

Απαντήσεις Εργασίας - Απόλυτη τιμή - ορισμός

Θέμα 1^ο Ερωτήσεις Σ - Λ

1. Αν $|\alpha| + |\beta| = 0$ τότε $\alpha = 0$ και $\beta = 0$
2. Αν $|\alpha| + |\beta| \neq 0$ τότε $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$
3. $|-a| = |a|$
4. οι αριθμοί $|a|$, $-|a|$ είναι αντίθετοι.
5. $|\alpha + \beta| = |-\beta - \alpha|$
6. αν $|\chi - 1| > 0$ τότε $\chi \neq 1$
7. αν $|\chi + 2| \leq 0$ τότε $\chi = -2$
8. αν $|\chi - 1| + |\psi - 2| \leq 0$ τότε $\chi = 1$ και $\psi = 2$
9. αν $|\chi - 2| + |\psi - 3| > 0$ τότε $\chi \neq 2$ ή $\psi \neq 3$
10. αν $|\chi^2 - 1| + |\chi^2 + \chi| = 0$ τότε $\chi = -1$
11. αν $|\chi| + |\psi| > 0$ τότε $\chi \neq 0$ ή $\psi \neq 0$

Λύση

1. Σ
2. Σ
3. Σ
4. Σ
5. Σ
6. Σ
7. Σ
8. Σ
9. Σ
10. Σ
11. Σ

Θέμα 2^ο Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

$$|\chi^2 + 3| = \dots\dots\dots, \quad |-\chi^2 - 1| = \dots\dots\dots, \quad |3 - \pi| = \dots\dots\dots, \quad |4 - \pi| = \dots\dots\dots$$

$$|3 - \pi| - |4 - \pi| = \dots\dots\dots, \quad |\sqrt{3} - 2| = \dots\dots\dots, \quad |\sqrt{5} - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{5}| = \dots\dots\dots$$

Λύση

$$|\chi^2 + 3| = \chi^2 + 3, \quad |-\chi^2 - 1| = \chi^2 + 1, \quad |3 - \pi| = -3 + \pi, \quad |4 - \pi| = 4 - \pi$$

$$|3 - \pi| - |4 - \pi| = -3 + \pi - 4 + \pi = 2\pi - 7, \quad |\sqrt{3} - 2| = -\sqrt{3} + 2, \quad |\sqrt{5} - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{5}| = 0$$

Θέμα 3^ο

Αν $\alpha < \beta$ να δείξετε ότι $\alpha = \frac{\alpha + \beta - |\alpha - \beta|}{2}$ και $\beta = \frac{\alpha + \beta + |\alpha - \beta|}{2}$

Λύση

Αφού $\alpha < \beta$ είναι $\alpha - \beta < 0$ οπότε $|\alpha - \beta| = -\alpha + \beta = \beta - \alpha$. Συνεπώς

$$\frac{\alpha + \beta - |\alpha - \beta|}{2} = \frac{\alpha + \beta - (-\alpha + \beta)}{2} = \frac{\alpha + \beta + \alpha - \beta}{2} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$$

$$\frac{\alpha + \beta + |\alpha - \beta|}{2} = \frac{\alpha + \beta + (-\alpha + \beta)}{2} = \frac{\alpha + \beta - \alpha + \beta}{2} = \frac{2\beta}{2} = \beta$$

Θέμα 4^ο

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες

$$|\chi + 1| = \begin{cases} \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \\ \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \end{cases}, \quad |\chi - 2| = \begin{cases} \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \\ \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \end{cases}$$

$$|-2\chi - 4| = \begin{cases} \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \\ \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \end{cases}, \quad |-3\chi + 6| = \begin{cases} \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \\ \dots\dots\dots, & \alpha\nu \dots\dots\dots \Leftrightarrow \dots\dots \end{cases}$$

Λύση

$$|\chi + 1| = \begin{cases} \chi + 1, & \alpha\nu \chi + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \chi \geq -1 \\ -\chi - 1, & \alpha\nu \chi + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \chi \leq -1 \end{cases}$$

$$|\chi - 2| = \begin{cases} \chi - 2, & \alpha\nu \chi - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \chi \geq 2 \\ -\chi + 2, & \alpha\nu \chi - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \chi \leq 2 \end{cases}$$

$$|-2\chi - 4| = \begin{cases} -2\chi - 4, & \alpha\nu -2\chi - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \chi \leq -2 \\ 2\chi + 4, & \alpha\nu -2\chi - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \chi \geq -2 \end{cases}$$

$$|-3\chi + 6| = \begin{cases} -3\chi + 6, & \alpha\nu -3\chi + 6 \geq 0 \Leftrightarrow \chi \leq 2 \\ 3\chi - 6, & \alpha\nu -3\chi + 6 \leq 0 \Leftrightarrow \chi \geq 2 \end{cases}$$

Θέμα 5^ο Να γράψετε την παράσταση $A = |3 - \chi| - |\chi - 4|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές στις παρακάτω περιπτώσεις :

α) $\chi < 3$, β) $3 < \chi < 4$, γ) $\chi > 4$

Λύση

α) $A = |3 - \chi| - |\chi - 4| = 3 - \chi - (-\chi + 4) = 3 - \chi + \chi - 4 = -1$

β) $A = |3 - \chi| - |\chi - 4| = -3 + \chi - (-\chi + 4) = -3 + \chi + \chi - 4 = 2\chi - 7$

γ) $A = |3 - \chi| - |\chi - 4| = -3 + \chi - (\chi - 4) = -3 + \chi - \chi + 4 = 1$

Θέμα 6^ο Αν $\chi \in (-3, 1)$ να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση

$A = -2|\chi + 3| + 3|\chi - 1| - 4|5 - \chi|$

Λύση

$A = -2|\chi + 3| + 3|\chi - 1| - 4|5 - \chi| = -2(\chi + 3) + 3(-\chi + 1) - 4(5 - \chi) = -2\chi - 6 - 3\chi + 3 - 20 + 4\chi = -\chi - 23$

Θέμα 7^ο

Αν $\gamma < \beta < \alpha$ να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση

$A = |\alpha - \beta| - |\beta - \gamma| + |\gamma - \alpha| - |2\alpha - \beta - \gamma|$

Λύση

Αφού $\gamma < \beta < \alpha$ είναι $\alpha - \beta > 0$, $\beta - \gamma > 0$, $\gamma - \alpha < 0$, $2\alpha - \beta - \gamma = \alpha - \beta + \alpha - \gamma > 0$

$$\begin{aligned} A &= |\alpha - \beta| - |\beta - \gamma| + |\gamma - \alpha| - |2\alpha - \beta - \gamma| = \\ &= \alpha - \beta - (\beta - \gamma) + (-\gamma + \alpha) - (2\alpha - \beta - \gamma) = \\ &= \alpha - \beta - \beta + \gamma - \gamma + \alpha - 2\alpha + \beta + \gamma = \\ &= \gamma - \beta \end{aligned}$$