$ και $\zeta: (a - 2)x + (a - 5)y - a - 3 = 0$ είναι παράλληλες. Να βρείτε:
- τον αριθμό a ,
 - την απόσταση των ευθειών ε και ζ .
73. Να βρείτε την μεσοπαράλληλη των ευθειών:
- $\varepsilon: 2x - y - 5 = 0$ και $\zeta: 2x - y + 3 = 0$
 - $\varepsilon: x - y - 2 = 0$ και $\zeta: x - y - 4 = 0$
74. Η ευθεία $\zeta: x + 2y - 3 = 0$ είναι μεσοπαράλληλη δύο παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2 που απέχουν $d = 2\sqrt{5}$. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών αυτών.
75. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: 2x - y + 3 = 0$ και $\zeta: 3x - 6y + 5 = 0$. Να βρείτε:
- τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες ε και ζ .
 - ποια από τις παραπάνω διχοτόμους αντιστοιχεί στην οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες ε και ζ .
- [Ομοίως για τις ευθείες $\varepsilon: x - 2y + 1 = 0$ και $\zeta: 2x - y - 1 = 0$.]
76. Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$, $B(-3, 0)$ και $\Gamma(2, -1)$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
77. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(-2, 0)$ και $\Gamma(\lambda^2, 1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- να δείξετε ότι, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ τα σημεία A , B , Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου,
 - να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε $(AB\Gamma) = \frac{5}{2}$
78. Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(0, 1)$ και η ευθεία $\varepsilon: x - 2y + 1 = 0$. Να βρείτε σημείο M της ευθείας ε , ώστε το εμβαδόν του τριγώνου MAB να είναι ίσο με 1.

79. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $M(-1, 2)$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν $E = 2$.
80. Δίνονται τα σημεία $A(2, 4)$, $B(-6, 2)$ και $\Gamma(0, 10)$. Να βρείτε:
- α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$,
 - β) σημείο Δ της ευθείας $\varepsilon: 2x - y - 3 = 0$, ώστε το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ να έχει εμβαδόν ίσο με 19 τετραγωνικές μονάδες.
81. Δίνονται τα σημεία $A(1, -3)$ και $B(4, 3)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου, ώστε το τρίγωνο MAB να έχει εμβαδόν 3 τ.μ.
82. Δίνονται τα σημεία $A(2, 1)$ και $B(-1, 2)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου, ώστε $(MAB) = 1$ τ.μ.
83. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: 2x + y - 1 = 0$ και $\zeta: 2x - y + 1 = 0$. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου, για τα οποία ισχύει: $\frac{d(M, \varepsilon_1)}{d(M, \varepsilon_2)} = 3$.
84. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: 3x - 4y - 5 = 0$ και το σημείο $M(-4, 2)$.
- α) να βρείτε την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας ε από την αρχή των αξόνων.
 - β) να βρείτε ποιο σημείο της ευθείας ε απέχει τη μικρότερη απόσταση από το σημείο M .
85. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = 3x + 2$ και το σημείο $A(-1, 1)$.
- α) Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε .
 - β) Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση του σημείου O , όπου O η αρχή των αξόνων από τα σημεία της ευθείας ε , καθώς και το πλησιέστερο σημείο B της ευθείας ε προς το O .
 - γ) Να βρείτε σημείο Γ της ευθείας ε , ώστε το εμβαδόν του τριγώνου $AO\Gamma$ να είναι 3.
 - δ) Να βρείτε σημείο M της ευθείας ε , που να ισαπέχει από το A και από την ευθεία της διχοτόμου της γωνίας $\chi'O\gamma$.
86. Δίνονται τα σημεία $A(4, -3)$, $B(2, 1)$, και $\Gamma(1 - \lambda, 2\lambda + 1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$
- α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B και Γ σχηματίζουν τρίγωνο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ανεξάρτητο του λ .
 - γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Delta E\zeta$, όπου η πλευρά ΔE βρίσκεται στην ευθεία που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην OA .
 - δ) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει: $(MAB) = 2$.
87. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: y = x + 3$ και $\zeta: x - y = 5$
- α) Να δείξετε ότι οι ευθείες ε και ζ είναι παράλληλες.
 - β) Να βρείτε την απόσταση των ευθειών ε και ζ .
 - γ) Να βρείτε την μεσοπαράλληλη των ευθειών ε και ζ .
 - δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ με $A(1, 3)$ και η πλευρά $B\Gamma$ βρίσκεται στην ευθεία ε .