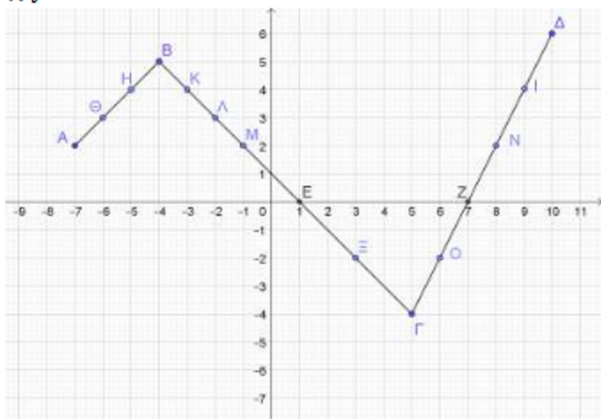


Θέμα 1ο

Με βάση το παρακάτω σχήμα που αποτελεί την γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f



α) να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f

β) να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$

γ) να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 0$

δ) να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 0$

ε) να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών

x	-7	-6	-5	0	-2	-4	1	5	10	-5	-3	9
y	2	3	4	1	3	5	0	-4	6		4	

α) $A = [-7, 10]$

$f(A) = [-4, 6]$

β) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 7$

γ) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (1, 7)$

δ) $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-7, 1] \cup [7, 10]$

Θέμα 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x^2 - 9)\sqrt{x-1}$. Να βρείτε

α) το πεδίο ορισμού της

β) τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες

α) Πρέπει $x-1 \geq 0$
 $x \geq 1$
 $A = [1, +\infty)$

β) $y \cdot y' : 0 \notin A$
 Δεν τέμνει τον $y \cdot y'$

$x \cdot x' : f(x) = 0$
 $(x^2 - 9)\sqrt{x-1} = 0$

$x^2 = 9 \vee x = 1$

$x = 3 \vee x = -3$
 απορ.

Τέμνει τον $x \cdot x'$ στα $(3, 0), (1, 0)$

Θέμα 3ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - x + 3$ και $g(x) = x + 6$. Να βρείτε

α) τα κοινά σημεία των C_f και C_g .

β) τις τετμημένες των σημείων της C_f που είναι κάτω από τη C_g .

α) $A_f = A_g = \mathbb{R}$

Οι τετμημένες των κοινών σημείων C_f, C_g δίνονται ως εξής:
 $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - x + 3 = x + 6 \Leftrightarrow$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x = -1, x = 3$

$g(-1) = 5$

κοινά σημεία
 $(-1, 5), (3, 9)$

β) οι τετμημένες των σημείων C_f που είναι κάτω από C_g είναι οι λύσεις της ανίσωσης

$f(x) < g(x)$

$x^2 - x + 3 < x + 6$

$x^2 - 2x - 3 < 0$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$x^2 - 2x - 3$		+	-	+

$$g(-1) = 5$$

$$g(3) = 9$$

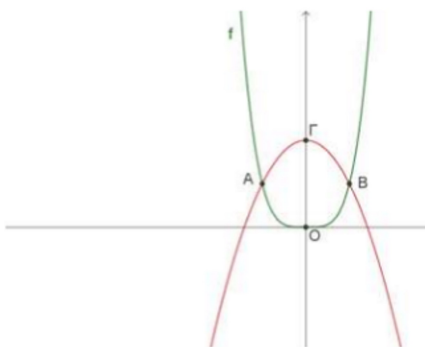
κοινά σημεία
(-1, 5), (3, 9)

$$\begin{array}{c|ccc} x & -\infty & -1 & 3 & \infty \\ \hline x^2-2x-3 & + & 0 & - & + \\ \hline \end{array}$$

$x \in (-1, 3)$

ΘΕΜΑ 4ο

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^4$ και $g(x) = 2 - x^2$. Τα σημεία A, B είναι τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των f, g ενώ Γ είναι το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της g με τον άξονα $y'y$.



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ.

Αν $A(-1, 1), B(1, 1), \Gamma(0, 2)$

β) Με βάση το παραπάνω σχήμα να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g .

γ) Να επαληθεύσετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο ερώτημα β).

