



Όρια στο άπειρο

1 Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) $f(x) = \frac{x^2 - 4x^3 \eta \mu \frac{1}{x}}{x^2 - x + 1}$

ii) $f(x) = \frac{2|x^2 - 1| + |3x - 1|}{|4 - x|}$

2 Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \eta \mu \frac{1}{x^2}$

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - x^2 \eta \mu \frac{1}{x}}{x^3 + 1}$

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x^3 \eta \mu \frac{1}{x^2}}{x^2 - 1}$

3 Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \eta \mu x}{x^2 - 1}$

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \eta \mu x}{x + 1}$

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sigma \upsilon \nu x)$

4 Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - 3^x}{5 \cdot 2^x + 3^x}$

ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 4^x}{3^x + 4^x}$

iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$

5 Να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sigma \upsilon \nu x + \eta \mu x}{e^x}$$

6

Να βρεθούν, εφόσον υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x+2} + \sqrt{x+4})$

ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+1} - \sqrt{x^2+x+1})$

7

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ περιττή συνάρτηση με $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

8

Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \ln \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε τα όρια

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ και } \lim_{x \rightarrow -1} f(x).$$

9

Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{2x+1} \right)^x$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{2x+1} \right)^x$.

10

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση τέτοια ώστε $f(x) \leq x < f(x) + 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

11

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε να ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} - \alpha x - \beta \right) = 1.$$

12

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε να ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{9x^2+x+3} - \alpha x - \beta \right) = 0.$$

13

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε να ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x^2 - x + 1} - ax - \beta) = -1.$$

14

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α, β ώστε να ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2 + 3} - ax - \beta) = 2.$$

15

Δώστε παράδειγμα συνάρτησης f τέτοιας ώστε $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) + \frac{1}{f(x)}\right) = A$, όπου $A > 2$.

16

Δώστε παράδειγμα συνάρτησης f τέτοιας ώστε $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$.

17

Δώστε παράδειγμα συναρτήσεων f, g τέτοιας ώστε

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = 0 \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - xg(x)) = 1.$$