

6. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} -x+2, & \text{αν } x < 0 \\ 2, & \text{αν } 0 \leq x < 1 \\ x+1, & \text{αν } 1 \leq x \end{cases}$$

$$y = -x+2, x < 0$$

x	0	-1
y	2	3

A(0,2)

B(-1,3)

$$y = 2, 0 \leq x < 1$$

x	0	1
y	2	2

A(0,2)

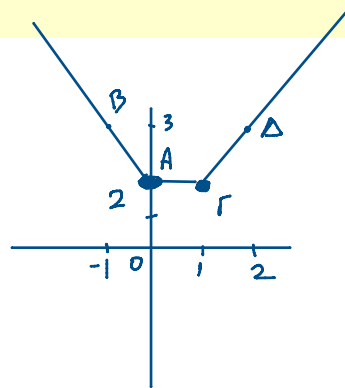
Γ(1,2)

$$y = x+1, x \geq 1$$

x	1	2
y	2	3

Γ(1,2)

Δ(2,3)



7. Στο διπλανό σχήμα δίνονται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη σε όλο το $\mathbb{R}$ και η ευθεία $y=x$.

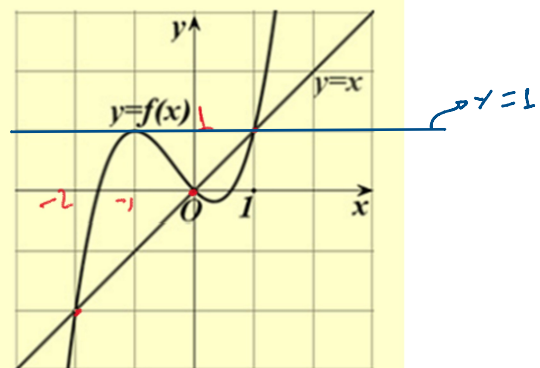
Να λύσετε γραφικά:

i) Τις εξισώσεις:

$$f(x)=1 \text{ και } f(x)=x.$$

ii) Τις ανισώσεις:

$$f(x) < 1 \text{ και } f(x) \geq x.$$



i) Ο₁ Λύσει των εξισώσεων $f(x)=1$ είναι οι τετμημένες των σημείων τομής των Γ_f με την ευθεία $y=1$, δηλαδή $x=-1$ ή $x=-2$

Ο₂ Λύσει των εξισώσεων $f(x)=x$ είναι οι τετμημένες των σημείων τομής των Γ_f με την ευθεία $y=x$, δηλαδή $x=1$ ή $x=0$ ή $x=-2$

ii) Ο₁ Λύσει των ανισώσεων $f(x) < 1$ είναι οι τετμημένες των σημείων των Γ_f που είναι κάτω από την ευθεία $y=1$, δηλαδή $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1)$

Ο₂ Λύσει των ανισώσεων $f(x) \geq x$ είναι οι τετμημένες των σημείων των Γ_f που δεν είναι κάτω από την $y=x$, δηλαδή $x \in [-2, 0] \cup [1, \infty)$

8. i) Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$f(x) = |x| \quad \text{και} \quad g(x) = 1$$

και με τη βοήθεια αυτών να λύσετε τις ανισώσεις:

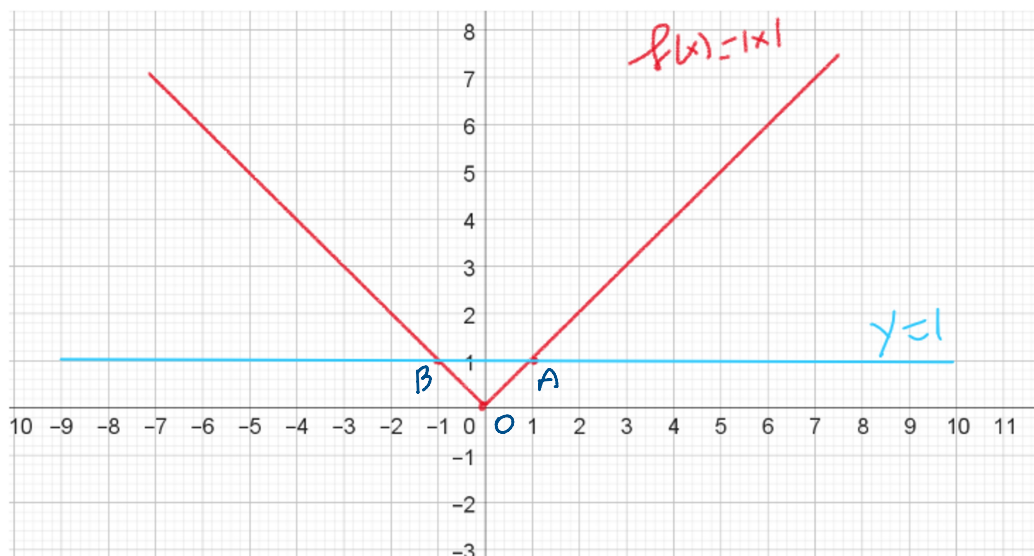
$$|x| \leq 1 \quad \text{και} \quad |x| > 1.$$

- ii) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τις απαντήσεις σας στο προηγούμενο ερώτημα.

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & 0 & 1 \end{array} \quad y = x, x \geq 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -1 \\ \hline y & 0 & 1 \end{array} \quad y = -x, x < 0$$



$$O(0,0)$$

$$A(1,1)$$

$$B(-1,1)$$

$$|x| = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1$$

$$|x| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

Εφ' όσον πάνω από την ευθεία $y=1$

$$|x| > 1 \Leftrightarrow x > 1 \text{ ή } x < -1$$

Εφ' όσον από την ευθεία $y=1$

ΘΕΜΑ 2.1

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 + 2x - 3$.

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$.

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού Α της παραπάνω συνάρτησης f .

ii. Να δείξετε ότι $f(x) = x + 3$ για κάθε $x \in A$.

iii. Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

$$\alpha) \Delta = 16 \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -3 \quad \text{οπότε} \quad x^2 + 2x - 3 = 1 \cdot (x-1)(x+3)$$

$$\beta) \text{ i) Πρέπει } x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1 \quad A = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$$

$$\text{ii) } f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+3)}{x-1} = x + 3$$

$$\text{iii) } f(x) = x + 3, \quad x \neq 1$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & 3 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} x & 1 \\ \hline y & 4 \end{array} \quad \text{B}$$

x	0	1
y	3	4

$A(0,3), B(1,4)$

H of given a straight line AB
x-axis to origin B.