α) A, B, σημεία τομής f, g

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^4 = 2 - x^2 \Leftrightarrow x^4 + x^2 - 2 = 0$$

Θέτω $x^2 = w$ οπότε

$$w^2 + w - 2 = 0$$

$$w = 1 \quad \vee \quad w = -2$$

$$x^2 = 1 \quad \vee \quad x^2 = -2$$

$$x = 1 \quad \vee \quad x = -1$$

Αδυναμία

Γ σημείο τομής g με $x'y'$
οπότε $\Gamma(0, g(0))$
 $\Gamma(0, 2)$

β) f κάτω από g για
 $x \in (-1, 1)$

$$g(1) = 1$$

$$g(-1) = 1$$

$$B(1, 1)$$

$$A(-1, 1)$$

αφού B στο 1ο
και A στο 2ο
τεταρτημόριο

$$\gamma) f(x) < g(x) \Leftrightarrow x^4 < 2 - x^2 \Leftrightarrow x^4 + x^2 - 2 < 0. \text{ Θέτω } x^2 = w$$

$$w^2 + w - 2 < 0$$

$$-2 < w < 1 \Leftrightarrow -2 < x^2 < 1 \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2} < \sqrt{1} \Leftrightarrow |x| < 1$$

$$\boxed{-1 < x < 1}$$

Θέμα 1°

Δίνονται οι ευθείες $\psi = \lambda^2 x + 1$ και $\varphi = \lambda x + \lambda$. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες οι παραπάνω ευθείες :

α) είναι παράλληλες ,

β) ταυτίζονται

$$\alpha) \lambda^2 = \lambda \quad \text{και} \quad 1 \neq \lambda$$

$$\lambda^2 - \lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda - 1) = 0$$

$$\boxed{\lambda = 0} \quad \vee \quad \lambda = 1$$

από ρ

$$\beta) \lambda^2 = \lambda \quad \text{και} \quad 1 = \lambda$$

$$\boxed{\lambda = 1}$$

Θέμα 2°

Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας στις παρακάτω περιπτώσεις

- α) Είναι παράλληλη στην ευθεία $\psi = -2x + 3$ και διέρχεται από το σημείο $(0, -1)$
 β) Είναι παράλληλη στην ευθεία $\psi = -2x + 3$ και διέρχεται από το σημείο $(2, 3)$
 γ) Σχηματίζει με τον xx' γωνία της οποίας η εφαπτομένη είναι -1 και διέρχεται από το σημείο $(-2, 3)$
 δ) Διέρχεται από τα σημεία $(-1, 3)$, $(2, 7)$.
 ε) Είναι παράλληλη στον xx' και τέμνει τον $\psi\psi'$ στο σημείο με τεταγμένη 3.

Θα 'χουμε εξίσωση ευθ. μορφής $y = ax + b$ και αναζητώ a, b

α) Αφού είναι παράλληλη στην $y = -2x + 3$ είναι $\boxed{a = -2}$

και αφού διέρχεται από $(0, -1) \rightarrow \boxed{b = -1}$

Τελικά $\boxed{y = -2x - 1}$

β) Αφού είναι παράλληλη στην $y = -2x + 3$ είναι $\boxed{a = -2}$ οπότε $y = -2x + b$

και αφού διέρχεται από $(2, 3) \rightarrow 3 = -2 \cdot 2 + b \Rightarrow \boxed{b = 7}$

Τελικά $\boxed{y = -2x + 7}$

γ) $\theta = \phi = -1$ οπότε (ε1: $y = -x + b$ και αφού διέρχεται

από $(-2, 3) \rightarrow 3 = -(-2) + b \Rightarrow 3 = 2 + b \Rightarrow b = 1$

Τελικά $\boxed{y = -x + 1}$

δ) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{2 - (-1)} = \frac{4}{3}$ οπότε $y = \frac{4}{3}x + b$ και

$(2, 7) \in (ε) \Rightarrow 7 = \frac{4}{3} \cdot 2 + b \Rightarrow 7 = \frac{8}{3} + b \Rightarrow b = \frac{13}{3}$

Τελικά $\boxed{y = \frac{4}{3}x + \frac{13}{3}}$

ε) $\epsilon // x x' \Rightarrow a = 0$

Γράφω την yy' στο $(2, 3) \Rightarrow b = 3$

Τελικά $\boxed{y = 3}$