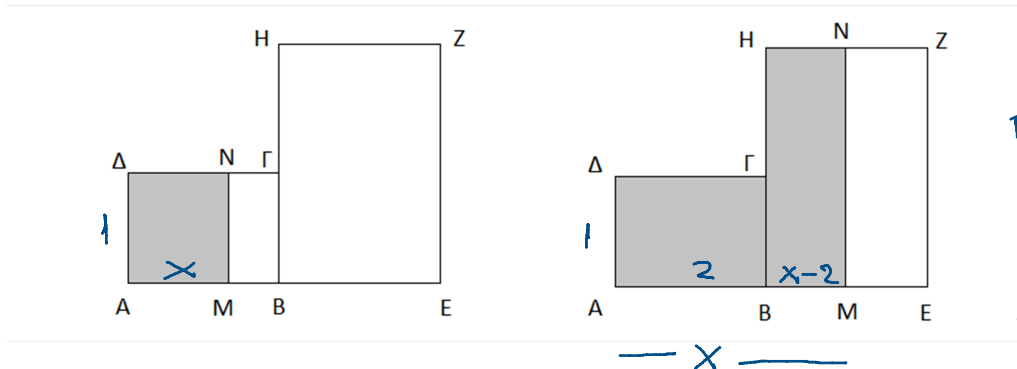


Μάθημα 61ο - Συναρτήσεις συνέχεια

Θέμα 5ο

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα ορθογώνια ABΓΔ και BEZH. Το τμήμα MN κινείται ώστε σε κάθε θέση να είναι κάθετο στην ευθεία ΑΕ. Αν $AB = BE = 2$, $AD = 1$ και $EZ = 4$

να βρείτε τη συνάρτηση που δίνει το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας, συναρτήσει του μήκους $AM = x$.



για $x=1$
το M μεταξὺ
των A, B (σχήμα 1)
 $(AMND) = AM \cdot AD$
 $= 1 \cdot 1 = 1$

για $x=2$
το $M \equiv B, N \equiv \Gamma$
↳ ταιριάζει

$$(AMND) = (AB\Gamma\Delta) = 2 \cdot 1 = 2$$

για $x=3$
το M μεταξὺ B, E
(σχήμα 2)

$$E = (AB\Gamma\Delta) + (BMNH) = 2 + 1 \cdot 4 = 6$$

για $x=4$ τότε
 $M \equiv E, N \equiv Z$ ομοίως

$$E = (AB\Gamma\Delta) + (BEZH) = 2 + 2 \cdot 4 = 10$$

$$\text{Συνεπώς } f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 2 \\ 4x - 6, & 2 < x \leq 4 \end{cases} \quad A = [0, 4]$$

$$f(1) = 1, \quad f(2) = 2, \quad f(3) = 4 \cdot 3 - 6 = 6, \quad f(4) = 4 \cdot 4 - 6 = 10$$

Θέμα 6ο

→ $A = \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{αν } x < 0 \\ \end{cases} \quad \text{α) } f(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{αν } x < 0 \\ x - 2, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$.

α) $f(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

α) Να βρείτε τις τιμές $f(-1), f(0), f(2)$.

$f(0) = 0 - 2 = -2$

β) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$.

$f(2) = 2 - 2 = 0$

γ) Να λυθεί η ανίσωση $f(x) < 0$.

β) $f(x) = 0$

γ) $f(x) < 0$

αν $x < 0$ τότε

αν $x < 0$ τότε

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow$
 $x = 1$ ή $x = -1$ Σελήη
 απορ.

$x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow$

$x^2 < 1 \Leftrightarrow$

$|x| < 1 \Leftrightarrow$

$-1 < x < 1$ οπότε $x \in (-1, 0)$

αν $x \geq 0$ τότε

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

αν $x \geq 0$ τότε

$x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$

οπότε $x \in [0, 2)$

Τελικά $x \in (-1, 0) \cup [0, 2) \Rightarrow x \in (-1, 2)$

Θέμα 7ο Να βρείτε το πεδίο ορισμού κάθε μιας από τις παρακάτω συναρτήσεις

α) $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$, β) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$, γ) $f(x) = \frac{1}{|x| + x}$,

δ) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x}$, ε) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$, στ) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

α) Πρέπει και αρκεί $x^2 - 4x \neq 0$

$x(x-4) \neq 0$

$x \neq 0$ και $x \neq 4$

οπότε $A = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

β) Πρέπει και αρκεί $x^2 + 1 \neq 0$

$x^2 \neq -1$ ισχύει

για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$A = \mathbb{R}$

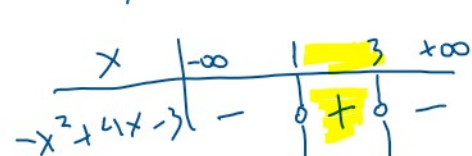
δ) Πρέπει και αρκεί $|x| + x \neq 0 \Leftrightarrow |x| \neq -x \Leftrightarrow x > 0$
 οπότε $A = (0, +\infty)$

δ) Πρέπει και αρκεί $x - 1 \geq 0$ και $2 - x \geq 0$
 $x \geq 1$ $-x \geq -2$
 $x \leq 2$



$A = [1, 2]$

ε) Πρέπει και αρκεί $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$



$x = 1, x = 3$

$A = [1, 3]$

στ) Πρέπει και αρκεί $x \geq 0$ και $\sqrt{x} - 1 \neq 0$

$\sqrt{x} \neq 1$

$x \neq 1$

$A = [0, 1) \cup (1, +\infty)$